F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 1—2

Secţia V

CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1980

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 1 – 2

Secţia V

CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1980

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. **VAL. BLIDARU,**
Prof. dr. doc. **N.V. BOȚAN,**
Prof. dr. ing. **GH. CAȘLER**
Prof. dr. ing. **M. GAFIȚANU** (președinte),
Prof. dr. **P. MÂLCOMETE,**
Prof. dr. doc. **D. MANGERON,**
Prof. dr. ing. **T. SILION,**
Acad. prof. dr. doc. **CR. SIMIONESCU,**
Prof. dr. ing. **I. VLAD.**

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. **H. ZAROJANU**
Prof. dr. ing. **A. RADU**
Conf. arh. **N. PORUMBESCU**

REDACȚIA

Prof. dr. doc. **D. MANGERON** (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. **HUGO ROSMAN** (secretar)
Conf. dr. ing. **VICTOR-FLORIN POTERAȘU** (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVI (XXX), Fasc. 1—2 **1980**

Secţia V

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

A. VULPE, AL. CĂRĂUŞU şi F.-V. POTERAŞU, Alegerea modelului probabilistic în analiza reliabilităţii structurilor cu ajutorul teoriei deciziei (engl., rez. rom.) 7

I. N. CONSTANTINESCU şi G. TĂTARU, Aplicaţii ale teoriei distribuţiilor la studiul flambajului transversal al barelor elastice (engl., rez. rom.). . . 13

F.-V. POTERAŞU, D. VIERU şi D. POPESCU, Metodă pentru determinarea spectrului deplasărilor maxime în funcţie de spectrul Fourier al acceleraţiilor (franc., rez. rom.) 17

G. FOCŞA şi L. STRAT, Unele aspecte privind metode moderne eficiente de determinare a amortizării interne (engl., rez. rom.) 23

R. SARDINO, Comportarea clădirilor de locuit în condiţii de vară (rom., rez. germ.) 29

C. ŞERBESCU, Modalităţi practice de luare în considerare în calcul a efectului conlucrării cadrelor transversale la halele industriale (rom., rez. engl.) 35

I. BARBĂLATĂ, O metodă analitică de stereotriangulaţie în domeniul distanţelor finite (II) (rom., rez. engl.) 45

GH. NISTOR, Urmărirea comportării unui pod folosind măsurări topogeodezice tratate riguros prin metoda celor mai mici pătrate (rom., rez. rusă) . . 57

A. MIHUL, C. LEONTE, A. CUCIUREANU şi V. HOBJILĂ, Studiul experimental al unor îmbinări pretensionate realizate în cîmpul stîlpilor cu buloane de oţel de înaltă rezistenţă, cabluri şi toroane scurte (rom., rez. franc.) 65

C. LEONTE, A. CUCIUREANU şi M. DASCĂLU, Studiul experimental a două grinzi-jug continue, de beton precomprimat cu trei deschideri de 12,00 m, pentru acoperişurile halelor industriale parter (rom., rez. franc.) 75

S. COROBCEANU, D. ALEXA, L. GROLL şi N. FLOREA, Tehnologia de stand pentru tratarea termică a elementelor din beton precomprimat (franc., rez. rom.) 83

N. FLOREA, Algoritm de dimensionare optimă a elementelor încovoiate din beton precomprimat (rom., rez. franc.) 91

V. ZAVATI, O. MANOLE şi L. BUDEI, Calculul hidraulic automat al podeţelor tubulare dreptunghiulare (rom., rez. franc.) 97

Z. SALINIUC, Comportarea în exploatare a unor tipuri de bitumuri rutiere (rom., rez. franc). 101

E. FLOREA, Istoricul dezvoltării învăţămîntului de construcţii din Moldova (rom., rez. rusă) 107

RECENZII 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVI (XXX), Fasc. 1–2 1980

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

	Pp.
A. VULPE, AL. CĂRĂUŞU and F.-V. POTERAŞU, Selection of Probabilistic Model in Structural Reliability Analysis in Terms of Decision Theory (English, Romanian summary)	7
I. N. CONSTANTINESCU and G. TĂTARU, Applications of the Theory of Distributions in Transversal Buckling of the Elastic Bars (English, Romanian summary)	13
F.-V. POTERAŞU, D. VIERU et D. POPESCU, Méthode pour la détermination du spectre des déplacements maximums à partir du spectre Fourier des accélérations (French, Romanian summary)	17
G. FOCŞA and L. STRAT, Some Aspects Concerning Modern Efficient Methods of Defining Internal Damping (English, Romanian summary)	23
R. SARDINO, Verhalten der Wohnbauten im Sommer (Romanian, German summary)	29
C. ŞERBESCU, Practical Methods to Evaluate the Space-interconnection Effect for the Industrial Steel Structures Transversal Frames (Romanian, English summary)	35
I. BARBĂLATĂ, Analitycs without Camera or Station Parameters and without Absolute Control (II) (Romanian, English summary)	45
G H. NISTOR, L'étude du comportement d'un pont en utilisant des mesures topogéodésiques traitées rigoureusement par la méthode des moindres carrées (Romanian, Russian summary)	57
A. MIHUL, C. LEONTE, A. CUCIUREANU et V. HOBJILĂ, L'étude expérimentale de certains joints précontraints réalisés dans le champ des piliers à l'aide des boulons de haute résistance, en acier, des câbles et des torons courts (Romanian, French summary)	65
C. LEONTE, A. CUCIUREANU et M. DASCĂLU, Étude expérimentale de deux poutres continues en béton précontraint à trois portées de 12,00 m, pour les toitures des halles industrielles rez-de-chaussée (Romanian, French summary)	75
S. COROBCEANU, D. ALEXA, L. GROLL et N. FLOREA, Technologie de stand pour le traitement thermique des éléments en béton précontraint (French, Romanian summary)	83
N. FLOREA, Algorithme de calcul des dimensions optima des éléments fléchissants en béton précontraint (Romanian, French summary)	91
V. ZAVATI, O. MANOLE et L. BUDEI, Le calcul hydraulique automatisé des ponceaux tubulaires rectangulaires (Romanian, French summary)	97
Z. SALINIUC, Le comportement en service de certains types de bitumes routiers (Romanian, French summary)	101
E. FLOREA, Die Entwicklungsgeschichte des Bauwesenunterrichts in der Moldau (Romanian, Russian summary)	107
BOOK REVIEWS	111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСГОГО ИНСТИТУТА
Том XXVI (XXX), Вып. 1–2 1980 г.

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

А. ВУЛПЕ, А. КЭРЭУШУ и Ф.-В. ПОТЕРАШУ, Выбор пробабилистичной модели в анализе структурной надежности при помощи теории решения (англ., рез. рум.) 7

И. Н. КОНСТАНТИНЕСКУ и Г. ТЭТАРУ, Применение теории распределений к исследованию поперечно изгиба упругих балок (англ., рез. рум.) 13

Ф.-В. ПОТЕРАШУ, Д. ВИЕРУ и Д. ПОПЕСКУ, Метода определения спектра максимального перемещения при помощи спектра ускорений Фурье (франц., рез. рум.) 17

Г. ФОКША и Л. СТРАТ, Некоторые наблюдения в связи с современными эффективными методами определения внутреннего затухания (англ., рез. рум.) 23

Р. САРДИНО, Внутренные температуры в удании летом (рум., рез. нем.) 29

К. ШЕРБЕСКУ, Практические свойства принять во внимание в расчете эффект сотрудничества поперечных рам в промышленных чехах (рум., рез. англ.) 35

И. БАРБЭЛАТЭ, Способ аналитической фототриянглуляции в области малых расстояний (II) (рум., рез. англ.) 45

Г. НИСТОР, Исследование функционирования моста используя геодезические измерения точно разработанные при помощи способа найменьших квадратов (рум., рез. русск.) 57

А. МИХУЛ, К. ЛЕОНТЕ, А. КУЧУРЯНУ и В. ХОБЖИЛЭ, Опытное исследование предварительно напряженных стыков колон с помощю нажимными болтами, просами или короткими прядеми (рум., рез. франц.) 65

К. ЛЕОНТЕ, А. КУЧУРЯНУ и М. ДАСКЭЛУ, Экспериментальное исследование двух предварительно напряженных железобетонных неразрезных балок с тремя 12-ми метров пролетами для покрытий одноэтажных промышленных зданий (рум., рез. франц.) 75

С. КОРОБЧЯНУ, Д. АЛЕКСА, Л. ГРОЛЛ и Н. ФЛОРЯ, Стендовая технология за теплообработки бетона (франц., рез. рум.) 83

Н. ФЛОРЯ, Алгоритм для оптимального установления размеров предварительно напряженных изгибающих элементов (рум., рез. франц.) 91

В. ЗАВАТИ, О. МАНОЛЕ и Л. БУДЕЙ, Гидравлический автоматический расчет для прямоугольных трубчатых мостиков (рум.,рез. франц.) 97

З. САЛИНЮК, Поведение при эксплуатации некоторых типов дорожных битумов (рум., рез. франц.) 101

Э. ФЛОРЯ, Развитие строительного высшего технического образования в Ясском политехническом институте (рум., рез. русск.) . . . 107

РЕЦЕНЗИИ 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 531.2 ; 519.2

SELECTION OF PROBABILISTIC MODEL IN STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS IN TERMS OF DECISION THEORY

BY

ADRIAN VULPE, AL. CĂRĂUŞU and FLORIN-VICTOR POTERAŞU

1. Introduction

The probabilistic models are valuable not because they are capable of representing uncertainty, but because they are effective instruments of decision. The formulation of probabilistic bases for design codes requires an appropriate choice of the probability distributions of input and system random variables. This important and often difficult problem needs itself a *decision making*, but it started to be approached as such rather recently [2]...[5]. Given the information on the distributions (part physical and part statistical), and given a set A of candidate models, there exist methods for making inferential distribution selections. However, such methods do not account for the consequences of choosing incorrect models, and they are of no use in deciding which models should be in A. Decision making theory brings many advantages in model selection, most of them leading to the choice of a *pragmatically optimal* model.

In this paper, we are going to discuss and develop some ideas on the use of decision theory in model selection, presented mainly in [4] and [5].

2. Probability Distribution Selection as Decision Problem

Let H be the set of (all and mutually exclusive) *states of nature*, and let A be the set of *possible actions*. Denote by $C(a, h)$ the *expected cost* of a if the state of nature is h, and by p_h the probability of h, i.e. $P(h)$. From the definition of H it follows that $\sum_{h \in H} p_h = 1$. In the case when H and A are discrete sets, the unconditional expected cost of action $a_j \in A$ is given by :

$$E(C_j) = \sum_i C(a_j, h_i)\, p_i,$$

the sum being extended to all $h_i \in H$, with $p_i = P(h_i)$.

A case when neither H, nor A is discrete covers just the problem of probabilistic model selection (in structural reliability analysis). Let X be a random variable with the distribution function $F_X(x)$; F_X — the actual but unknown distribution function — is assumed to be in the set

$$H = \{F_{X_i}(x\,;\,\Theta_i)\},\ (i = 1, \ldots, n), \tag{1}$$

where the parameter vector Θ_i ranges, in general, over (infinite) ar bitrary sets. The space of actions, A, is also a set of probability distribution functions of the form

$$A = \{F_{X_i}(x; \hat{\theta}_i)\}, \quad (i = 1, ..., n), \tag{2}$$

with $\hat{\theta}_i$, the point estimate of Θ_i, or of the form

$$A = \{F''_{X_i}(x)\}, \quad (i = 1, ..., n), \tag{3}$$

where F''_{X_i} is the posterior distribution function of X for the ith distribution type (to be defined below). Choosing $a_i = F_{X_i}(x; \hat{\theta}_i)$ of (2) means assuming that $F_X(x) = F_{X_i}(x; \Theta_i)$ for some Θ_i which is point-estimated by $\hat{\theta}_i$; choosing $a_i = F''_{X_i}(x)$ of (3) means making the same assumption on F_{X_i} and then using Bayesian inference (the theorem of total probabilities over the range of Θ_i) to obtain F''_{X_i}. More precisely, the latter alternative consists in starting from *prior* probabilities to obtain *posterior* probabilities using Bayes' theorem and some *posterior* information. If $F'_{\Theta_i}(\theta_i)$ denotes the prior distribution of Θ_i and $V_i(\theta_i)$ is the likelihood that $\Theta_i = \theta_i$ given all nonprior information, under the condition that $F_X(x) = F_{X_i}(x; \Theta_i)$ for some Θ_i, Bayes' theorem can be used to find the posterior distribution function of Θ_i by

$$dF''_{\Theta_i}(\theta_i) = dF'_{\Theta_i}(\theta_i)\, V_i(\theta_i). \tag{4}$$

Now, the probability distributions of (3) can be derived from the theorem of total probabilities by

$$dF''_{X_i}(x) = \int_{\theta_i \in \Omega} dF_{X_i}(x; \theta_i)\, dF''_{\Theta_i}(\theta_i), \tag{5}$$

where Ω is the range of Θ_i.

To select the model from the set (2) or from the set (3), there are necessary the posterior probabilities p''_i that $F_X(x) = F_{X_i}(x; \Theta_i)$ for some Θ_i. These probabilities are given by

$$p''_i = p'_i \int_{\theta_i \in \Omega} dF'_{\Theta_i}(\theta_i) V_i(\theta_i), \tag{6}$$

where p'_i are the corresponding probabilities *a priori*. Note that (4) and (6) depend only on the models in H and hold for any decision set, A. On the other hand, let us remark that the sets H of (1) and A of (2), (3) may be arbitrarily infinite when Θ_i and $\hat{\theta}_i$ range over Ω, but they are finite for any point in Ω.

Once the probabilities p''_i calculated, the choice of distribution also needs the cost function $C[a_j, F_{X_i}(x; \theta_i)]$ — expected cost of using distribution a_j, if $F_{X_i}(x; \theta_i)$ is the actual distribution of X. This function should

be defined for all i, all j, and all θ_i. It must include the initial cost c_{0j} (cost of analysis, design and construction), and the expected cost of failure, provided that the system is designed using distribution a_j. For example, assume that the system is subject to some time-dependent loading conditions described by a stationary independent sequence of random variables $X(\tau)$ for $\tau = 1, 2, \ldots, t$ (e.g., $X(\tau)$ may represent the maximum ground acceleration, or the maximum wind velocity, in year τ). Then the cost function could be defined by

$$C[a_j, F_{X_i}(x\,;\,\theta_i)] = c_{0j} + c_{f_j}[1 - (F_{X_i}(d_j, \theta_i))^t], \tag{7}$$

where c_{f_j} — cost of failure, and d_j — level of resistance if the system is designed according to distribution a_j. The expected cost of a_j is then

$$E(C_j) = c_{0j} + c_{f_j}\left[1 - \sum_{i=1}^{n} p_i'' \int_{\theta_i \in \Omega} [F_{X_i}(d_j, \theta_i)]^t \, dF_{\Theta_i}''(\theta_i)\right] = \tag{8}$$

$$= c_{0j} + c_{f_j}[1 - F_X''^{(t)}(d_j)],$$

in which $F_X''^{(t)}(x)$ is the posterior distribution of $\max X(1), X(2), \ldots, X(t)$. For $t = 1$, $F_X''^{(t)}(x)$ is the posterior distribution of X, that is

$$F_X''^{(1)}(x) = F_X''(x) = \sum_{i=1}^{n} p_i'' F_{X_i}''(x), \tag{9}$$

with F_{X_i}'' given by (5).

The level of protection (safety) d_j can be selected in several ways. One of them is to choose d_j such that $F_j(d_j) = p_s$, where F_j is the distribution function from (2) or (3), corresponding to action j, and p_s is a given target reliability (the probability of safe behaviour of the system). Another consists in choosing d_j to minimize

$$E(C_j/F_j) = c_{0j} + c_{f_j}[1 - F_j(d_j)]. \tag{10}$$

In any case, d_j should depend on F_j.

An application of this method for model selection is presented in some detail in [4]; H and A are taken to consist of three distributions, namely Extreme Type 1 (EX1), Extreme, Type 2 (EX2) and Normal, while $X(\tau)$ — maximum wind velocity in year τ. The objective is to select a distribution model for X and a design value, d, for wind speed resistance. Based on a set of 10 samples, the above presented technique selected EX1 in six cases, and EX2 in four cases, as the optimal distribution.

3. Utility Analysis Methods in Model Selection

Any probabilistic system analysis and design are based on the assumption that the behaviour of a given structural system depends on a random vector $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ whose components may have various physical meanings (loads, resistances, geometric variables, or other structural parameters). Certain classical methods of structural reliability analysis (full

distribution, second moment, etc.) have specific advantages, but shortcomings too. A more general and realistic description of system's behaviour for a certain X is through the *utility function*

$$V_X(x) = \text{utility if } X = x \ (x \in \mathcal{R}^n). \tag{11}$$

As a particular case, if V is discrete valued, calculating the utility function is equivalent to finding the regions of $\mathcal{R}^n$ in which $V_X(x)$ is constant. The notion of safe/failure region applies to the special case when V_X is a binary function (e.g., its range is $\{0, 1\}$). Once defined a utility function, the *expected utility* of the system is given by

$$E(V) = \int_{\mathcal{R}^n} V_X(x) \mathrm{d}F_X(x) \tag{12}$$

or it can be evaluated by Tchebysheff-type bounds if F_X and/or V_X are known only partially. For binary utility functions of the type

$$V_X = \begin{cases} 1 \text{ if } x \in D_s \text{ (safe region)} \\ 0 \text{ otherwise,} \end{cases}$$

$E(V)$ equals the probability content of D_s, that is, the system reliability $1 - p_f$ (p_f — probability of failure). The probabilistic model X of the system, respectively F_X, should be chosen so that maximizing the expected utility (12). If $\mathcal{M}$ denotes, more generally, the set of all possible models, a *utility structure* over $\mathcal{M}$ is defined [5] as a function $U : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \overline{\mathcal{R}}$ (with $\overline{\mathcal{R}}$ — the extended set of real numbers) with the meaning $U(m_1, m_2)$ — (expected) utility of using model m_1, given that m_2 is the true model. If $\mathcal{M}$ is a finite set, $\mathcal{M} = \{m_1, m_2, ..., m_k\}$, than the utility structure over $\mathcal{M}$ can be given in matrix form as

$$U = [u_{ij}]_{k \times k}, \quad u_{ij} = U(m_i, m_j). \tag{13}$$

The diagonal entries u_{ii} correspond to selection of correct models and are generally larger than the off-diagonal entries. The utility function (11) is related to the utility structure U as follows : if $m_1, m_2 \in \mathcal{M}$, $m_i = F_{i_X}$ and V_{i_X} — utility function of a system designed using the distribution F_{i_X}, then

$$U(m_1, m_2) = \int_{\mathcal{R}^n} V_{1_X}(x) \mathrm{d}F_{2_X}(x). \tag{14}$$

Coming back to the ways of computing the expected utility, according to (12), assume that the probability density function $f_X(x)$ exists and denote by

$$B_X(x) = V_X(x) \cdot f_X(x) ; \tag{15}$$

therefore, $B_X(x)\mathrm{d}x = V_X(x) f_X(x)\mathrm{d}x$ represents the contribution to the expected utility from realizations X with X_i in the interval $(x_i, x_i + \mathrm{d}x_i)$,

for all i. $B_X(x)$ might be called the *expected-utility density function* at point x. In the unidimensional case ($x \in \mathcal{R}$), the expected utility is the algebraic area below the graphic of $B_X(x)$; in a general n-variate situation,

$$E(V) = \int_{\mathcal{R}^n} B_X(x)\mathrm{d}x. \tag{16}$$

As in the case of reliability analysis, the physical meaning of the vector X is unrestricted and $E(V)$ can be calculated in input, output or state space. The only requirement is that the utility V be defined as a function of X alone. In most cases the utility is given in output space, as a function $V_Y(y)$; therefore, if one operates in input space, an essential step of the analysis is to calculate $V_X(x)$ for each given x (with known density function $f_X(x)$), while in output space the main step is to find the transformed density $f_Y(y)$.

For the decision problem presented in §2 let us remark that the „pragmatically optimal" model for the probability distribution has been chosen as minimum point for the expected cost function $E(C_j)$, a particular instance of which is given by (8). A rather natural alternative would consist in choosing the probabilistic model in terms of the utility analysis methods, sketched above. The utility function V can be defined on the same set of distributional models $H = A$ or on each of them if different, while the utility structure U can be defined on $A \times H$ (respectively on A^2 if $H = A$). Now, the cost function $C(a_j, h_i)$ should be replaced by utility structure $U(a_j, h_i) = U[a_j, F_{X_i}(x; \theta_i)]$; note that X_i in F_{X_i} is *not* the ith component of some random vector X, but the actual distribution of the univariate X which characterizes the system. In the discrete case, the expected utility of action $a_j \in A$ will be given by

$$E(U_j) = \sum_i U(a_j, h_i)\, p_i = \sum_i u_{ji} p_i. \tag{16}$$

The probabilistic model should be selected such that $E(U_j)$ be *maximum* for some $a_j \in A$

Received, March 24, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mathematics,
Department of Structural Mechanics
and
Department of Mechanics

REFERENCES

1. Barlow R. E., Proschan F., *Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Probability Models.* Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York — Chicago. 1975.
2. Ferry Borges J., Castanheta M., *Siguranța structurilor,* (transl. from English), Ed. Tehn., București, 1974.
3. Grigoriu M. D., *A Decision Theoretic Approach to Model Selection for Structural Reliability.* Thesis presented to the Mass. Inst. Techn., 1976.
4. Grigoriu M., Veneziano D., Cornell A. C., *Probabilistic Modeling as Decision Making.* J. of the Eng. Mech. Div., **EM4**, 585—596 (1979).

5. Veneziano D., *Basic Principles and Methods of Structural Safety*. CEB—CECM Bulletin d'Information, *112*, 212—228 (1976).

ALEGEREA MODELULUI PROBABILISTIC ÎN ANALIZA RELIABILITĂȚII STRUCTURILOR CU AJUTORUL TEORIEI DECIZIEI

(Rezumat)

Alegerea modelului probabilistic pentru variabilele aleatoare care intervin în analiza reliabilității structurilor reprezintă o problemă de decizie și este firesc să fie tratată cu metodele teoriei deciziei. Sînt utilizabile, alternativ, atît funcții de cost cît și funcții de utilitate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 539.4

APPLICATIONS OF THE THEORY OF DISTRIBUTIONS IN TRANSVERSAL BUCKLING OF THE ELASTIC BARS

BY

ILIE N. CONSTANTINESCU and GRIGORE TATARU

1. Determination of the Differential Equation in Distributions. The General Solutions

We consider an elastic bar AB of length l, suspended at its ends A and B, on which act axial compressive forces N and a transversal load $q(x)$ who se nature we will indicate later. The buckling of this compressed bar is c alled, as it is known, transversal buckling.

The analytical method for determining the deformed axis of the elastic bar leads us to the following system of differential equations:

$$\text{(I)} \qquad \frac{dT}{dx} = -q(x), \quad \frac{dM}{dx} = T(x), \quad EI\frac{d^2y}{dx^2} = M(x) - Ny = M_1(x),$$

where: T — transverse force; $M(x)$ — bending moment due to transverse load $q(x)$; $M_1(x)$ — total bending moment due to both the transverse loads $q(x)$ and the axial ones $\vec{N}$.

Eliminating unknowns T and M from this system we obtain:

$$\text{(II)} \qquad \frac{d^4y}{dx^4} + a^2\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{EI}q(x), \quad a^2 = \frac{N}{EI}.$$

Equation (II) gives us the possibility to obtain the deformation of the axis of the bar considering exclusively the load $q(x)$. Knowing $y(x)$ we can determine in every point $x \in [0, l]$ the elements: $M_1(x)$, $T(x)$, $M(x)$, $\varphi(x)$ with the following relations:

$$\begin{cases} M_1(x) = EI\dfrac{d^2y}{dx^2}, \quad T(x) = EI\dfrac{d^3y}{dx^3} + N\dfrac{dy}{dx}, \\ M(x) = EI\dfrac{d^2y}{dx^2} + Ny, \quad \varphi(x) = \dfrac{dy}{dx}. \end{cases}$$

Now we shall transpose the differential equation (II) in distributions. For it we introduce the functions:

$$\bar{y}(x) = \begin{cases} 0, & x<0, \\ y(x), & x\geq 0, \end{cases} \qquad \bar{q}(x) = \begin{cases} 0, & x<0, \\ q(x), & x\geq 0, \end{cases}$$

that is:

$$\bar{y}(x) = \theta(x)y(x), \quad \bar{q}(x) = \theta(x)q(x).$$

Equation (II) becomes:

$$\text{(III)} \qquad \frac{d^4\tilde{\bar{y}}}{dx^4} + a^2\frac{d^2\tilde{\bar{y}}}{dx^2} = -\frac{1}{EI}\bar{q}(x).$$

The sign „~" indicates that the operation of differentiation is done in a classical sense. We attach to the equation (III) the terminal conditions:

$$\text{(IV)} \qquad \bar{y}(0) = V_A, \quad y'(0) = \varphi_A, \quad \bar{y}''(0) = \frac{M_A}{EI}, \quad \bar{y}'''(0) = \frac{T_A}{EI};$$

V_A, φ_A, M_A, T_A are the suspension parameters from the end A of the elastic bar, namely: deflection, swivelling, bending moment and transverse force.

Knowing the connection which exists between the ordinary derivates and the derivates in the sense of the theory of distributions, equation (II) becomes:

$$\text{(V)} \qquad \begin{aligned} \frac{d^4\bar{y}}{dx^4} + a^2\frac{d^2\bar{y}}{dx^2} &= \left(\frac{T_A}{EI} + a^2\varphi_A\right)\delta(x) + \left(\frac{M_A}{EI} + a^2V_A\right)\delta'(x) + \\ &+ \varphi_A\delta''(x) + V_A\delta'''(x) - \frac{1}{EI}\bar{q}(x). \end{aligned}$$

Equation (V) represents the differential equation in distributions of the deformed axis in the case of the compressed bars.

If we note with $E(x)$ the fundamental solution of the functional

$$P\left(\frac{d}{dx}\right) = \frac{d^4}{dx^4} + a^2\frac{d^2}{dx^2}$$

we obtain

$$E(x) = \frac{1}{a^2}\theta(x)\left(x - \frac{\sin ax}{a}\right).$$

The general solution of the equation (V) is:

$$\text{(VI)} \qquad \begin{aligned} \bar{y}(x) = E(x) * \Big[&\left(\frac{T_A}{EI} + a^2\varphi_A\right)\delta(x) + \left(\frac{M_A}{EI} + a^2V_A\right)\delta'(x) + \\ &+ \varphi_A\delta''(x) + V_A\delta'''(x)\Big] - \frac{1}{EI}E(x) * \bar{q}(x). \end{aligned}$$

2. Bar Stressed by a Finite Number of Concentrated Forces

Let's say that the elastic bar AB is stressed transversaly by a finite number of concentrated forces of magnitude $P_1, P_2, \ldots, P_n$ in the points

$A_1(a_1)$, $A_2(a_2)$,..., $A_n(a_n)$ (fig. 1) In the theory of distributions, the load equivalent to the concentrated forces is given by the relation: $q_1(x) = P_i\delta(x - a_i)$, $(i = 1, 2, ..., n)$. It means that total load $q(x)$ which acts transversaly on bar AB is:

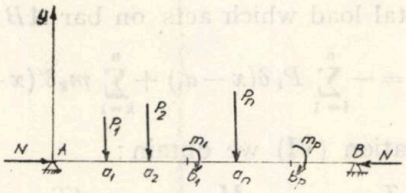


Fig. 1

$$q(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i\delta(x - a_i).$$

In this case we have:

$$E(x)*\bar{q}(x) = \theta(x) \cdot \frac{1}{a^2}\left(x - \frac{\sin ax}{a}\right) * \theta(x) \sum_{i=1}^{n} P_i\delta(x - a_i) =$$

(VII)

$$= \frac{1}{a^2}\theta(x) \sum_{i=1}^{n} P_i\theta(x - a_i)\left[x - a_i - \frac{\sin a(x - a_i)}{a}\right].$$

If we take in account (VII) in (VI) and we make all the operation s, we obtain the equation of the deformed axis of the compressed bar f or the type of stress we have considered:

$$\bar{y}(x) = \theta(x)\left[-\frac{T_A}{aN}\sin ax - \frac{M_A}{N}\cos ax + \left(\frac{T_A}{N} + \varphi_A\right)x + \right.$$

(VIII)

$$\left. + \frac{M_A}{N} + V_A\right] - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} P_i\theta(x - a_i)\left[x - a_i - \frac{\sin a(x - a_i)}{a}\right].$$

3. Bar Stressed by a Finite Number of Concentrated Forces and Moments

We consider that bar AB is stressed transversaly by n concentrated forces having the following magnitudes: P_1, P_2 ,..., P_n and by p concentrated moments of values m_1, m_2 ,..., m_p in points of abscissa a_i, $(i = 1, 2, ..., n)$ and b_k, $(k = 1, 2, ..., p)$, respectively, (Fig. 2), $a_i, b_k \in (0, l)$.

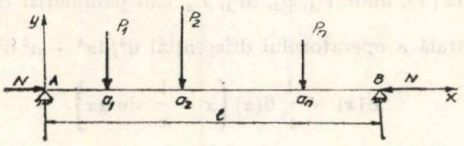


Fig. 2

In the theory of distributions, the load corresponding to the concentrated moments is given by the relation:

$$q_k = m_k \delta'(x - b_k), \quad (k = 1, 2, ..., p),$$

In this case, total load which acts on bar AB is:

$$q(x) = -\sum_{i=1}^{n} P_i \delta(x - a_i) + \sum_{k=1}^{n} m_k \delta'(x - b_k).$$

Calculating equation (VI) we obtain:

$$\bar{y}(x) = \theta(x)\left\{-\frac{T_A}{aN}\sin ax - \frac{M_A}{N}\cos ax + \left(\frac{T_A}{N} + \varphi_A\right)x + \frac{M_A}{N} + \right.$$

$$+ V_A - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} P_i \theta(x - a_i)\left[x - a_i - \frac{\sin a(x - a_i)}{a}\right] + \tag{IX}$$

$$\left. + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} m_k \theta(x - b_k)[1 - \cos a(x - b_k)]\right.$$

In relations (VIII) and (IX), taking in account the kind of suspension, we can always determine parameters T_A, M_A, V_A, φ_A.

Received, March 10, 1980

Mining Institute, Petroşani

REFERENCES

1. Constantinescu I. N., Bolog C., *Mecanica*. EDP, Buc., 1978.
2. Kecs W., Teodorescu P. P., *Applications of the Theory of Distributions in Mechanics*. Ed. Academiei R.S.R., Buc., and Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, 1974.
3. Schwartz L., *Théorie des distributions*. Herman, Paris, 1966.
4. Constantinescu I. N., *Studiul mişcării cu puncte de discontinuitate a unei plăci plane*. An. Univ., Timişoara, s. şt., mat.-fiz., **III**, 100—110 (1965).
5. Constantinescu I. N., *Application des fonctions généralisées à l'étude de l'equilibre des fils*. Revue X, Tijdschrift, Acta technica Belgica, Bruxelles, *3*, 26—32 (1970).
6. Constantinescu I. N., *Some Applications of Distribution Theory to the Study of Vibrating Percussion Motion*. Rudarsko-Metalurski Zbornik, Ljublijana, *4* (1970).
7. Constantinescu I. N., Darabont A., *Asupra dinamicii punctului material cu caracteristici discontinuu variabile*. Bulet. şt. şi tehn. al Inst. polit. „Traian Vuia", Timişoara, **17**, *1*, s. mat.—fiz. (1972).

APLICAŢII ALE TEORIEI DISTRIBUŢIILOR LA STUDIUL FLAMBAJULUI TRANSVERSAL AL BARELOR ELASTICE

(Rezumat)

Ecuaţia diferenţială, în sensul teoriei distribuţiilor, a axei deformate, în cazul barelor elastice comprimate, este de forma (V), unde V_A, φ_A, M_A, T_A sînt parametrii de rezemare din capătul A al barei elastice.

Soluţia fundamentală a operatorului diferenţial $d^4/dx^4 + a^2\, d^2/dx^2$ este:

$$E(x) = \frac{1}{a^2}\theta(x)\left(x - \frac{1}{a}\sin ax\right)$$

şi deci soluţia ecuaţiei diferenţiale se scrie sub forma (VI).

În funcţie de tipul solicitării se analizează diferite cazuri particulare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 531.2;550.3

MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DU SPECTRE DES DÉPLACEMENTS MAXIMUMS À PARTIR DU SPECTRE FOURIER DES ACCÉLÉRATIONS

PAR

FLORIN-VICTOR POTERAŞU, D. VIERU et D. POPESCU

1. Introduction

L'étude de la propagation, de l'analyse spectrale ainsi que la détermination des spectres d'actions des microséïsmes, nécessaires dans le calcul des diverses objectifs, pour différents types de sols, fournissent nombre de données nécessaires pour la division en microzones des terrains.

Par l'analyse spectrale des microséïsmes enregistrées pour différents types de sols on peut déterminer les domains dans lequels les valeurs des fréquences sont dominantes. Donc, il est possible d'obtenir des conclusions importantes du point de vue pratique concernant les amplifications ou les diminutions des effets séïsmiques.

En employant l'analyseur de fréquence de bande étroite on a obtenu le spectre de F o u r i e r des microséïsmes en différentes zones.

Pour l'obtention du spectre d'action, en considérant plusieurs valeurs des amortissements, il est nécessaire à effectuer l'étude ci-dessous.

2. Détermination du spectre des déplacements maximums

Entre le spectre d'action et le spectre de F o u r i e r il existe une corrélation partielle, bien qu'eux sont fondamentallement différents.

Il y a une liaison quantitative entre le spectre de F o u r i e r des valeurs absolues et le maximum de la réponse résiduelle d'une structure amortisée. Ainsi, on considère une diagramme d'accélération d'action $u(t)$, non-nulle pour $0 \leqslant t \leqslant T$.

Le spectre de Fourier est donné par la relation :

$$|\mathcal{F}(\ddot{u})| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \int_0^T \ddot{u}(t)\, e^{-i\omega t}\, dt \right|. \tag{1}$$

On considère, aussi, la réponse résiduelle du déplacement relatif d'une structure amortisée, pour une excitation $\ddot{u}(t)$, avec des conditions initiales nulles. La réponse, à partir du moment lorsque cesse l'action, est donnée par la relation :

$$\delta(t) = \frac{1}{\omega_a} \int_0^T \ddot{u}(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_a(t-\tau) d\tau, \tag{2}$$

ou: $\omega_n = (k/m)^{1/2}$ — la pulsation propre non-amortisée, $\zeta = c/(2m\omega_n)$ — le rapport d'amortissement, $\omega_a = (1-\zeta^2)^{1/2}\omega_n$ — la pulsation propre amortisée.

La valeur maxima de la réponse a l'expression suivante:

$$\delta_{max} = \left\{ \delta^2(t) + \frac{[\dot{\delta}(t) + \zeta\omega_n \delta(t)]^2}{\omega_a^2} \right\}^{1/2}. \tag{3}$$

En dérivant la relation (2) on obtient:

$$\dot{\delta}(t) + \zeta\omega_n \delta(t) = \int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \cos\omega_a(t-\tau)\,d\tau. \tag{4}$$

En remplaçant (4) en (3) il résulte

$$\delta_{max} = \frac{1}{\omega_a}\left\{\left[\int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_a(t-\tau)\,d\tau\right]^2 + \left[\int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \cos\omega_a(t-\tau)\,d\tau\right]^2\right\}^{1/2}. \tag{5}$$

Après le développement des fonctions sin et cos et l'effectuation des calculs on trouve:

$$\delta_{max} = \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_a}\left\{\left[\int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{\zeta\omega_n\tau} \cos\omega_a\tau\,d\tau\right]^2 + \left[\int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{\zeta\omega_n\tau} \sin\omega_a\tau\,d\tau\right]^2\right\}^{1/2}. \tag{6}$$

On considère la fonction $f(\tau) = \ddot{u}(\tau)e^{\zeta\omega_n\tau}$ et l'on note avec $\mathcal{F}(f)$ la transformée de Fourier de cette fonction. Il résulte:

$$\mathcal{F}(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{\zeta\omega_n} e^{-i\omega_a\tau}\,d\tau. \tag{7}$$

Avec la relation (7) on obtient:

$$\delta_{max} = \sqrt{2\pi}\,\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\omega_a}\,|\mathcal{F}(f)|. \tag{8}$$

On détermine δ_{max} en employant le spectre Fourier d'accélération $\ddot{u}(t)$, donc on calculera $|\mathcal{F}(f)|$ à l'aide de $|\mathcal{F}(\ddot{u})|$.

On développe en série la fonction $e^{\zeta\omega_n t}$ et puisque le rapport d'amortissement $\zeta \in (0,1)$, on retient seulement les premiers trois termes. Il résulte:

$$(9)\quad \mathcal{F}(f)=\int_0^t \ddot{u}(\tau)e^{-i\omega_a\tau}\,d\tau+\frac{\zeta\omega_n}{1!}\int_0^t \tau\ddot{u}(\tau)e^{-i\omega_a\tau}\,d\tau+\frac{\zeta^2\omega_n^2}{2!}\int_0^t \tau^2\ddot{u}(\tau)e^{-i\omega_a\tau}\,d\tau.$$

En considérent la deuxième et la troisième intégrale on a :

$$I_1=\int_0^t \tau\ddot{u}(\tau)\,e^{-i\omega_a\tau}\,d\tau=\int_0^t \tau\ddot{u}(\tau)\cos\omega_a\tau\,d\tau-i\int_0^t \tau\ddot{u}(\tau)\sin\omega_a\tau\,d\tau.$$

En utilisant le deuxième théorème de la moyenne on obtient :

$$I_1=t\int_{t_1'}^{t} \ddot{u}(\tau)\cos\omega_a\tau\,d\tau-it\int_{t_1''}^{t} \ddot{u}(\tau)\sin\omega_a\tau\,d\tau=$$

$$(10)\quad =t\mathcal{F}(\ddot{u})-t\left[\int_0^{t_1'} \ddot{u}(\tau)\cos\omega_a\tau\,d\tau-i\int_0^{t_1''} \ddot{u}(\tau)\sin\omega_a\tau\,d\tau\right]=t\mathcal{F}(\ddot{u})+z_1.$$

Par analogie :

$$(11)\quad I_2=\int_0^t \tau^2\ddot{u}(\tau)\,e^{-i\omega_a\tau}\,d\tau=t^2\mathcal{F}(\ddot{u})-t^2\left[\int_0^{t_2'} \ddot{u}(\tau)\cos\omega_a\tau\,d\tau-i\int_0^{t_2''} \ddot{u}(\tau)\sin\omega_a\tau\,d\tau\right]=$$

$$=t^2\mathcal{F}(\ddot{u})+z_2.$$

À l'aide des relations (10) et (11), (9) devient :

$$(12)\qquad \mathcal{F}(f)=\mathcal{F}(\ddot{u})\left(1+\zeta\omega_n t+\frac{\zeta^2\omega_n t^2}{2}\right)+t\zeta\omega_n z_1+\frac{1}{2}t^2\zeta^2\omega_n^2 z_2.$$

Aussi, il résulte :

$$|z_1|\leqslant\left(\left|\int_0^{t_1'} \ddot{u}(\tau)\cos\omega_a\tau\,d\tau\right|+\left|\int_0^{t_1''} \ddot{u}(\tau)\sin\omega_a\tau\,d\tau\right|\right)\leqslant$$

$$\leqslant\int_0^{t_1'} |\ddot{u}(\tau)|\,d\tau+\int_0^{t_1''} |\ddot{u}(\tau)|\,d\tau\leqslant M(t_1'+t_1''),$$

où M est la valeur maxima de $\ddot{u}(t)$!!

Étant donnée la petite valeur de M, il résulte que les modules des dernières deux quantités immaginaires de (12) peuvent être négligés.

Donc, il est possible d'approximer le module de $\mathcal{F}(f)$ par le module du premier terme de (12).

Finalement, de (8) on obtient :

$$\delta_{max} = \sqrt{2\pi}\,\frac{e^{-\xi\omega_n t_r}\left(1+\zeta\omega_n t+\frac{1}{2}\zeta^2\omega_n^2 t^2\right)}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\,|\mathcal{F}(\ddot{u})|. \tag{13}$$

3. Résultats numériques

À partir de la relation (13) on détermine le spectre des déplacements maximums en employant le spectre de Fourier pour la composante N—S du séïsme de 1977 de Roumanie.

Le spectre de Fourier est répresenté dans la fig. 1 et le spectre des déplacements maximums, pour différents amortissements, dans la fig. 2.

Aussi, dans la fig. 2 sont représentés les spectres des déplacements maximums obtenus à l'aide d'un ordinateur en employant une méthode numérique utilisant la fonction $\ddot{u}(t)$.

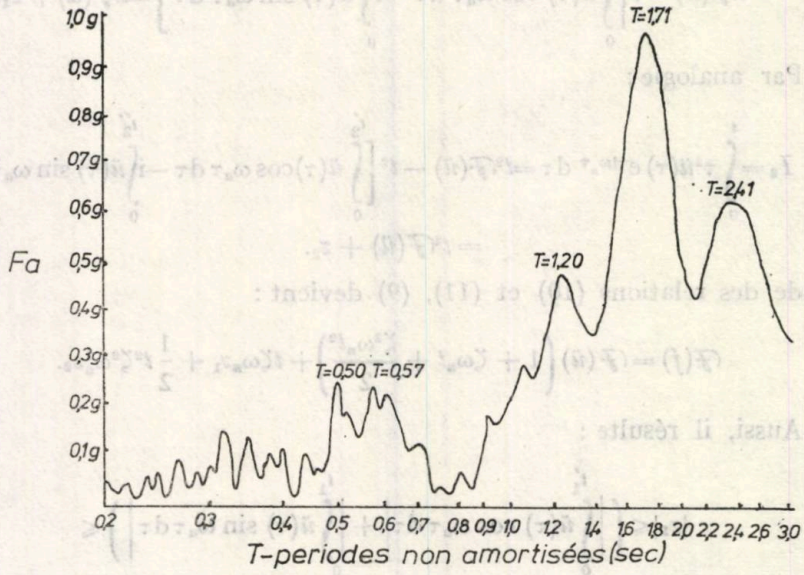


Fig. 1.—Transformée de Fourier; NS composante.

On observe que les zones dominantes des maximums obtenues par la formule (13) sont corrélées avec celles résultées par l'intégration numérique en utilisant la fonction $\ddot{u}(t)$.

Pour des valeurs de ζ supérieures à 0,05, la majoration faite est très grande, alors une approximation meilleure peut être obtenue en changeant le signe du dernier terme du numérateur de la relation (13).

Dans la littérature consultée on n'a pas trouvé une formule semblable à (13), toutes les recherches négligeant les amortissements.

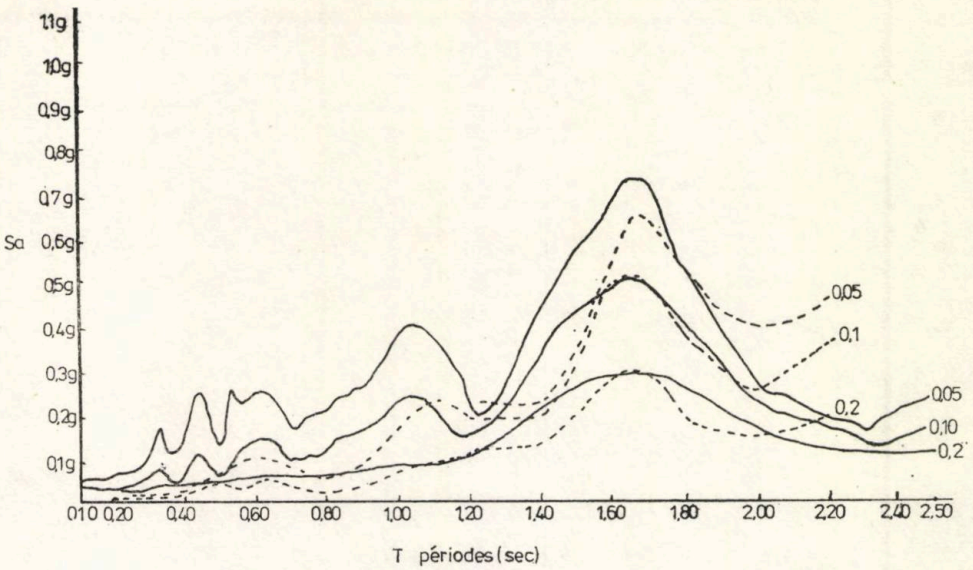


Fig. 2.—Spectre de réponse en accélération ; NS composante ; --- spectre des déplacements maximums obtenus avec $|\mathcal{F}(\ddot{u})|$; — spectre des déplacements maximums obtenus par des méthodes numériques à partir de $\ddot{u}(\tau)$.

4. Conclusions

Sur la base des résultats obtenues on peut établir les zones dominantes de certaines fréquences des microséïsmes. Ceux-ci peuvent etre utilisés pour calcul et l'emplacement de certains systèmes constructifs de manière à éviter la fréquence dominante de l'amplification maxima.

Toutefois on doit tenir compte du fait que fonction de l'intensité du séïsme les fréquences dominantes des emplacements peuvent être diminuées, en échange s'amplifiant le maximum des fréquences inférieures.

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAPHIE

1. Оболашвили Е. И., *Преобразование Фурье и его применения в теории упругости.* Изд. „Мецниереба", Тбилиси, 1979.
2. Евтеев Ю. И., Кущев Б. И., Пикулин В. С., Чайковский В.И., Юрухин Б. Н., *Аппаратурная реализация дискретного преобразования Фурье.* Изд. „Энергия", Москва, 1978.
3. Delfosse G. C., *Étude des vibrations linéaires d'un système mécanique complexe par la méthode des modes normaux.* Ann. de l'I.T.B.T.B., *336*, 123—136 (1976).
4. Georgescu E., *Utilizarea procedeelor seismice la determinarea caracteristicilor mecanice ale terenurilor de fundaţie şi la microzonarea seismică a amplasamentelor.* St. şi cerc. mec. aplic., **38**, *4*, 595—603 (1979).

METODĂ PENTRU DETERMINAREA SPECTRULUI DEPLASĂRILOR MAXIME ÎN FUNCŢIE DE SPECTRUL FOURIER AL ACCELERAŢIILOR

(Rezumat)

Cu ajutorul unei dezvoltări în serie şi a teoremei a doua de medie a calculului integral se determină legătura între spectrul de acţiune şi spectrul Fourier, în cazul existenţei amortizării.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 519.2: 550.3

S OME ASPECTS CONCERNING MODERN EFFICIENT METHODS OF DEFINING INTERNAL DAMPING

BY

GABRIELA FOCŞA and LUCIAN STRAT

1. Introduction

The term of „internal damping" represents a basic concept in the dynamic and earthquakel like analysis of structures, defining as well as possible the energy loss which occurs in the material both in the elastic also in the post-elastic field of behaviour.

The internal damping, also called material damping, has decisive implications in decreasing the response of building elements and structures submitted to dynamic forces and interferes by a significant share in the shape and values of seismic response spectra [1], [2]. The amplitudes of vibrations, the inertia forces appearing in structures during dynamic actions are confined due to the internal friction.

In the last years, theoretical and experimental research works concerning the determination of the parameters defining the damping of one degree or multi-degrees of freedom systems have been undertaken in order to specify the most efficient methods of getting damping ratios.

In what follows, some critical remarks concerning the modern efficient procedures allowing to obtain the energy loss parameters are presented.

2. Relationships in the Determination of the Damping of Materials

The building materials do not behave quite elastically, even for small stress levels. The nonelasticity accompanied with non-linearity are present for nearly all material and stress combinations, although in most cases it cannot be easily evidenced by means of usual measure methods. The inelastic properties of materials are time-dependent, and can be expressed in different ways, but in all situations they show a commun feature for dynamic and cyclic actions:

a) The stress —strain hysteretic loop ($\sigma - \varepsilon$ or $\tau - \gamma$) at the fiber level of the cross-section.

b) The effort —deflection or effort —rotation hysteretic curve ($M - \Phi$, $N - \delta_N$, $T - \delta_T$) at the cross-section of the element.

The area confined between the ascending and the descending curves of the closed hysteretic loop is proportional with the absorbed energy, representing a direct measure of the material damping. The energy loss including heat release taking into acount the relaxation in time would be better defined if the properties of the material specimen could be explicitely

written by means of the general rheological equations, as a solution of the following expression :

$$D_s = \oint \sigma d\varepsilon, \tag{1}$$

where D_s is the total absorbed energy in one cycle.

Following types of damping (resistant) forces are now used for design purposes in the dynamic analysis in connection with internal friction phenomena :

a) Viscous Voigt damping, $R = c\dot{x}$.

b) Dry friction (Coulomb damping), $R = \mu N$.

c) Sorokin damping, proportional to the amplitude of vibration (in the plastic field), $R = sx$.

d) Martyshkin-Sorokin (combined) damping, proportional both to the velocity and to the displacement of vibration, $R = c\dot{x} + sx$.

e) Hysteretic damping characterising the non-linear behaviour of the stress—strain curve [2]...[4].

f) Damping expressed on the basis of the complex modulus.

g) Equivalent viscous friction (damping) depending upon the stiffness ratios (stress—strain shape) and the ductility ratio [5].

Different notation and denominations are used in scientifical works dealing with damping of materials. The most frequently adopted for the sake of usefullness and direct application possibilities are the following relations :

a) The logarithmic decrement (decay rate), $\Delta = \ln (X_n/X_{n+1})$.

b) The specific capacity of energy absorption, φ.

c) The relative damping D_{rel} and the absorbed specific damping, D_{abs}.

d) The loss factor (d or η) and the loss angle tangent, $\tan \varphi_d$.

e) The ratio of the critical damping, ν.

f) The coefficients of damping, c, c_{cr} and β.

The following equations relate these parameters :

$$\nu = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{\beta}{\omega} = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{E''}{2E'} = \frac{\eta}{2} = \frac{\varphi}{4\pi} = \frac{c}{2M\omega} = \frac{c\omega}{2K}, \tag{2}$$

where the complex Young modulus, $\overline{E}$, is given by :

$$\overline{E} = E' + iE'' = E'(1+i\eta) \tag{3}$$

and the specific capacity of energy absorption, called also the energy dissipation coefficient, φ, is a dimensionless parameter usually expressed as :

$$\varphi = \frac{\Delta W}{W_t}, \tag{4}$$

where : ΔW — the absorbed energy in one cycle of oscillation, W_t — the total stored energy.

3. Critical Analysis of some Modern Methods in the Determination of the Internal Damping

The recording of the forced vibrations or of the free damped ones yields information about the main damping values. The measurement of material damping properties is normally carried out according to one of two basic measurement methods : a) the frequency response method and b) the decay-rate (reverberation) method.

In both situations the amplitude variation or the peak values allow to obtain the required data for accurately defining parameters of the internal energy loss. Bar-shape samples cut from the material to be tested clamped at one end, or both ends, and excited into bending vibrations are used for this purpose [3], [4].

In the first method the bending vibrations are produced with a variable frequency of the sinusoidal force. From such a curve, at a resonance peak, the loss factor can be calculated as

$$\Delta = \frac{\Delta f_n}{f_n} = 2\nu, \tag{5}$$

where Δf_n is the bandwidth at the half power points (3 dB points) and f_n is the resonant frequency. The index n is the order of the resonance, or mode number. A complete frequency response curve obtained from measurements on a sample bar clamped at one end is shown in Fig. 1.

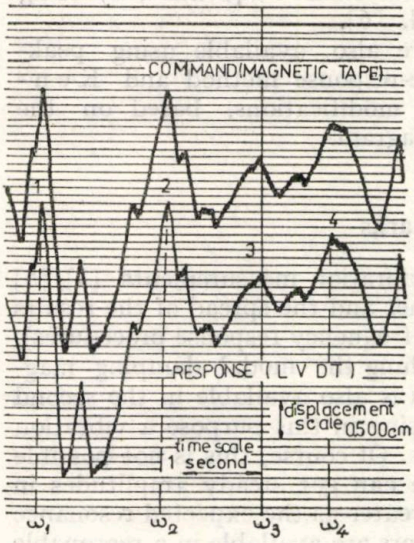


Fig. 1

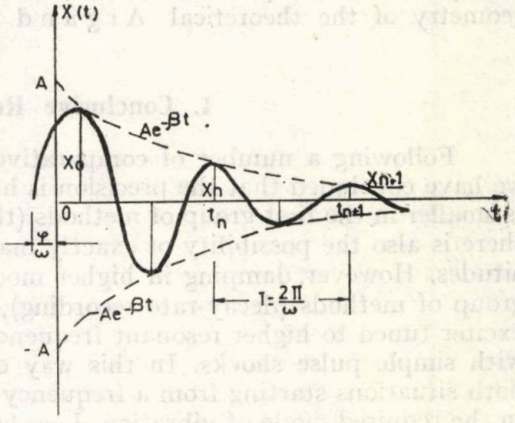


Fig. 2

The second group of methods, or the so-called decay rate method is based on a shock pulse applied to the sample carried out from the tested material, the vibration amplitude decreasing exponentially in time (Fig. 2).

The external exciting force in this case can be, with an adequate electrical arrangement, tuned to a frequency in the neighborhood of the natural frequency of the sample, which will start a forced oscillation with steady amplitude when equilibrium is reached. When the exciting pulse is stopped, the vibration decays exponentially with time (or linearly with time if plotted out logaritmically).

The decay rate D, in dB/sec, and the logarithmic decrement, Δ, are used to define the material damping,

$$(6) \qquad \eta = 2\nu = \frac{D}{27 \cdot 3 f_n}, \qquad (7) \qquad \Delta = \ln \frac{X_n}{X_{n+1}} \text{ and } \eta = 2\nu = \frac{\Delta}{\pi}.$$

In the case of a slowly decay of the amplitudes, measurements of distant vibration peak values after m periods from the x_n one yield the decay rate Δ_m is determined with the relation :

$$(8) \qquad \Delta_m = \frac{1}{m} \ln \frac{X_n}{X_{n+m}} \text{ and } \eta = 2\nu = \frac{\Delta}{\pi m}.$$

Both methods have been used in practical cases in connection with other particular procedures as : wave propagation method, return shock test, ultrasounds, equivalent viscous damping approach. In general, there are no direct means of determining the modal damping : i.e. the magnitude of damping associated with various vibrational modes. However, it can be determined from the response at the antiresonant frequencies, by using the equations derived by Brann et al. [6].

Damping values in higher modes are also available using peak-quadrature component method, quadrature-response method and Kennedy-Pancu procedures and their modifications, based on the geometry of the theoretical Argand diagram.

4. Conclusive Remarks

Following a number of comparative vibration measurements [3], [5] we have concluded that the precision is higher and the spread of the results is smaller in the first group of methods (the frequency response procedures); there is also the possibility of exactly matching the modal damping magnitudes. However, damping in higher modes is also available in the second group of methods (decay-rate recording), using in this purpose a vibration exciter tuned to higher resonant frequencies. Of course, this is not possible with simple pulse shocks. In this way one can get steady amplitudes in both situations starting from a frequency greater as the expected resonance in the required mode of vibration. Loss factors are available in a reasonable large bandwidth.

Since the internal damping features the dissipative properties of the material, the inelastic and viscoelastic behaviour is better represented at the fiber level, in which case the stress —strain hysteretic curve can yield in a very conclusive manner the direct measure of the loss ratios. In order

to quantify the energy dissipated in a vibration cycle in the nonlinear field, it is necessary to evaluate the hysteretic loop area confined by the ascending and the descending branches, either by planimetration or by integrating the elliptic surface as it is shown in Fig. 3.

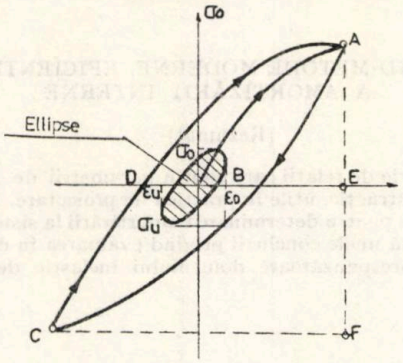


Fig. 3

As regards $\sigma - \varepsilon$ relationships, the hysteretic loop is described by the equation

$$\sigma = \varepsilon E(1+\mathrm{i}\nu). \tag{9}$$

As it is known, the ratio σ/ε in relation (9) is the so-called complex elasticity modulus:

$$\overline{E} = E(1+\mathrm{i}\nu). \tag{10}$$

Taking into acount the notations from Fig. 3, the damping ratios can be easily calculated with the relation:

$$d = 2\nu = \sin\varphi_\delta = \frac{D_{abs}}{\pi \dfrac{\varepsilon_0 - \varepsilon_u}{2} \cdot \dfrac{\sigma_0 - \sigma_u}{2}}, \tag{11}$$

where the values D_{abs}, ε_0, ε_u and respectively σ_0 and σ_u are experimentally established the curve characterizing the hysteretic loop being approximated with an ellipse.

Received, January 22, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics
and
Department of Architecture

REFERENCES

1. Clough Ray W., Penzien J., *Dynamics of Structures.* Mc Graw-Hill, NY, 1975.
2. Hart G., C., Vasudevan R., *Earthquake Design of Buildings Damping.* J. of the Struct. Div., Proc. of the ASCF, **101**, *ST1*, 11–30 (1975).
3. Broch T. J., *Mechanical Vibration and Shock Measurements.* Brüel& Kjaer, Naerum, Denmark, 1972.

4. Teichen K. T., *Über die innere Dämpfung von Beton*. Otto-Graf Institut, Universität Stuttgart, Schriftenreihe Heft *38*, Stuttgart, 1968.
5. Strat L., *Associated Linear Systems with Equivalent Damping*. Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXV (XXIX)**, *1—2*, s. V (1979)
6. Brann R. P., Devney A. J., Robinson C. D., *Harmonic Excitation of a Lightly Damped Multi-degree System*. Bull. of Mech. Engin. Educ., **5**, 95—111 (1966).

UNELE ASPECTE PRIVIND METODE MODERNE, EFICIENTE, DE DETERMINARE A AMORTIZĂRII INTERNE

(Rezumat)

Se trec în revistă o serie de relaţii care conţin parametrii de bază definind amortizarea internă a materialelor de construcţie, utile în practica de proiectare. De asemenea se analizează comparativ metodele utilizate pentru determinarea amortizării la sistemele cu unul şi mai multe grade de libertate. Se prezintă unele concluzii privind evaluarea în diferite moduri de oscilaţie a amortizării histeretice, corespunzătoare domeniului inelastic de comportare a materialului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 693; 697

COMPORTAREA CLĂDIRILOR DE LOCUIT ÎN CONDIȚII DE VARĂ

DE

RODICA SARDINO

1. Introducere

Introducerea pe scară largă a unor noi materiale, structuri și elemente de închidere este condiționată de gradul în care sînt satisfăcute exigențele privind siguranța în exploatare, durabilitatea, economicitatea. Criteriul economicității trebuie însă avut în vedere și prin prisma reducerii consumului de energie în exploatarea clădirilor, concomitent cu satisfacerea exigențelor de confort termic.

Verificarea performanțelor clădirilor în acest domeniu necesită instrumente de calcul corespunzătoare, capabile să permită stabilirea unui parametru esențial al confortului termic — temperatura aerului interior.

În condițiile dificile ale regimului termic nestaționar, o asemenea metodă de calcul, semnalată în literatura de specialitate și dezvoltată și perfecționată prin cercetări proprii [1]...[5], permite: a) stabilirea curbei de variație a temperaturii aerului interior, în perioada de vară și iarnă; b) stabilirea curbei de răcire a unei încăperi, la întreruperea funcționării instalației de încălzire în timpul iernii; c) stabilirea puterii variabile a instalației de încălzire, în perioada de iarnă; d) stabilirea puterii variabile a instalației de condiționare, în perioada de vară.

Metoda poate fi aplicată și în problemele legate de utilizarea energiei solare pentru încălzire, cînd este necesar, de asemenea, să se cunoască răspunsul termic al clădirii în vederea proiectării corespunzătoare atît a construcției cît și a instalațiilor de încălzire adiționale.

Pentru a face abordabilă această metodă de calcul în activitatea de proiectare, s-a întocmit un program de calcul automat, bibliotecat la Centrul de calcul al Institutului politehnic, Iași.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele obținute în studiul comportării, în condiții de vară, a unor clădiri de locuit cu structuri utilizate la noi în țară.

2. Prezentarea structurilor studiate

S-a analizat comportarea termică a următoarelor tipuri de structuri (tabelul 1):

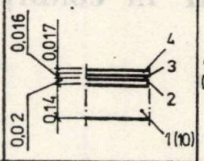
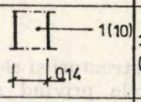
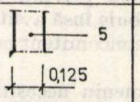
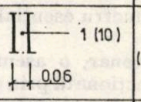
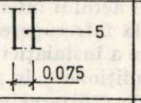
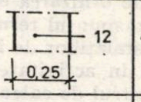
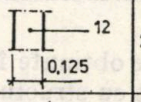
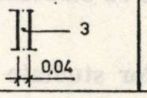
a) Zidărie de cărămidă plină, cu pereți exteriori de 0,375 m, iar cei interiori de 0,25 m și 0,125 m grosime.

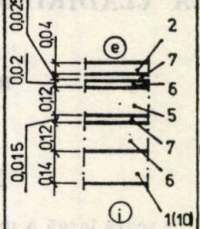
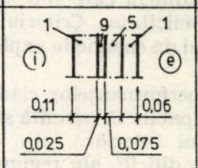
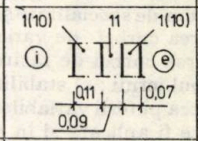
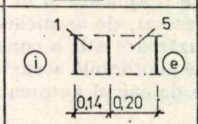
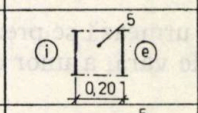
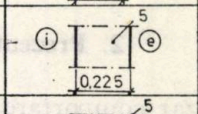
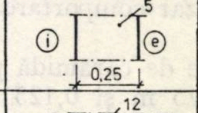
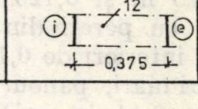
b) Cadre cu pereți din beton celular autoclavizat, cei exteriori de 0,25 m iar cei interiori de 0,125 m și 0,075 m grosime.

c) Panouri mari, panourile exterioare fiind realizate din patru straturi (beton armat — 0,11 m, polistiren expandat — 0,025 m, beton celular autoclavizat — 0,075 m, beton armat — 0,06 m), iar cele interioare din beton armat de 0,14 m și 0,06 m grosime.

Tabelul 1

Structura elementelor de construcţie interioare şi exterioare

Elemente de construcţie interioare			
Soluţia	Denumire element	Alcătuire	Greutate Kg/m²
a. (a')	Planşeu		419 (307)
b. (b')	Perete		364 (252)
c.	Perete		75
d. (d)	Perete		156 (108)
e.	Perete		45
f.	Perete		450
g.	Perete		225
h.	Uşa		

Elemente de construcţie exterioare					
Soluţia	Denumire element	Alcătuire	Greutate Kg/m²	R_o (m²°C/W)	λ (–)
i. (i')	Terasă		776 (664)	1,35 (1,47)	
j.	Perete		488	1,234	47
k. (k')	Perete		477 (333)	2,507 (2,640)	100 (77)
l.	Perete		484	1,189	45
m.	Perete		120	1,120	14
n.	Perete		135	1,239	17
o.	Perete		150	1,358	22
p.	Perete		675	0,637	19

1 Beton armat
2 Nisip
3 Plăci fibro-lemnoase
4 Lemn foioase
5 Beton celular autoclavizat
6 Beton
7 Carton asfaltat şi bitum
8 Mortar ciment
9 Polistiren
10 Beton armat cu granulit
11 Vată minerală
12 Zidărie de cărămidă

d) Panouri mari, panourile exterioare fiind realizate din trei straturi (beton armat — 0,11 m, vată minerală — 0,09 m, beton armat — 0,07 m) iar cele interioare din beton armat de 0,14 m și 0,06 m grosime.

e) Panouri mari, ca mai sus, dar betonul greu este înlocuit prin beton cu granulit.

f) Diafragme din beton armat monolit de 0,14 m grosime, termoizolate cu beton celular autoclavizat și pereți interiori din beton armat, de 0,14 m și 0,06 m grosime.

Pentru toate structurile s-au adoptat aceleași soluții de planșeu și acoperiș terasă și anume :

a) Planșeu cu placă din beton armat greu sau beton armat cu granulit de 0,14 m grosime, nisip — 0,02 m, plăci fibrolemnoase — 0,016 m, parchet — 0,017 m.

b) Acoperiș terasă cu placă din beton armat greu sau beton armat cu granulit de 0,14 m grosime, beton de pantă — 0,12 m, barieră de vapori, termoizolație din beton celular autoclavizat — 0,12 m, șapă mortar — 0,02 m, hidroizolație bituminoasă, nisip — 0,04 m.

S-au avut în vedere două tipuri de încăperi : a) curentă, situată la un nivel curent (situația cea mai avantajoasă) ; b) de colț, situată la ultimul nivel (situația cea mai dezavantajoasă).

Peretele de fațadă are orientarea cea mai dezavantajoasă, V, iar peretele de fronton al încăperilor de colț este orientat spre S.

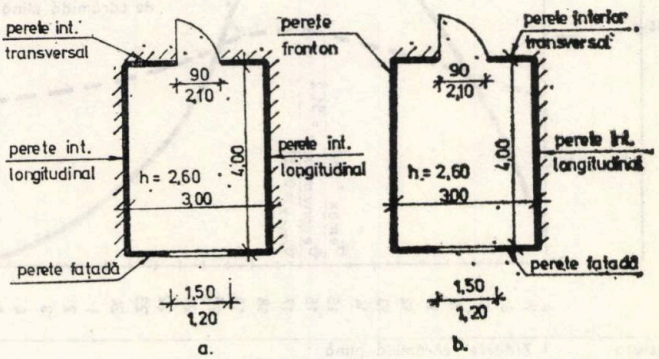


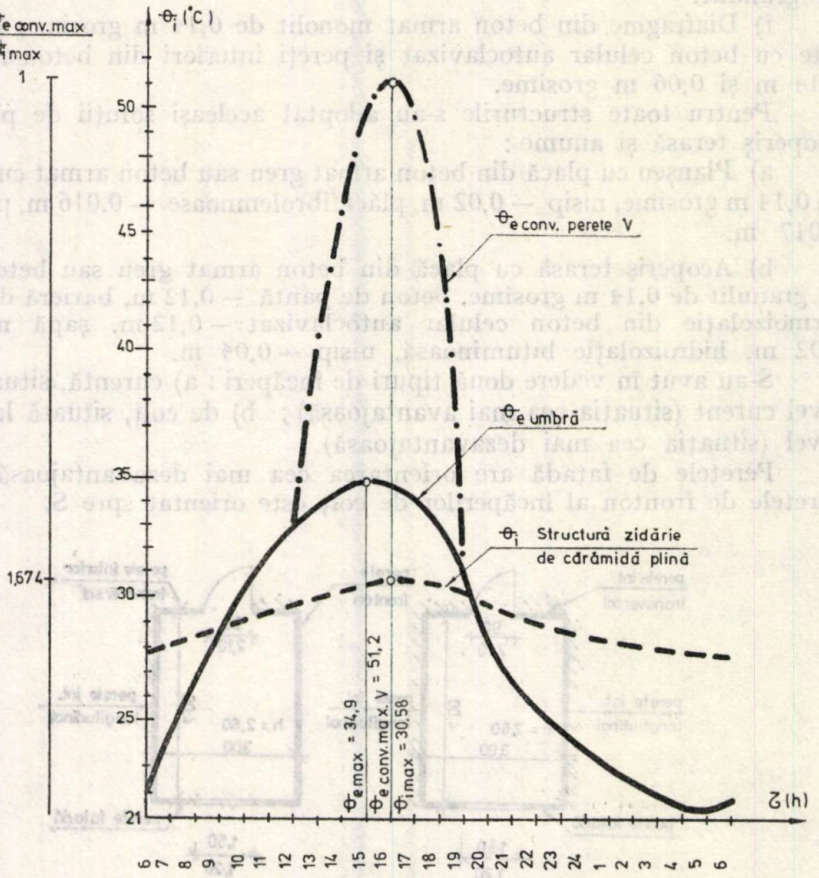
Fig. 1. — Elemente geometrice ale încăperilor studiate : *a* — încăpere curentă, nivel curent. *b* — încăpere de colț, ultimul nivel ;

Pentru toate variantele sînt identice : a) elementele geometrice ale încăperilor (fig. 1) ; b) alcătuirea, elementele geometrice și protecția ferestrelor (ferestre duble, suprafața 1,8 m², protecție exterioară) ; c) ventilația (6 volume/oră) ; d) parametrii climatici exteriori (corespund orașului București, luna iulie, conform STAS 6 648/2-70, *Parametri climatici exteriori* .

S-a considerat că acțiunea termică exterioară este identică zi de zi, pe o perioadă de timp suficientă instalării regimului periodic.

3. Rezultatele cercetării

S-a adoptat drept etalon clădirea cu structura tradiţională, realizată din zidărie de cărămidă plină, celelalte structuri analizîndu-se comparativ cu aceasta.



Structura	Zidărie cărămidă plină			
Tipul încăperii	Curentă — nivel curent			
Orientare	Perete fatada — V			
Elemente de construcţie pline	zid. căr. plină 0,375	zid. căr. plină 0,25	zid. căr. plină 0,125	parchet 0,017; p.f.l. 0,04; nisip; bet. arm. 0,193
	perete fatadă	pereţi int. longitudinali	perete int. transversal	planşee
Fereastră	Suprafaţa — 1,8 m² Protecţie exterioară C = 0,13			
Ventilaţie	6 vol /oră			

Fig. 2. — Temperatura aerului interior; structura — zidărie de cărămidă plină, încăpere curentă, nivel curent.

În fig. 2 şi 3 este prezentată variaţia temperaturii aerului interior într-o încăpere curentă — nivel curent şi respectiv de colţ — ultimul nivel, situată într-o clădire din zidărie de cărămidă plină.

În cazul unei încăperi curente situată la un nivel curent a rezultat că toate structurile, cu excepţia celei din cadre avînd pereţii exteriori şi interiori din beton celular autoclavizat, prezintă o comportare termică mai bună în raport cu clădirea din zidărie de cărămidă plină (fig. 4).

Diferenţa dintre valoarea maximă a temperaturii aerului interior, stabilită într-o clădire din zidărie de cărămidă (soluţia *2*) şi valorile maxime corespunzătoare celorlalte structuri este de : a) 0,09°C — cadre (soluţia *1*) ; b) 0,37°C — panouri mari (panou exterior din beton cu granulit, din trei straturi (soluţia *3*)) ; c) 0,38°C — diafragme (soluţia *4*) ; d) 0,40°C — panouri mari (panou exterior din beton greu, cu patru straturi, (soluţia *5*)); e) 0,58°C — panouri mari (panou exterior din beton greu, cu trei straturi, (soluţia *6*)).

Cea mai bună comportare o prezintă clădirea realizată din panouri mari avînd pereţii exteriori din trei straturi (soluţia *6*). Acest fapt se explică prin rezistenţa la transfer termic, R_0 şi inerţia termică, ν, a peretelui exterior, net superioare celorlalte soluţii (tabelul 1).

Diferenţele sînt însă mici, întrucît importanţa peretelui exterior este relativ redusă, datorită suprafeţei sale mici. Mai importantă este în acest caz contribuţia elementelor de construcţie interioare, identice sau apropiate ca inerţie termică, ceea ce explică şi apropierea valorilor maxime ale temperaturii aerului interior.

Comportarea termică a unei încăperi de colţ, situată la ultimul nivel al unor clădiri cu aceleaşi structuri ca mai sus, este prezentată în fig. 5.

Toate structurile considerate prezintă o comportare termică mai bună decît zidăria de cărămidă.

Diferenţa între valoarea maximă a temperaturii aerului interior, stabilită pentru clădirea din zidărie de cărămidă (soluţia *1*) şi valorile maxime corespunzătoare celorlalte structuri este de : a) 0,40°C — cadre (soluţia *2*); b) 0,89°C — diafragme (soluţia *3*); c) 0,91°C — panouri mari (panou exterior din beton greu cu patru straturi (soluţia *4*)); d) 1,34°C — panouri mari (panou exterior din beton cu granulit din trei straturi (soluţia *5*)); e) 1,40°C — panouri mari (panou exterior din beton greu, cu trei straturi (soluţia *6*)).

Creşterea numărului de pereţi exteriori şi deci şi a suprafeţei acestora determină creşterea importanţei lor, comparativ cu cea a pereţilor interiori, al căror număr şi suprafaţă s-au diminuat.

În acest mod se explică comportarea termică mai bună a clădirii cu structura de rezistenţă din cadre şi pereţi din beton celular autoclavizat, în raport cu cea din zidărie de cărămidă.

Inerţia termică a pereţilor interiori din zidărie de cărămidă, apreciată prin masa lor, este superioară pereţilor din beton celular autoclavizat (tabelul 1). În acelaşi timp, însă, caracteristicile termice R_0 şi ν ale pereţilor exteriori din zidărie de cărămidă sînt inferioare în raport cu cele ale pereţilor din beton celular autoclavizat.

4. Concluzii

Din studiul efectuat se desprind ca măsuri ce trebuie adoptate în scopul asigurării confortului termic în perioada de vară următoarele, mai importante :

1. Realizarea unor elemente de construcție exterioare cu caracteristici termice superioare.

În mod deosebit este necesar a se alege structuri corespunzătoare pentru pereții de fronton și încă și mai mult pentru acoperișul terasă, dată fiind suprafața sa mare precum și durata și valorile cele mai defavorabile ale intensității radiației solare.

2. Alegerea unor elemente de construcție exterioare a căror masă să prezinte valori ridicate. Adoptarea unor planșee masive, din beton armat, soluție curentă pentru clădirile de locuit din țara noastră, reduce importanța pereților interiori, în special atunci cînd numărul și suprafața acestora sînt reduse (încăperi de colț — nivel curent, curente — ultimul nivel și mai ales de colț — ultimul nivel).

Primită la 29 februarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de construcții civile și industriale

BIBLIOGRAFIE

1. Nessi A., *Applications de la méthode des fonctions d'influence à l'étude de la discontinuité de fonctionnement des installations de chauffage des bâtiments habités.* Gauthier-Villars, Paris, 1955.
2. Sardino R., *Stabilirea funcțiilor de influență pentru studiul comportării elementelor de construcție în regim termic nestaționar.* A VI-a sesiune tehnico științifică din Baia Mare, iunie 1979.
3. Sardino R., Ciongradi I., *Stabilitatea termică a încăperilor.* Simpozionul național „Aplicații ale informaticii în proiectarea și cercetarea de construcții", Sibiu, noiembrie 1979.
4. Sardino R., Bogos C., Bulgaru V., *Studii privind stabilirea temperaturii unei incinte în regim termic nestaționar.* Simpozionul național „Interacțiunea construcțiilor cu mediul înconjurător", Iași, octombrie 1978.
5. Focșa V., Sardino R., *Stabilirea temperaturii aerului interior în condiții de regim termic variabil.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXV (XXIX)**, *3—4*, s. V (1979).

VERHALTEN DER WOHNBAUTEN IM SOMMER

(Zusammenfassung)

Die Einführung neuer Baumaterialien, Strukturen und Wandelemente ist durch eine Reihe von Konditionen bedingt, u.z. bezüglich der Sicherheit, Lebensdauer, Energieverbrauch zeits Herstellung und Ausbeutung und des thermischen Komforts.

Man bestimmt als Hauptparameter des thermischen Komforts die Lufttemperatur im Inneren der Wohnbauten neuer Strukturen vergleichsweise mit den klassischen Strukturen der Ziegelbauweise, und stellt eine neue originelle Berechnungsmethode auf Grund eigener Untersuchungen auf.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.9 ; 624.2

MODALITĂŢI PRACTICE DE LUARE ÎN CONSIDERARE ÎN CALCUL A EFECTULUI CONLUCRĂRII CADRELOR TRANSVERSALE LA HALELE INDUSTRIALE

DE

C. ŞERBESCU

1. Introducere

Se disting următoarele tipuri de conlucrare :

1. Conlucrarea cadrelor transversale prin intermediul contravîntuirii orizontale longitudinale de la talpa superioară a fermei în preluarea forţelor provenite din frînarea cărucioarelor podurilor rulante.

2. Conlucrarea stîlpilor de pe un şir longitudinal, prin intermediul contravîntuirii verticale a stîlpilor în preluarea forţelor provenite din frînarea podurilor rulante.

3. Conlucrarea fermelor de acoperiş prin intermediul contravîntuirii verticale a montanţilor fermei (realizată ca o grindă continuă) în preluarea forţelor verticale provenite de la căi de rulare suspendate.

Legăturile dintre elementele structurale plane servesc la asigurarea stabilităţii şi rigidităţii halei cît şi la conlucrarea dintre aceste elemente plane în preluarea încărcărilor.

Conlucrarea spaţială constă în participarea mai multor elemente plane la preluarea încărcării aplicate numai unuia din aceste elemente.

Conlucrarea cea mai importantă şi anume cea a cadrelor transversale în preluarea forţelor din frînarea cărucioarelor podurilor rulante este în esenţă o conlucrare la deplasarea laterală a structurii.

2. Comparaţie între situaţia plană (fără conlucrare) şi situaţia spaţială (cu conlucrare)

Comparaţia este prezentată schematic în fig. 1 şi are în vedere *coeficientul de conlucrare spaţială*, ω_0. În situaţia plană, $\omega_0 = 1$ iar în situaţia spaţială $\omega_0 < 1$; conlucrarea este activă pentru valori reduse ale coeficientului ω_0.

Efectul conlucrării apare în etapa a doua de calcul, forţa H repartizîndu-se unui număr de cadre transversale, fiecărui cadru revenindu-i o forţă $H_i = \omega_i H$ (fig. 2). Din relaţia :

$$H = \omega_0 H + \sum \omega_i H$$

rezultă:

(1) $$\omega_0 = 1 - \sum \omega_i .$$

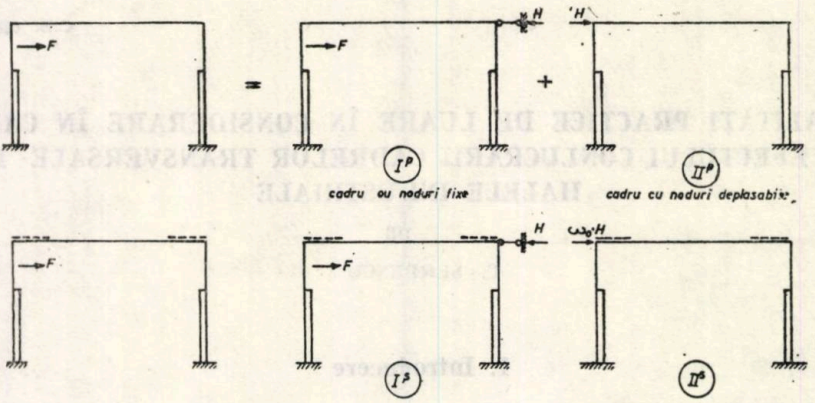


Fig. 1. — Comparație între situația plană (fără conlucrare) și situația spațială (cu conlucrare).

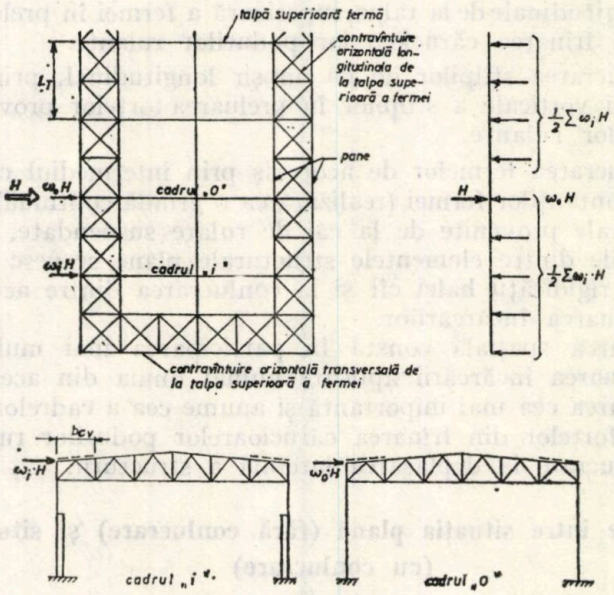


Fig. 2. — Efectul de conlucrare spațială.

Gradul de conlucrare spațială, ρ, se definește ca raport dintre rigiditatea la deplasare a contravîntuirii longitudinale (ξ_c) și rigiditatea la deplasare a cadrului transversal curent (ξ_1).

Rigiditatea la deplasare (ξ_1) a cadrului transversal curent la nivelul legăturii cu contravîntuirea orizontală longitudinală de la talpa superioară

a fermei este egală cu forța care aplicată la acest nivel produce aici o deplasare egală cu unitatea (fig. 3) :

$$\xi_1 = \frac{1}{\Delta_1}. \tag{2}$$

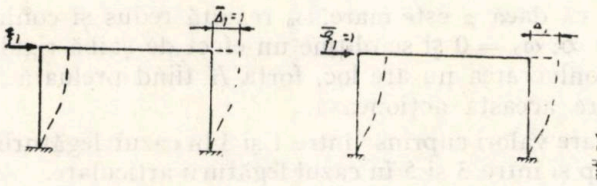


Fig. 3. — Rigiditatea la deplasare a cadrului transversal curent.

Rigiditatea la deplasare (ξ_C) a contravîntuirii orizontale longitudinale de la talpa superioară a fermei este egală cu forța care aplicată la capătul unei console convenționale, cu deschiderea l, produce aici o deplasare egală cu unitatea (fig. 4) :

$$\xi_C = \frac{1}{\Delta_C}, \tag{3}$$

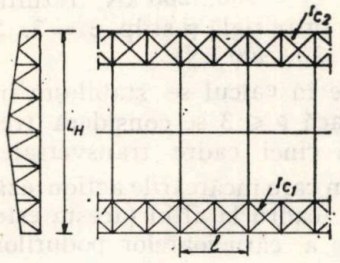


Fig. 4. — Rigiditatea la deplasare a contravîntuirii orizontale longitudinale de la talpa superioară a fermei.

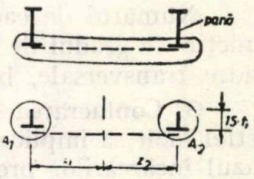


Fig. 5. — Calculul momentului de inerție al contravîntuirii.

în care :

$$\Delta_C = \frac{l^3}{3EI_C}. \tag{4}$$

Momentul de inerție al contravîntuirii (I_C) depinde de numărul de contravîntuiri longitudinale, de aria tălpii inferioare a secțiunii panei și de lățimea contravîntuirii longitudinale (b_{CV} — fig. 5) :

$$I_C = \sum I_{C1}, \tag{5}$$

unde :

$$I_{C1} = 0{,}75\,(A_1 z_1^2 + A_2 z_2^2). \tag{6}$$

Coeficientul 0,75 ține seama de elasticitatea zăbrelelor.

Cunoscînd valorile ξ_1 și ξ_C se poate calcula gradul de conlucrare spațială cu relația :

$$\rho = \frac{\xi_C}{\xi_1} = \frac{\Delta_1}{\Delta_C} = \frac{3EI_C}{l^3}\,\Delta_1. \tag{7}$$

Se observă că dacă ρ este mare, ω_0 rezultă redus și conlucrarea este activă (dacă $\rho = \infty$, $\omega_0 = 0$ și se obține un efect de șaibă rigidă). În cazul $\rho = 0$, $\omega_0 = 1$, conlucrarea nu are loc, forța H fiind preluată în totalitate de cadrul pe care aceasta acționează.

De obicei ρ are valori cuprinse între 1 și 3 în cazul legăturii încastrate dintre riglă și stîlp și între 3 și 5 în cazul legăturii articulate.

3. Observații utile în proiectarea halelor industriale

Pe baza celor prezentate mai sus se impune a se face următoarele observații utile în proiectarea structurilor pentru hale industriale :

1. Efectul de conlucrare este important la hale cu una sau maximum două deschideri.

2. La halele cu deschidere mare, capacitate mare de ridicare a podurilor rulante și regim de lucru greu se recomandă : a) în cazul legăturii încastrate între riglă și stîlp, $\rho = 1...3$ (de unde pentru $\xi_1 = 100...200$ kN rezultă $\xi_C = 100...600$ kN ; b) în cazul legăturii articulate între riglă și stîlp, $\rho = 3...5$ (de unde pentru $\xi_1 = 40...80$ kN rezultă $\xi_C = 120...400$ kN).

Numărul de cadre transversale considerate în calcul se stabilește în funcție de gradul de conlucrare și anume : a) dacă $\rho \leqslant 3$ se consideră trei cadre transversale, b) dacă $\rho > 3$ se consideră cinci cadre transversale.

3. Conlucrarea se produce numai în cazul în care încărcările acționează astfel încît să implice deplasări diferite de la un cadru la altul (acesta este cazul încărcărilor provenite din forța de frînare a cărucioarelor podurilor rulante).

4. Conlucrarea are loc numai dacă contravîntuirea orizontală longitudinală de la talpa superioară a fermei este o grindă cu zăbrele continuă (în acest scop pentru asigurarea unei rigidități sporite, contravîntuirea orizontală longitudinală se leagă de contravîntuirea orizontală transversală, realizîndu-se astfel un cadru orizontal închis cu zăbrele).

5. La halele cu înălțime mare se pot realiza două cadre orizontale cu zăbrele dispuse suprapus și anume la nivelul riglei cadrului și la nivelul grinzilor de frînare.

6. Rigiditatea contravîntuirii orizontale depinde de secțiunea panelor și deci implicit de greutatea învelitorii ; pentru ca pana să contribuie cu întreaga secțiune la rigiditatea contravîntuirii orizontale longitudinale este necesară dispunerea contravîntuirii în planul centrelor de greutate a secțiunii panelor (se recomandă ca panele să fie concepute ca grinzi continue).

7. Obținerea unui efect favorabil de conlucrare din încărcările orizontale provenite din frînarea cărucioarelor podurilor rulante obligă la o anumită

rigiditate a contravîntuirii orizontale longitudinale și deci la o anumită secțiune pentru pane.

8. Luarea în considerare a efectului conlucrării cadrelor transversale la preluarea forțelor orizontale provenite din frînarea cărucioarelor podurilor rulante conduce la importante economii de oțel (consumul suplimentar de oțel introdus în contravîntuirea orizontală longitudinală de talpa superioară a fermei este mult mai mic decît economiile de oțel rezultate la dimensionarea cadrelor transversale).

9. Neevidențierea în calcul a conlucrării spațiale, care în realitate, oricum, se produce, se reflectă în supradimensionarea cadrelor transversale și la subdimensionarea contravîntuirii orizontale longitudinale de la talpa superioară a fermei.

4. Legătura dintre coeficientul și gradul de conlucrare spațială

În vederea stabilirii legăturii dintre coeficientul de conlucrare spațială, ω_0 și gradul de conlucrare spațială, ρ, se asimilează contravîntuirea orizontală longitudinală de la talpa superioară a fermei cu o grindă încărcată cu o forță concentrată (H) și rezemată pe un mediu elastic continuu (fig. 6) ; în calcul se ține seama de faptul că grinda reazemă în realitate numai în anumite puncte și anume pe cadrele transversale.

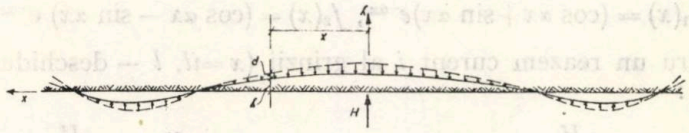


Fig. 6. — Grindă rezemată pe mediu elastic continuu.

Admițînd că între presiunea reactivă (p) exercitată de mediul elastic și săgeată (y) există o legătură liniară prin intermediul coeficientului de tasare (k), stabilit pe cale experimentală, se poate scrie :

$$p = -ky. \tag{8}$$

Ținînd seama de ecuația diferențială la încovoiere :

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = p$$

precum și de relația (8) se obține

$$\frac{d^4y}{dx^4} + 4\alpha^4 y = 0, \tag{9}$$

unde :

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}. \tag{10}$$

Soluţia generală a ecuaţiei (9) este de forma :

$$y = e^{\alpha x}(A \cos \alpha x + B \sin \alpha x) + e^{-\alpha x}(C \cos \alpha x + D \sin \alpha x),$$

A, B, C, D fiind constante de integrare. Acestea se deduc din condiţiile la limită :

a) $x = \infty$, $y = 0$ şi deci $A = B = 0$;

b) $x = 0$, $\frac{dy}{dx} = 0$ şi deci $D = 0$,

c) $x = 0$, $T = -\frac{H}{2}$ şi deci $C = \frac{H}{8\alpha^3 EI}$.

Expresiile săgeţii şi momentului încovoietor într-o secţiune curentă rezultă a fi, în aceste condiţii, de forma

$$(11) \qquad y = \frac{H}{8\alpha^3 EI} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) = \frac{H}{8\alpha^3 EI} f_1(x),$$

$$(12) \qquad M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{H}{4\alpha} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x) = \frac{H}{4\alpha} f_2(x),$$

în care :

$$f_1(x) = (\cos \alpha x + \sin \alpha x) e^{-\alpha x}, \quad f_2(x) = (\cos \alpha x - \sin \alpha x) e^{-\alpha x}.$$

Pentru un reazem curent i al grinzii ($x = il$, l — deschiderea grinzii) se obţine :

$$(13) \qquad y_i = \frac{H}{8\alpha^3 EI} f_1(\alpha il), \qquad (14) \qquad H_i = \frac{y_i}{\Delta_1} = \frac{H}{8\alpha^3 EI \Delta_1} f_1(\alpha il),$$

$$(15) \qquad M_i = \frac{H}{4\alpha} f_2(\alpha il).$$

Pentru reazemul corespunzător secţiunii în care acţionează forţa H ($x = 0$, $i = 0$) rezultă $f_1(\alpha il) = f_2(\alpha il) = 1$ şi deci

$$(16) \qquad y_0 = \frac{H}{8\alpha^3 EI}, \qquad (17) \qquad H_0 = \frac{H}{8\alpha^3 EI \Delta_1}, \qquad (18) \qquad M_0 = \frac{H}{4\alpha}.$$

Notînd :

$$\frac{1}{8\alpha^3 EI \Delta_1} = \omega_0$$

şi ţinînd seama de relaţiile (10) şi :

$$k = \frac{\xi_1}{l} = \frac{1}{\Delta_1 l}$$

se obţine :

(19) $\omega_0 = \frac{\alpha l}{2}$, (20) $H_0 = \omega_0 H$, (21) $M_0 = \frac{Hl}{8\omega_0}$.

Pe de altă parte ținînd seama de (7) rezultă

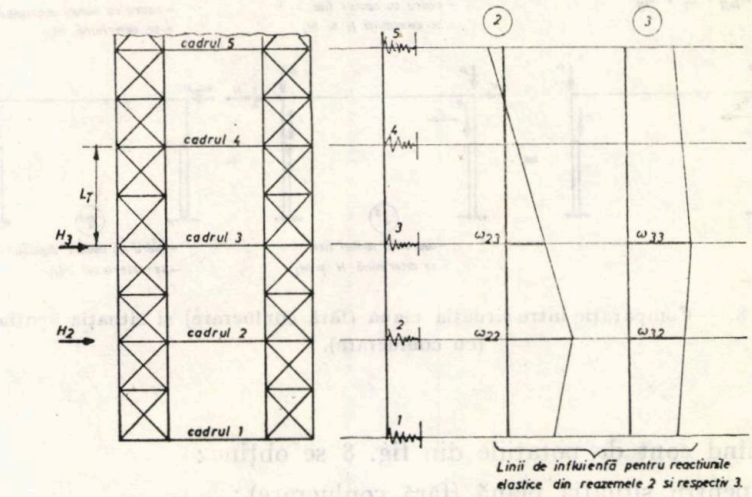
$$\omega_0 = \frac{3}{64\omega_0^3 \rho},$$

de unde se deduce

(22) $$\omega_0 = 0{,}466 \sqrt[4]{\frac{1}{\rho}}.$$

În cazul în care se consideră două cadre transversale (*2* și *3*) încărcate cu forțele H_2 și respectiv H_3 (fig. 7), valorile reacțiilor calculate cu ajutorul liniilor de influență rezultă:

(23) $$H_{02} = \omega_{22} H_2 + \omega_{23} H_3, \quad H_{03} = \omega_{32} H_2 + \omega_{33} H_3.$$



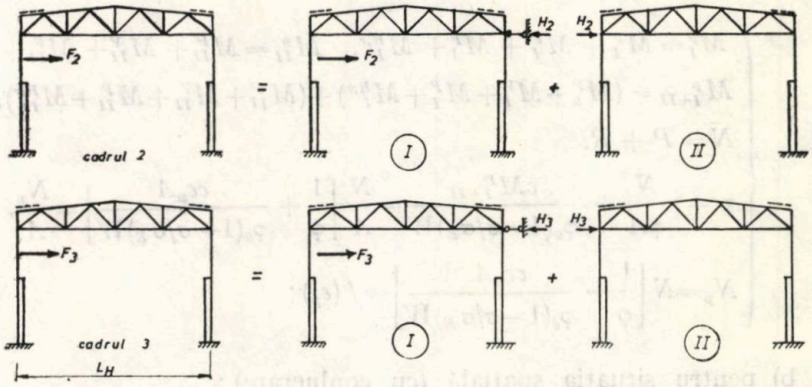


Fig. 7. — Efectul de conlucrare în cazul în care există două cadre transversale încărcate.

5. Evaluarea avantajului obţinut prin conlucrarea spaţială

Avantajul obţinut prin conlucrarea spaţială a cadrelor transversale poate fi pus în evidenţă prin intermediul comparaţiei forţelor axiale echivalente $\bar{N}$, corespunzătoare situaţiei plane (fără conlucrare) şi respectiv situaţiei spaţiale (cu conlucrare).

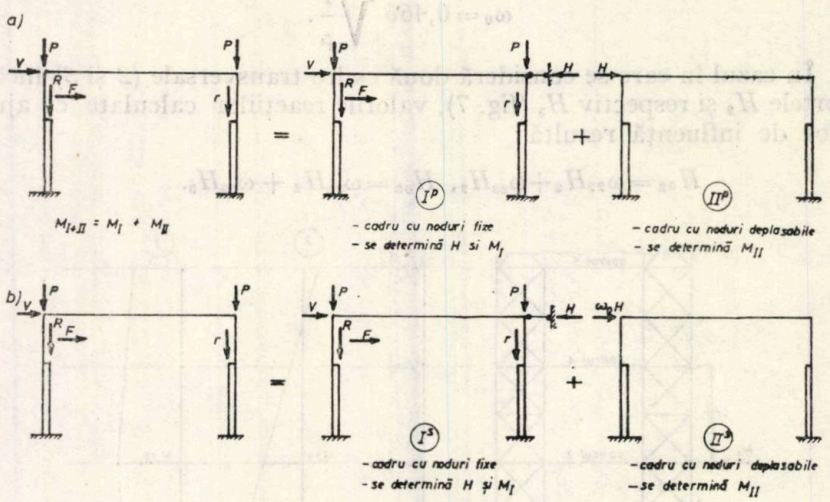


Fig. 8. — Comparaţie între situaţia plană (fără conlucrare) şi situaţia spaţială (cu conlucrare).

Ţinînd cont de notaţiile din fig. 8 se obţine:

a) pentru situaţia plană (fără conlucrare):

$$
(24)\quad
\begin{cases}
M_I^p = M_I^P + M_I^V + M_I^F + M_I^{R,r}, \quad M_{II}^p = M_{II}^P + M_{II}^V + M_{II}^F + M_{II}^{R,r}, \\
M_{I+II}^p = (M_I^P + M_I^V + M_I^F + M_I^{R,r}) + (M_{II}^P + M_{II}^V + M_{II}^F + M_{II}^{R,r}), \\
N = P + R, \\
\tau = \dfrac{N}{\varphi A} + \dfrac{cM_{I+II}^P}{\varphi_g(1-\sigma/\sigma_E)W} = \dfrac{N}{A}\left[\dfrac{1}{\varphi} + \dfrac{ce_pA}{\varphi_g(1-\sigma/\sigma_E)W}\right] = \dfrac{\bar{N}_p}{A}, \\
\bar{N}_p = N\left[\dfrac{1}{\varphi} + \dfrac{ce_pA}{\varphi_g(1-\sigma/\sigma_E)W}\right] = f(e_p);
\end{cases}
$$

b) pentru situaţia spaţială (cu conlucrare):

$$
(25)\quad \begin{cases} M_I^s = M_I^P + M_I^V + M_I^F + M_I^{R,r} = M_I^P, \\ M_{II}^s = M_{II}^P + M_{II}^V + \omega_0 (M_{II}^F + M_{II}^{R,r}) < M_{II}^P, \\ M_{I+II}^s = (M_I^P + M_I^V + M_I^F + M_I^{R,r}) + \\ \qquad + [M_{II}^P + M_{II}^V + \omega_0 (M_{II}^F + M_{II}^{R,r})] < M_{I+II}^p, \\ N = P + R, \quad \bar{N}_s = N\left[\dfrac{1}{\varphi} + \dfrac{c e_s A}{\varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W}\right] = f(e_s) < \bar{N}_p. \end{cases}
$$

Avantajul obținut prin conlucrarea spațială a cadrelor transversale se exprimă prin indicele :

$$
(26)\quad \beta = \frac{\bar{N}_p - \bar{N}_s}{\bar{N}_p} \cdot 100\ \%.
$$

6. Modalități practice de luare în considerare a conlucrării spațiale

O primă modalitate practică de calcul, care ia în considerare efectul conlucrării spațiale a cadrelor transversale, cuprinde, în ordine, următoarele etape :

1° Se determină N, M_{II}^P H, Δ_1 și se dimensionează stîlpul cel mai solicitat.

2° Se determină M_{II}^P și se calculează ω_0 impunînd condițiile :

$$
\sigma_s = \frac{N}{\varphi A} + \frac{c M_{I+II}^p}{\varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W} = \frac{N}{\varphi A} + \frac{c (M_I^P + M_I^V + M_I^F + M_I^{R,r})}{\varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W} + \frac{c (M_{II}^P + M_{II}^V)}{\varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W} + \frac{c \omega_0 (M_{II}^F + M_{II}^{R,r})}{\varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W} \leqslant R
$$

și

$$
\frac{c \omega_0 (M_{II}^F + M_{II}^{R,r})}{\varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W} \leqslant \mu R, \quad \text{(se poate admite } \mu = 0{,}03),
$$

de unde rezultă :

$$
\omega_0 = \frac{\mu R \varphi_g (1 - \sigma/\sigma_E) W}{c (M_{II}^F + M_{II}^{R,r})}.
$$

3° Se calculează în ordine : $\rho = (0{,}466/\omega_0)^4$, M_0 și $I_C = l^3 \rho/(3E\Delta_1)$ și se dimensionează contravîntuirea orizontală longitudinală a fermei.

O a doua modalitate practică de calcul cuprinde următoarele etape :

1° Se impune ρ_0 (pentru legătura încastrată riglă—stîlp, $\rho_0 = 1...3$, pentru legătura articulată riglă—stîlp, $\rho_0 = 3...5$).

2° Se calculează $\omega_0 = 0{,}466/\sqrt[4]{\rho_0}$ și se determină H_0 și M_0.

3° Se dimensionează stîlpul cadrului transversal (determinîndu-se I_s) și contravîntuirea orizontală a tălpii fermei (determinîndu-se I_C).

4° Se calculează Δ_C, Δ_1, $\rho = \Delta_1/\Delta_C$ și se compară ρ_1 cu ρ_0 (se repetă calculul pînă cînd $\rho_{i+1} \approx \rho_i$).

Primită la 21 martie 1980

Institutul politehnic, Iași
Catedra de construcții civile și industriale

BIBLIOGRAFIE

1. Dalban C. ș.a., *Construcții metalice*. EDP, Buc., 1976.
2. Georgescu D., *Construcții cu structură metalică*. Inst. constr., Buc., 1975.
3. Popescu V. ș.a., *Comportarea spațială a halelor industriale cu structură metalică*. Ed. Tehn., Buc., 1972.
4. Șerbescu C., *Construcții metalice*. Inst. polit., Iași, 1979.
5. *** STAS 10 108/0-78.

PRACTICAL METHODS TO EVALUATE THE SPACE-INTERCONNECTION EFFECT FOR THE INDUSTRIAL STEEL STRUCTURES TRANSVERSAL FRAMES

(Summary)

Is presented, in an unitary way, the problem of the space-interconnection of the structural elements for the industrial steel constructions. Also are formulated some remarks regarding the design of steel structures to emphasize the obtained advantage due to the space-interconnection according to the new Romanian standard for the steel structures design (STAS 10 108/10-78) and to take some practical methods for the space-interconnection consideration

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII ARHITECTURĂ

C.Z. 526

O METODĂ ANALITICĂ DE STEREOTRIANGULAȚIE ÎN DOMENIUL DISTANȚELOR FINITE

II. AUTOCALIBRAREA PARȚIALĂ ȘI TOTALĂ A CAMERELOR

DE

IULIAN BARBĂLATĂ

1. Introducere

Într-o lucrare precedentă [6] s-a prezentat modelul matematic de stereotriangulație în domeniul distanțelor finite, cu ajutorul unor metode analitice, prin care sînt compensate simultan, utilizînd metoda celor mai mici pătrate (MCMMP), atît parametrii de transformare proiectivă (PTP), cît și coordonatele spațiale ale punctelor unei rețele de control relative (PRC), folosind parametrii de orientare interioară parțial calibrați.

În acest scop s-au folosit metodele proiective (DLT) cu 11 PTP și elementele de orientare interioară x_p, y_p, c, precalibrate. O caracteristică esențială a metodei constă în eliminarea totală a unei rețele de puncte de control absolute (PCA), optîndu-se pentru utilizarea maximă a informației fotogrametrice. În acest scop s-au considerat observațiile fotogrametrice furnizate de minimum trei stații de stereotriangulație, în care axele camerelor sînt foarte convergente, iar fotogramele au acoperire de 100% [5], [11], [23].

Dezvoltînd în continuare această metodă, modelul matematic proiectiv de stereotriangulație a fost extins pentru a modela diferențiat toți parametrii de orientare interioară, inclusiv parametrii de distorsiune radială simetrică și parametrii distorsiunii de descentrare [1], [8], [12].

2. Calibrarea parțială a camerelor

În această ipoteză se consideră necunoscute elementele de orientare interioară x_p, y_p, c, [14], [16], precum și coordonatele punctelor de control, X_j, Y_j, Z_j. Conform modelului matematic proiectiv dezvoltat în [6], ecuațiile de bază ale transformării liniare directe (DLT) sînt exprimate de relațiile:

$$(2.1)\qquad x_{ij}=\frac{a_1^iX_j+a_2^iY_j+a_3^iZ_j+a_4^i}{a_9^iX_j+a_{10}^iY_j+a_{11}^iZ_j+1},\quad y_{ij}=\frac{a_5^iX_j+a_6^iY_j+a_7^iZ_j+a_8^i}{a_9^iX_j+a_{10}^iY_j+a_{11}^iZ_j+1},$$

în care:

$$(2.2)\qquad \begin{cases} \text{a) } a_1^i=-(x_pD+cA)_i/V_i,\ a_2^i=-(x_pE+cB)_i/V_i,\ a_3^i=-(x_pF+cC)_i/V_i;\\ \text{b) } a_4^i=-a_1^iX_i^c-a_2^iY_i^c-a_3^iZ_i^c;\\ \text{c) } a_5^i=-(y_pD+cA')_i/V_i,\ a_6^i=-(y_pE+cB')_i/V_i,\ a_7^i=-(y_pF+cC')_i/V_i;\\ \text{d) } a_8^i=-a_5^iX_i^c-a_6^iY_i^c-a_7^iZ_i^c;\\ \text{e) } a_9^i=-D_i/V_i,\ a_{10}^i=-E_i/V_i,\ a_{11}^i=-F_i/V_i; \end{cases}$$

x_{ij}, y_{ij} — coordonatele imagine ale PRC înregistrate în stația i, pentru punctul j, reduse la centrul fotogramei și corectate de erorile sistematice ale comparatorului ($i=1, 2, ..., m$; $j=1, 2, ..., n$) ; X_j, Y_j, Z_j – coordonatele în spațiul obiect a PRC.

Conform notațiilor folosite în [6], elementele orientării interioare ale camerei din stația i sînt specificate de : x_{pi} , y_{pi} — coordonatele punctului principal, c_i — distanța principală, iar elementele orientării exterioare sînt exprimate de :

$$T_i = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ D & E & F \end{bmatrix}_i \tag{2.3}$$

— matricea de rotație, ale cărei elemente, pentru cazul fotogramelor terestre negative, sînt :

$$T_i = \begin{bmatrix} -\cos\alpha\cos\varkappa - \sin\alpha\sin\omega\sin\varkappa & \sin\alpha\cos\varkappa - \cos\alpha\sin\omega\sin\varkappa & \cos\omega\sin\varkappa \\ \cos\alpha\sin\varkappa - \sin\alpha\sin\omega\cos\varkappa & -\sin\alpha\sin\varkappa - \cos\alpha\sin\omega\cos\varkappa & \cos\omega\cos\varkappa \\ \sin\alpha\cos\omega & \cos\alpha\cos\omega & \sin\omega \end{bmatrix}_i .$$

X_i^c, Y_i^c, Z_i^c — coordonatele în spațiul obiect ale centrului de proiecție.

Relațiile (2.2) conduc la forma matricială :

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & 1 \end{bmatrix}_i = \frac{1}{V_i} \begin{bmatrix} -x_pD - cA & -x_pE - cB & -x_pF - cC & R \\ -y_pD - cA' & -y_pE - cB' & -y_pF - cC' & S \\ -D & -E & -F & V \end{bmatrix}_i , \tag{2.4}$$

în care :

$$\begin{cases} R_i = (x_pD + cA)_i X_i^c + (x_pE + cB)_i Y_i^c + (x_pF + cC)_i Z_i^c , \\ S_i = (y_pD + cA')_i X_i^c + (y_pE + cB')_i Y_i^c + (y_pF + cC')_i Z_i^c , \\ V_i = (DX^c + EY^c + FZ^c)_i . \end{cases} \tag{2.5}$$

Din ultimele trei relații ale expresiilor (2.2 e), folosind condiția de ortogonalitate a matricei de rotație T_i, respectiv $(D^2+E^2+F^2)_i = 1$, rezultă :

$$D_i = (-a_9 / \sqrt{a_9^2 + a_{10}^2 + a_{11}^2})_i , \quad E_i = (-a_{10} / \sqrt{a_9^2 + a_{10}^2 + a_{11}^2})_i , \tag{2.6}$$
$$F_i = (-a_{11} / \sqrt{a_9^2 + a_{10}^2 + a_{11}^2})_i .$$

De asemenea, din relațiile a) și c) ale expresiilor (2.2), rezultă :

$$\begin{cases} x_{pi} = -(cA + a_1V)_i / D_i = -(cB + a_2V)_i / E_i = -(cC + a_3V)_i / F_i , \\ y_{pi} = -(cA' + a_5V_i) / D_i = -(cB' + a_6V)_i / E_i = -(cC' + a_7V)_i / F_i , \end{cases} \tag{2.7}$$

sau după transformări :

$$\begin{cases} c_i(AE - BD)_i = V_i(a_2D - a_1E)_i , & c_i(A'E - B'D)_i = V_i(a_6D - a_5E)_i , \\ c_i(AF - CD)_i = V_i(a_3D - a_1F)_i , & c_i(A'F - C'D)_i = V_i(a_7D - a_5F)_i , \\ c_i(BF - CE)_i = V_i(a_3E - a_2F)_i , & c_i(B'F - C'E)_i = V_i(a_7E - a_6F)_i , \end{cases} \tag{2.8}$$

care la rîndul lor, conduc la :

$$(2.9)\quad \begin{cases} \left(\frac{AE-BD}{AF-CD}\right)_i=\left(\frac{a_2D-a_1E}{a_3D-a_1F}\right)_i=\left(\frac{U_1}{U_2}\right)_i, \left(\frac{A'E-B'D}{A'F-C'D}\right)_i=\left(\frac{a_6D-a_5E}{a_7D-a_5F}\right)_i=\left(\frac{U_4}{U_5}\right)_i, \\ \left(\frac{AE-BD}{BF-CE}\right)_i=\left(\frac{a_2D-a_1E}{a_3E-a_2F}\right)_i=\left(\frac{U_1}{U_3}\right)_i, \left(\frac{A'E-B'D}{B'F-C'E}\right)_i=\left(\frac{a_6D-a_5E}{a_7E-a_6F}\right)_i=\left(\frac{U_4}{U_6}\right)_i, \\ \left(\frac{AF-CD}{BF-CE}\right)_i=\left(\frac{a_3D-a_1F}{a_3E-a_2F}\right)_i=\left(\frac{U_2}{U_3}\right)_i, \left(\frac{A'F-C'D}{B'F-C'E}\right)_i=\left(\frac{a_7D-a_5F}{a_7E-a_6F}\right)_i=\left(\frac{U_5}{U_6}\right)_i. \end{cases}$$

Avînd în vedere că fiecare element al matricii ortogonale T_i este echivalent cu cofactorul său, iar suma pătratelor elementelor componente ale unei linii sau coloane este egală cu unitatea, rezultă :

$$(2.10)\quad \begin{cases} A_i=(U_6/U)_i,\ B_i=(-U_5/U)_i,\ C_i=(U_4/U)_i, \\ A'_i=(-U_3/U')_i,\ B'_i=(U_2/U')_i,\ C'_i=(-U_1/U')_i, \end{cases}$$

în care :

$$U_i=\sqrt{(U_4^2+U_5^2+U_6^2)_i},\ U'_i=\sqrt{(U_1^2+U_2^2+U_3^2)_i}$$

Relațiile b), d), e) din (2.2), asociate cu (2.6), conduc la :

$$V_i=1/\sqrt{(a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2)_i}=1/W_i,\ W_i=\sqrt{(a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2)_i}$$

și la sistemul de trei ecuații :

$$(2.11)\quad \begin{cases} (a_1X^c+a_2Y^c+a_3Z^c+a_4)_i=0, \\ (a_5X^c+a_6Y^c+a_7Z^c+a_8)_i=0, \\ (a_9X^c+a_{10}Y^c+a_{11}Z^c+1)_i=0 \end{cases} \quad \text{sau} \quad (2.12)\quad \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_5 & a_6 & a_7 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} -a_4 \\ -a_8 \\ -1 \end{bmatrix}_i,$$

ale cărui soluții X_i^c, Y_i^c, Z_i^c reprezintă coordonatele centrului de proiecție al camerei din stația i, cu condiția ca sistemul de coordonate și punctele de control să fie alese astfel încît să fie eliminată singularitatea matricii coeficienților sistemului [13].

Avînd în vedere că elementele matricii de rotație T_i sînt exprimate prin relațiile (2.10), rezultă din (2.8) :

$$(2.13)\quad \begin{cases} c_i=-(U_1V/C')_i=(U_2V/B')_i=-(U_3V/A')_i, \\ c_i=(U_4V/C)_i=-(U_5V/B)_i=(U_6V/A)_i. \end{cases}$$

Expresiile finale ale distanței principale, calculate în funcție de parametrii de transformare proiectivă, sînt :

$$(2.14)\quad c_i=U'_iV_i=\sqrt{\left(\frac{U_1^2+U_2^2+U_3^2}{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}\right)_i},\ c_i=U_iV_i=\sqrt{\left(\frac{U_4^2+U_5^2+U_6^2}{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}\right)_i}.$$

Asociind relațiile (2.7) cu (2.10), rezultă pentru coordonatele punctului principal expresiile :

$$(2.15)\quad x_{p_i}=\frac{(a_1+a_2+a_3)_i+(U_4-U_5+U_6)_i}{(a_9+a_{10}+a_{11})_i},\ y_{p_i}=\frac{(a_5+a_6+a_7)_i+(-U_1+U_2-U_3)_i}{(a_9+a_{10}+a_{11})_i}.$$

Deoarece cei 11 PTP din (2.4) sînt definiți de 9 parametri strict independenți $(x_p, y_p, c, ..., X^c, Y^c, Z^c)_i$, pentru a obține o soluție exactă, care să includă și operația de calibrare parțială, sînt necesare suplimentar două ecuații de constrîngere a PTP. Aceste ecuații rezultă din condițiile de ortogonalitate ale matricii de rotație T_i, pe baza relațiilor (2.2) și sînt exprimate de funcțiile [7] :

$$(2.16) \qquad F_1^i = [Q_1 - Q_2 + (Q_5^2 - Q_4^2)/Q_3]_i = 0, \quad F_2^i = [Q_6 - Q_4 Q_5/Q_3]_i = 0,$$

în care :

$$\begin{cases} Q_1^i = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)_i \ , & Q_4^i = (a_1 a_9 + a_2 a_{10} + a_3 a_{11})_i, \\ Q_2^i = (a_5^2 + a_6^2 + a_7^2)_i \ , & Q_5^i = (a_5 a_9 + a_6 a_{10} + a_7 a_{11})_i, \\ Q_3 = (a_9^2 + a_{10}^2 + a_{11}^2)_i, & Q_6^i = (a_1 a_5 + a_2 a_6 + a_3 a_7)_i. \end{cases}$$

Modelul de erori generat din ecuațiile (2.1) conține ca necunoscute supuse compensării simultane următorii parametri: a) parametrii de transformare proiectivă $(a_1, a_2, a_3, ..., a_{11})_i$, b) coordonatele spațiale X_j, Y_j, Z_j ale unui număr de puncte relative de control, uniform distribuite, necesare calibrării parțiale, $(n \geqslant 6)$.

Elementele ce se etalonează sînt coordonatele punctului principal, x_p, y_p și distanța principală, c. Acest model este exprimat de setul de ecuații de condiție și de constrîngere liniarizate [15] :

$$(2.17) \qquad \underset{(2mn\times 1)}{\begin{bmatrix} v \\ \mathring{v} \\ (2m\times 1) \end{bmatrix}} + \underset{(2mn\times 11m)\ (2mn\times 3n)}{\begin{bmatrix} B & D \\ \mathring{B} & 0 \\ (2m\times 11 \end{bmatrix}} \underset{(11m\times 1)}{\begin{bmatrix} \Delta \\ \bar{\Delta} \\ (3n\times 1) \end{bmatrix}} = \underset{(2mn\times 1)}{\begin{bmatrix} E \\ G \\ (2m\times 1) \end{bmatrix}}.$$

Elementele componente ale sistemului (2.17) au semnificațiile specificate în [6], exceptînd ecuațiile de constrîngere, care în această ipoteză conțin numai două ecuații, generate de funcțiile (2.16) pentru fiecare stație de stereotriangulație i, $(i = 1, 2, ..., m)$.

Conform procedurii curente, în baza sistemului de ecuații (2.17), aplicînd MCMMP, rezultă următorul sistem de ecuații normale [9], [10] :

$$(2.18) \qquad \begin{bmatrix} \underset{(11m\times 11m)}{N} + \underset{(11m\times 11m)}{\mathring{N}} & \underset{(11m\times 3n)}{\hat{N}} \\ \underset{(3n\times 11m)}{\hat{N}^T} & \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{(11m\times 1)}{\Delta} \\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{(11m\times 1)}{C} + \underset{(11m\times 1)}{\mathring{C}} \\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}} \end{bmatrix},$$

ale cărui soluții sînt reprezentate de vectorii:

$$(2.19) \qquad \begin{cases} \underset{(11m\times 1)}{\Delta} = \underset{(11m\times 11m)}{\left[N + \mathring{N}\right.} - \underset{(11m\times 3n)}{\hat{N}} \ \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \ \underset{(3n\times 11m)}{\left.\hat{N}^T\right]^{-1}} \left[\underset{(11m\times 1)}{C + \mathring{C}} \ -\underset{(11m\times 3n)}{\hat{N}} \ \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \ \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}}\right], \\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}} = \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \ \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}} \ - \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}} \ \underset{(3n\times 11m)}{\hat{N}^T} \ \underset{(11m\times 1)}{\Delta}. \end{cases}$$

Se continuă procesul de iterație pînă cînd nu mai rezultă îmbunătățiri semnificative. La sfîrșitul acestui proces se obțin valorile compensate ale coordonatelor PRC și valorile compensate ale PTP. Deoarece scopul

principal al modelului dezvoltat constă în calibrarea parțială a camerelor, urmează a se evalua, pe baza PTP compensați, elementele de orientare interioară x_p, y_p, c, folosind relațiile (2.14) și (2.15). În cazul preluării fotogramelor cu aceeași cameră din trei sau mai multe stații de stereotriangulație, valorile parametrilor de orientare interioară pot fi mediate, cu condiția ca punctele imagine ale PRC să fie uniform distribuite în cîmpul fiecărei fotograme [2], [11]. Totodată, folosind relațiile (2.6), (2.10) și respectiv (2.12) se pot determina adițional și elementele unghiulare și de translație ale orientării exterioare.

Etapele de calcul pot fi sintetizate astfel:

1° Calculul elementelor liniei a treia a matricii de rotație T_i:

$$(2.20)\qquad D_i=-[a_9/\sqrt{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}]_i,\quad E_i=-[a_{10}/\sqrt{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}]_i,$$
$$F_i=-[a_{11}/\sqrt{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}]_i.$$

2° Calculul auxiliarilor U_1^i, U_2^i, ..., U_6^i și respectiv U_i', U_i, W_i:

$$(2.21)\qquad \begin{cases} U_1^i=(a_2D-a_1E)_i, & U_4^i=(a_6D-a_5E)_i,\\ U_2^i=(a_3D-a_1F)_i, & U_5^i=(a_7D-a_5F)_i,\\ U_3^i=(a_3E-a_2F)_i, & U_6^i=(a_7E-a_6F)_i,\\ U_i'=\sqrt{(U_1^2+U_2^2+U_3^2)_i},\ U_i=\sqrt{(U_4^2+U_5^2+U_6^2)_i},\ W_i=\sqrt{(a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2)_i}, \end{cases}$$

3° Calculul elementelor de orientare interioară:

a) Distanța principală:

$$(2.22)\qquad c_i=\sqrt{\frac{(U_1^2+U_2^2+U_3^2)_i}{(a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2)_i}}=\frac{U_i'}{W_i};\quad c_i=\sqrt{\frac{(U_4^2+U_5^2+U_6^2)_i}{(a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2)_i}}=\frac{U_i}{W_i}.$$

b) Coordonatele punctului principal:

$$x_{p_i}=\frac{(a_1+a_2+a_3)_i+(U_4-U_5+U_6)_i}{(a_9+a_{10}+a_{11})_i},\quad y_{p_i}=\frac{(a_5+a_6+a_7)_i+(-U_1+U_2-U_3)_i}{(a_9+a_{10}+a_{11})_i}.$$

4° Calculul elementelor de orientare exterioară:

a) Elementele de translație, respectiv coordonatele centrelor de proiecție:

$$(2.23)\qquad \begin{bmatrix} X^c\\ Y^c\\ Z^c \end{bmatrix}_i=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3\\ a_5 & a_6 & a_7\\ a_9 & a_{10} & a_{11} \end{bmatrix}_i^{-1}\begin{bmatrix} -a_4\\ -a_8\\ -1 \end{bmatrix}_i.$$

b) Elementele de rotație, respectiv matricile ortogonale T_i:

$$T_i=\begin{bmatrix} A & B & C\\ A' & B' & C'\\ D & E & F \end{bmatrix}_i=\begin{bmatrix} U_6/U & -U_5/U & U_4/U\\ -U_3/U' & U_2/U' & -U_1/U'\\ -a_9/W & -a_{10}/W & -a_{11}/W \end{bmatrix}_i.$$

3. Calibrarea totală a camerelor

În această ipoteză se consideră necunoscute elementele de orientare interioară şi anume: coordonatele punctului principal x_{p_i}, y_{p_i}, distanţa principală c_i, coeficienţii de distorsiune radială simetrică $(K_1, K_2, K_3)_i$, coeficienţii distorsiunii de descentrare $(P_1, P_2)_i$ precum şi coordonatele punctelor relative de control (PRC), X_j, Y_j, Z_j, $(i=1, 2, ..., m\ ;\ j=1, 2, ..., n)$.

Ecuaţiile de bază de coliniarităte, extinse pentru a încorpora şi coeficienţii de distorsiune radială simetrică şi coeficienţii distorsiunii de descentrare, sînt exprimate de relaţiile [10]:

$$(3.1)\quad \hat{x}_{ij}=c_i\frac{A_i\Delta X_{ij}+B_i\Delta Y_{ij}+C_i\Delta Z_{ij}}{D_i\Delta X_{ij}+E_i\Delta Y_{ij}+F_i\Delta Z_{ij}},\qquad \hat{y}_{ij}=c_i\frac{A_i'\Delta X_{ij}+B_i'\Delta Y_{ij}+C_i'\Delta Z_{ij}}{D_i\Delta X_{ij}+E_i\Delta Y_{ij}+F_i\Delta Z_{ij}},$$

în care:

$$(3.2)\quad \begin{cases} \Delta X_{ij}=X_j-X_i^c,\ \Delta Y_{ij}=Y_j-Y_i^c,\ \Delta Z_{ij}=Z_j-Z_i^c\ ; \\ \hat{x}_{ij}=\bar{x}_{ij}+\bar{x}_{ij}[(K_1)_i^0\bar{r}_{ij}^2+(K_2)_i^0\bar{r}_{ij}^4+(K_3)_i^0\bar{r}_{ij}^6+...]+(\bar{r}_{ij}^2+2\bar{x}_{ij}^2)(P_1)_i^0+ \\ \qquad\qquad +2\bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij}(P_2)_i^0, \\ \hat{y}_{ij}=\bar{y}_{ij}+\bar{y}_{ij}[(K_1)_i^0\bar{r}_{ij}^2+(K_2)_i^0\bar{r}_{ij}^4+(K_3)_i^0\bar{r}_{ij}^6+...]+2\bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij}(P_1)_i^0+ \\ \qquad\qquad +(\bar{r}_{ij}^2+2\bar{y}_{ij}^2)(P_2)_i^0, \end{cases}$$

unde: $\hat{x}_{ij}$, $\hat{y}_{ij}$ — coordonatele imagine reduse la punctul principal de coordonate x_{p_i}, y_{p_i} şi corectate de erorile sistematice generate de distorsiunea radială simetrică şi distorsiunea de descentrare; x_{ij}, y_{ij} — coordonatele imagine ale PRC, reduse la centrul fotogramei i şi corectate de erorile sistematice ale comparatorului; $\bar{x}_{ij}$, $\bar{y}_{ij}$ — coordonatele imagine reduse la punctul principal, exprimate de relaţiile:

$$(3.3)\quad \bar{x}_{ij}=x_{ij}-x_{p_i},\qquad \bar{y}_{ij}=y_{ij}-y_{p_i},\qquad \bar{r}_{ij}=\sqrt{(x_{ij}-x_{p_i})^2+(y_{ij}-y_{p_i})^2}.$$

Substituind primii termeni din expresiile (3.2) cu relaţiile corespunzătoare din (3.3) şi avînd în vedere relaţiile echivalente (2.1) în care coordonatele x_{p_i}, y_{p_i} ale punctului principal sînt încorporate în PTP, rezultă că ecuaţiile (3.1) pot fi substituite cu relaţiile proiective corespunzătoare:

$$(3.4)\quad x_{ij}+\Delta x_{ij}=\frac{a_1^iX_j+a_2^iY_j+a_3^iZ_j+a_4^i}{a_9X_j+a_{10}Y_j+a_{11}Z_j+1},\ y_{ij}+\Delta y_{ij}=\frac{a_5^iX_j+a_6^iY_j+a_7^iZ_j+a_8^i}{a_9X_j+a_{10}Y_j+a_{11}Z_j+1}.$$

Notînd corecţiile coordonatelor imagine generate de distorsiunea radială simetrică, cumulată cu distorsiunea de descentrare, prin Δx_{ij}, Δy_{ij}, respectiv:

$$(3.5)\quad \begin{cases} \Delta x_{ij}=\bar{x}_{ij}[(K_1)_i^0\bar{r}_{ij}^2+(K_2)_i^0\bar{r}_{ij}^4+(K_3)_i^0\bar{r}_{ij}^6+...]+(\bar{r}_{ij}^2+2\bar{x}_{ij}^2)(P_1)_i^0+2\bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij}(P_2)_i^0, \\ \Delta y_{ij}=\bar{y}_{ij}[(K_1)_i^0\bar{r}_{ij}^2+(K_2)_i^0\bar{r}_{ij}^4+(K_3)_i^0\bar{r}_{ij}^6+...]+2\bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij}(P_1)_i^0+(\bar{r}_{ij}^2+2\bar{y}_{ij}^2)(P_2)_i^0, \end{cases}$$

rezultă pentru ecuaţiile de bază de condiţie, ale transformării proiective, expresiile:

$$(3.6)\quad \begin{cases} x_{ij}+\Delta x_{ij}-\dfrac{a_1^i X_j+a_2^i Y_j+a_3^i Z_j+a_4^i}{a_9^i X_j+a_{10}^i Y_j+a_{11}^i Z_j+1}=0, \\ y_{ij}+\Delta y_{ij}-\dfrac{a_5^i X_j+a_6^i Y_j+a_7^i Z_j+a_8^i}{a_9^i X_j+a_{10}^i Y_j+a_{11}^i Z_j+1}=0. \end{cases}$$

În scopul calibrării totale a camerelor, modelul de erori definit de sistemul ecuațiilor de condiție și de constrîngere liniarizate, derivat din ecuațiile (3.6), a fost extins pentru a încorpora și coeficienții de distorsiune radială simetrică $(K_1, K_2, K_3)_i$ și coeficienții distorsiunii de descentrare $(P_1, P_2)_i$. În această ipoteză sistemul (2.17), extins, devine:

$$(3.7)\quad \begin{bmatrix} v \\ (2mn\times 1) \\ \mathring{v} \\ (2m\times 1) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} B & D \\ (2mn\times 16m) & (2mn\times 3n) \\ \mathring{B} & 0 \\ (2m\times 16m) & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta \\ (16m\times 1) \\ \bar{\Delta} \\ (3n\times 1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} E \\ (2mn\times 1) \\ G \\ (2m\times 1) \end{bmatrix},$$

care conduce la sistemul ecuațiilor normale:

$$(3.8)\quad \begin{bmatrix} N & \mathring{N} & \hat{N} \\ (16m\times 16m) & (16m\times 16m) & (16m\times 3n) \\ \hat{N}^T & \bar{N} & \\ (3n\times 16m) & (3n\times 3n) & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta \\ (16m\times 1) \\ \bar{\Delta} \\ (3n\times 1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C & \mathring{C} \\ (16m\times 1) & (16m\times 1) \\ \bar{C} & \\ (3n\times 1) & \end{bmatrix},$$

ale cărui soluții sînt reprezentate de vectorii:

$$(3.9)\quad \begin{cases} \underset{(16m\times 1)}{\Delta}=\underset{(16m\times 16m)}{\left[N+\mathring{N}\right.}\ \underset{(16m\times 3n)}{\hat{N}}\ \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}}\ \underset{(3n\times 16m)}{\left.\hat{N}^T\right]^{-1}}\left[\underset{(16m\times 1)}{C+\mathring{C}}\ \underset{(16m\times 3)}{-\hat{N}}\ \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}}\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}}\right], \\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}}=\underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}^{-1}}\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}}\ \underset{(3n\times 3n)}{-\bar{N}^{-1}}\ \underset{(3m\times 16m)}{\hat{N}^T}\ \underset{(16m\times 1)}{\Delta}. \end{cases}$$

Unele observații sînt necesare pentru a preciza modul de compensare simultană a tuturor observațiilor și parametrilor considerați.

O primă observație se referă la modul de evaluare a aproximațiilor inițiale ale PTP. Pe baza coordonatelor spațiale X_j, Y_j, Z_j și a coordonatelor imagine corespunzătoare x_{ij}, y_{ij} ale unui număr $n\geqslant 8$ de puncte de control relativ (PRC), se determină din (2.1) PTP, respectiv $a_1, a_2, \ldots, a_{11}$, pentru fiecare stație i, $(i=1, 2, \ldots, m)$. Conform cu (2.1) fiecare punct j, înregistrat din stația i, generează un sistem de două ecuații de forma:

$$(3.10)\quad \underset{(2\times 11)}{A_{ij}}\ \underset{(11\times 1)}{X_i}=E_{ij},$$

în care:

$$(3.11)\quad \begin{cases} \underset{(2\times 11)}{A_{ij}}=\begin{bmatrix} X_j & Y_j & Z_j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_{ij}X_j & -x_{ij}Y_j & -x_{ij}Z_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_j & Y_j & Z_j & 1 & -y_{ij}X_j & -y_{ij}Y_j & -y_{ij}Z_j \end{bmatrix}, \\ \underset{(11\times 1)}{X_i}=[a_1\ a_2\ \ldots\ a_{11}]_i^T, \quad E_{ij}=[x_{ij}\ y_{ij}]^T. \end{cases}$$

Pentru cazul $n\geqslant 8$, rezolvarea se obține prin normalizarea sistemului (3.10) din care rezultă soluțiile:

$$X_i = [A^T \; A]^{-1} \; A^T \; E. \tag{3.12}$$
$$(11\times1)\quad(11\times2n)\quad(2n\times11)\quad(11\times2n)\quad(2n\times1)$$

O a doua observație se referă la modul de evaluare a elementelor componente ale matricilor extinse B și $\mathring{B}$ din (3.7). Pe baza ecuațiilor proiective (3.4), matricea B din (2.17) a fost extinsă cu matricea derivatelor parțiale corespunzătoare coeficienților $(K_1, K_2, K_3)_i$ și $(P_1, P_2)_i$ care pentru un punct j înregistrat din stația i, are forma :

$$\begin{bmatrix} \bar{x}\bar{r}^2 & \bar{x}\bar{r}^4 & \bar{x}\bar{r}^6 & 2\bar{x}^2+\bar{r}^2 & 2\bar{x}\,\bar{y} \\ \bar{y}\bar{r}^2 & \bar{y}\bar{r}^4 & \bar{y}\bar{r}^6 & 2\bar{x}\,\bar{y} & 2\bar{y}^2+\bar{r}^2 \end{bmatrix}_{ij}. \tag{3.13}$$

Matricea $\mathring{B}$ a fost extinsă corespunzător dimensiunilor matricii B cu elemente nule.

Coordonatele $\bar{x}_{p_i}, \bar{y}_{p_i}$, necesare evaluării coordonatelor reduse $\bar{x}_{ij}, \bar{y}_{ij}$ se vor calcula din (2.22 b), folosind aproximațiile inițiale ale PTP, determinate prin vectorul X_i din (3.12). Cu aproximațiile inițiale ale parametrilor ce se compensează (11 PTP$+K_1, K_2, K_3, P_1, P_2)_i^0$ și $X_j^0, Y_j^0, Z_j^0, (i=1, 2, ..., m; j=1, 2, ..., n)$, soluția se iterează pînă cînd procesul converge către o soluție stabilă și nu vor mai rezulta îmbunătățiri semnificative.

Avînd în vedere că funcțiile de distorsiune radială și de descentrare sînt liniare atunci cînd termenii de ordin superior sînt nuli, este necesar ca procesul de reliniarizare să se efectueze numai asupra PTP. În consecință, atît la inițierea compensării cît și la începutul fiecărui nou ciclu iterativ, valorile coeficienților $(K_1, K_2, K_3, P_1, P_2)_i$ vor fi considerate nule.

4. Propagarea erorilor

După convergență, care în mod normal se obține în trei iterații, reziduurile placă pentru un punct j înregistrat din stația i, se pot calcula cu relația:

$$v_{ij} = E_{ij} \text{ sau } [v_x \;\; v_y]_{ij}^T = [E_x \;\; E_y]_{ij}^T, \tag{4.1}$$

în care elementele vectorului E_{ij} sînt evaluate în acord cu relațiile (3.6), după aplicarea corecțiilor elementelor PTP și a corecțiilor coordonatelor punctelor de control rezultate la ultima iterație.

Forma pătratică a reziduurilor se exprimă prin relația :

$$v^T w v = [vv] = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} [vv]_{ij}, \tag{4.2}$$

în care :

$$[vv]_{ij} = v_{ij}^T w_{ij} v_{ij}. \tag{4.3}$$

Suma ponderată a pătratelor reziduurilor se poate evalua, pe etape, în următoarea ordinea :

a) suma ponderată pentru un punct j, preluat din stația i, conform cu (4.3) ;

b) suma ponderată pentru un punct j, preluat din toate stațiile de stereotriangulație m, $(i=1, 2, ..., m)$, respectiv :

$$v_j^T w_j v = [vv]_j = \sum_{i=1}^{m} [vv]_{ij}; \tag{4.4}$$

c) suma ponderată pentru toate punctele j, ($j=1, 2, \ldots, n$), înregistrate din toate stațiile m, conform cu (4.2).

Relația (4.2) este esențială pentru determinarea preciziei compensării generale, cunoscînd faptul că eroarea standard unitară estimată este exprimată de relația:

$$\sigma_0 = \pm \sqrt{\frac{v^T w v}{2mn-(p+q)}} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{f}}; \quad p = \sum_{i=1}^{m} p, \; p_i = 11+5, \quad q = \sum_{j=1}^{n} q_j, \; q_j = 3 \tag{4.5}$$

în care $t-r=f$ reprezintă numărul gradelor de libertate.

Eficiența compensării se poate testa prin folosirea criteriului χ^2, cunoscînd faptul că forma pătratică ponderată a reziduurilor (4.2) are o distribuție χ^2 cu $f=t-r$ grade de libertate [9].

În principiu, prin aplicarea testului de semnificație χ^2 se determină gradul de concordanță a varianței unitare estimate, σ_0^2 obținută din compensare, cu varianța unitară precalibrată, σ^2, a observațiilor inițiale efectuate la comparatoare. În aplicațiile practice comparația se efectuează cantitativ prin calcularea raportului:

$$\chi^2 = \frac{v^T w v}{\sigma^2}, \tag{4.6}$$

cu f grade de libertate, în care σ^2 reprezintă varianța unitară precalibrată.

Folosind tabelele de distribuție χ^2 se calculează probabilitatea $P(\chi^2 \geqslant \chi_0^2)$ cu f grade de libertate; dacă această probabilitate este sub pragul de semnificație unanim acceptat, $q=0{,}05$, rezultă o compensare slab condiționată; dacă probabilitatea este foarte mare, certitudinea compensării trebuie suspectată, deoarece în aplicațiile practice aceasta este un fapt rar întîlnit.

Analiza erorilor a fost extinsă pentru a obține informații referitoare la efectul compensării generale a stereotriangulației asupra observațiilor de bază, respectiv asupra coordonatelor imagine x_{ij}, y_{ij}. În acest scop au fost evaluate pentru fiecare punct triangulat, matricile de covarianță $\sigma_{(vv^T)_j}$ ale reziduurilor rezultate din compensarea generală la ultima iterație și matricile de covarianță σ_{xy} ale observațiilor compensate x_{ij}, y_{ij}, anume [5]:

a) Matricea relativă de covarianță a reziduurilor pentru un punct j, înregistrat din toate stațiile m:

$$\underset{(2m\times 2m)}{\sigma_{(vv^T)_j}} = \sigma_j^0 - \Big(\underset{(2m\times n)}{A_j}\ \underset{(p\times p)}{M}\ \underset{(p\times 2m)}{A_j^T} + \underset{(2m\times 3)}{\bar{A}_j}\ \underset{(3\times p)}{\hat{M}^T}\ \underset{(p\times 2m)}{A_j^T} + \underset{(2m\times p)}{A_j}\ \underset{(p\times 3)}{\hat{M}}\ \underset{(3\times 2m)}{\bar{A}_j^T} + \underset{(2m\times 3)}{\bar{A}_j}\ \underset{(3\times 3)}{\bar{M}_{jj}}\ \underset{(3\times 2m)}{\bar{A}_j^T}\Big). \tag{4.7}$$

Matricile $\sigma_{(vv^T)_{ij}}$ sînt reprezentate de elementele diagonale ale matrice $\sigma_{(vv^T)_j}$, respectiv:

$$\underset{(2m\times 2m)}{\sigma_{(vv^T)_j}} = \text{Diag.}\left[\underset{(2\times 2)}{\sigma_{(vv^T)_{1j}}},\ \underset{(2\times 2)}{\sigma_{(vv^T)_{2j}}},\ \ldots,\ \underset{(2\times 2)}{\sigma_{(vv^T)_{mj}}}\right].$$

b) Matricea de covarianță a coordonatelor imagine compensate pentru un punct j, înregistrat din stația i:

$$(4.8)\quad \underset{(2\times 2)}{\sigma_{xy_{ij}}} = \underset{(2\times 2)}{\sigma^0_{ij}} - \underset{(2\times 2)}{\sigma_{(vv^T)_{ij}}},\ \text{sau}\ \underset{(2\times 2)}{\sigma_{xy_{ij}}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{x^0} & \sigma_{x^0y^0} \\ \sigma_{x^0y^0} & \sigma^2_{y^0} \end{bmatrix}_{ij} - \begin{bmatrix} \sigma_{v_{x^0}} & \sigma_{v_{x^0}v_{y^0}} \\ \sigma_{v_{x^0}v_{y^0}} & \sigma^2_{v_{y^0}} \end{bmatrix}_{ij}.$$

Este necesar să se observe că matricea de covarianță $\sigma_{xy_{ij}}$ a coordonatelor compensate (4.8) este de importanță primară, deoarece comparînd-o cu matricea de covarianță σ^0_{ij} a observațiilor inițiale se constată gradul de îmbunătățire realizat prin compensare.

Eliminarea punctelor care generează reziduuri v_{ij} relativ mari se poate realiza prin introducerea în programele de calcul a unor constrîngeri în funcție de valori absolute prestabilite. Astfel, în soluția finală participă numai punctele ale căror reziduuri normalizate $v^N_{x_{ij}}$, $v^N_{y_{ij}}$, satisfac constrîngerile impuse. Reziduurile normalizate sînt definite de expresiile:

$$(4.9)\quad v^N_{ij} = \begin{bmatrix} \sqrt{w^{11}} & 0 \\ 0 & \sqrt{w^{22}} \end{bmatrix}_{ij} \begin{bmatrix} -e \\ -e \end{bmatrix}_{ij},\ \text{în care:}\ \begin{bmatrix} -e \\ -e \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}_{ij}.$$

În mod practic operația de eliminare a reziduurilor necorespunzătoare se efectuează prin constrîngerea la zero a ponderilor w^{11}_{ij}, w^{22}_{ij} ale punctelor respective, după ce în prealabil s-au calculat:

$$(4.10)\quad \text{Max}\,|v^N_{x_{ij}}| \leqslant 2\sigma_0,\ \text{Max}\,|v^N_{y_{ij}}| \leqslant 2\sigma_0.$$

Modelele de calibrare prezentate au fost testate cu date reale, folosind două poligoane de calibrare (Fig. 1, 2) special amenajate [5]. Calculele de compensare au fost efectuate prin intermediul programului general ETALON care încorporează aceleași subrutine enumerate în [6] dar care au fost adaptate noilor modele matematice dezvoltate pentru calibrarea parțială și totală.

Într-un articol viitor se vor prezenta rezultatele practice, ale autocalibrării camerelor prin metode proiective, care vor cuprinde și o analiză exhaustivă a variației distorsiunii radiale în domeniul distanțelor finite.

Primită la 25 februarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de fotogrametrie

BIBLIOGRAFIE

1. Abdel-Aziz Y. I., Karara H. M., *Direct Linear Transformation in to Object Space Coordinates in Close-Range Photogrammetry*, Symposium on Close-Range Photogrammetry, Urbana, Illinois, 1971, 18 pp.
2. Barbălată C. I., *Studii și cercetări fotogrametrice privind deformațiile structurilor spațiale supuse la eforturi de scurtă și lungă durată*. A XII-a ses. șt., Inst. polit., Timișoara, 1966.
3. Barbălată C. I., *Study of the Deformations on Models by Photogrammetric Methods*. Bul. Inst. polit., Iași, **16** (**20**), *1—2*, s. V, 37—42 (1970).
4. Barbălată C. I., *Determinări stereofotogrametrice privind dinamica eroziunii solurilor (I)*. Bul. Inst. polit., Iași, **18** (**22**), *3—4*, s. V, 103—109 (1972).
5. Barbălată C. I., *Contribuții la determinarea deformațiilor în construcții prin metode fotogrametrice analitice*. Teză de doctorat, Inst. de constr., Buc., 1978, 198 pp.
6. Barbălată C. I., *O metodă analitică de stereotriangulație în domeniul distanțelor finite (I)*. Bul. Inst. polit., Iași, **26** (**30**), *3—4*, s. V (1979).

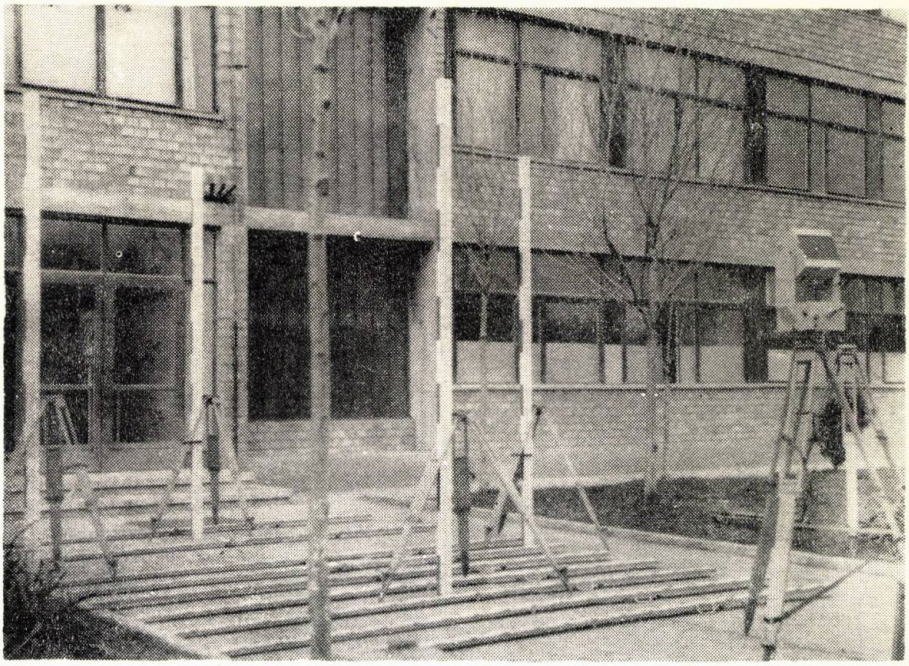


Fig. 1. — Poligon de autocalibrare tridimensional.

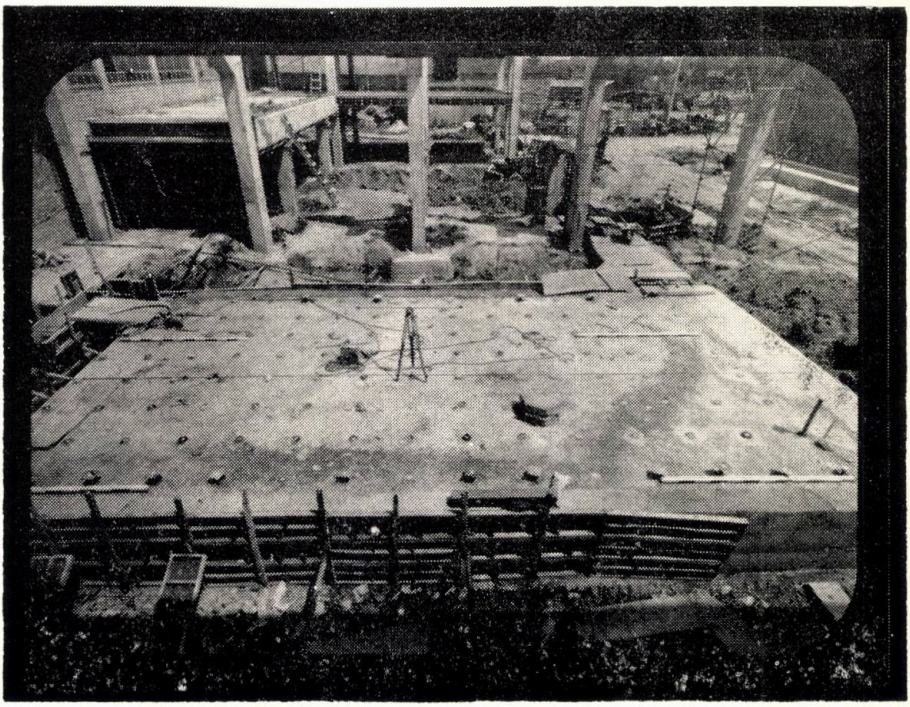


Fig. 2. — Poligon de autocalibrare bidimensional.

7. Bopp H., Krauss H., *An Orientation and Calibration Method for Non-Topographic Application*. P.E. & R.S., 44, 9 (1978).
8. Bopp H., Krauss H., *Extension of the 11 Parameter Solution for On-the-Job Calibration of Non-Metric Cameras*. Proc. of Inter-Congress Symposium, Commission V of ISP, Stockholm, 1978, 5 pp.
9. Brown D. C., *A Solution to the General of Multiple Station Analytical Stereotriangulation*. Air Force Missile Test Center Tehnical Report No. *58—8*, 1958, 53 pp.
10. Brown D. C., *Advanced Methods for the Calibration of Metric Cameras*. U.S. Army Engineer Topographic Laboratories Fort Belvoir, Virginia, Final Report, Part 1, 1968, 120 pp.
11. Brown D. C., *Calibration of Close-Range Cameras*. Proc. of XII-th Internat. Congress of Photogrammetry, Commission V, Ottawa, 1972, 26 pp.
12. Faig W., *Calibration of Close-Range Photogrammetric Systems. Mathematical Formulation*. Proc. of XII-th Internat. Congress of Photogrammetry, Commission V, Helsinki, 1976, 8 pp.
13. Hottier Ph., *Restitution Analytique. Photogrammétrie Générale*. T. **IV**, Eyrolles, Paris, 1972.
14. Fligor D. P., *Resection without Camera Station Parameters*. Photogrammetric Eng. **34**, *1*, 91—104 (1968).
15. Mikhail E. M., *Observations and Least Squares*. IEP-A DUN-Donnelley Publisher, New-York, 1976, 496 pp.
16. Thomson E. H., *Space Resection without Interior Orientation*. Photogrammetric Record, **7**, *37*, 39—45 (1971).
17. Torlegård K., *On the Determination of Interior Orientation of Close-up Cameras under Operational Conditions using Three-Dimensional Test Objects*. Ph. D. Thesis, Technical University of Stockholm, 1967, 100 pp.
18. Torlegård K., *State-of-the-ART of Close-Range Photogrammetry*. Proc. of XIII-th International Congress of Photogrammetry, Commision V, Helsinki, 1976, 9 pp.
19. Verdin A., *Le relèvement dans l'espace et ses applications*. Bull de la Soc. Belge de Photogrammétrie, *2* (1972).
20. Veress S., A., Tiwari R. S., *Fixed-Frame Multiple-Camera System for Close-Range Photogrammetry*. P.E. & R.S., **42**, *9*, 1195—1210 (1976).
21. Williams S. H., *A Theorem in Least Squares*. P.E., **38**, *11*, 1127—1133 (1972).
22. Wong W. K., *Propagation of Variance and Covariance*. P.E., **41**, *1*, 75—89 (1975).
23. Wong W. K., *Mathematical Formulation and Digital Analysis in Close-Range Photogrammetry*. XIII-th Internat. Congress of Photogrammetry, Commission V, Helsinki, 1976, 19 pp.

ANALITYCS WITHOUT CAMERA OR STATION PARAMETERS AND WITHHOUT ABSOLUTE CONTROL (II)

(Summary)

A rigorous least squares adjustment is given for the simultaneous adjustment of the entire set of observations arising in close range from three or more highly convergent photographs.

The mathematical model employed is based on projective methods (DLT) and it provides a completely adequate solution to the problems of calibrating both radial and tangential distortion of cameras at finite focal settings.

Provisions are made for the proper weighting of the observations—plate image coordinates—and the possibility of correlated observations is allowed.

This approach differs significantly from the previous ones in that not require absolute ground control, the only control points available are relative control points.

In this regard one would appreciate that an accurate survey of the camera stations is normally unnecessary for the present treatment. Rough estimates of the relative positions of the stations and orientations of the cameras suffices to initiate the adjustment ; these are refined in an iterative process associated with the adjustment.

In asmuch as the property of intersection is independent of scale, the base line joining any two the stations may be arbitrarily be taken as unit length.

A complete account of the error propagation associated with the adjustment is presented.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII ARHITECTURĂ

C.Z. 526: 624.2

URMĂRIREA COMPORTĂRII UNUI POD FOLOSIND MĂSURĂRI TOPOGEODEZICE TRATATE RIGUROS PRIN METODA CELOR MAI MICI PĂTRATE

DE

GH. NISTOR

1. Introducere

Metodele topogeodezice au o largă utilizare în analiza construcțiilor deoarece asigură o precizie ridicată de măsurare a deformațiilor și deplasărilor orizontale și verticale, produse sub acțiunea unui număr mare de factori interni sau externi. Determinîndu-se vectorii deplasării se urmărește obținerea unor mărimi care, într-o oarecare măsură, să fie cît mai apropiate de valorile reale. Aceste mărimi corespund cu valorile cele mai probabile care se obțin tratînd măsurările topogeodezice prin metoda riguroasă a celor mai mici pătrate.

Deoarece o serie de elemente ale operației de tratare a măsurătorilor efectuate sînt comune tuturor ciclurilor de observație, în lucrarea [2] s-a expus un algoritm de determinare a vectorului deplasării în funcție directă de elementele măsurate pe teren. Algoritmul se referă la cazul măsurărilor indirecte ponderate, tratate matricial.

Verificarea experimentală a algoritmului general de calcul a vectorului deplasării orizontale ale punctelor de control s-a efectuat folosindu-se datele rezultate din urmărirea comportării podului cu structuri de beton armat precomprimat „Tudor Vladimirescu", de peste rîul Bahlui, din municipiul Iași.

2. Calculul vectorului deplasării și evaluarea preciziei

Rețeaua de bază în raport cu care s-a efectuat urmărirea comportării podului a fost realizată dintr-un patrulater cu ambele diagonale vizate (fig.1). Modul de marcare și semnalizare a punctelor fixe ca și a punctelor de control a fost prezentat în [1]. Lungimea bazei AB s-a măsurat cu trusa de fire invar iar unghiurile orizontale cu ajutorul unui teodolit Zeiss Theo 010, folosindu-se patru serii complete. Patrulaterul a fost compensat prin metoda măsurătorilor condiționate, tratate prin metoda celor mai mici pătrate.

În cele ce urmează se prezintă determinarea vectorului deplasării orizontale a punctului de control, P_1, prin intersecție multiplă înainte.

Cu elementele măsurate în ciclul inițial de observație s-au calculat coordonatele aproximative ale punctului de control, rezultînd :

$$X_{P_1} = 953{,}160 \text{ m}, \quad Y_{P_1} = 1\,019{,}910 \text{ m}.$$

Deoarece deplasările orizontale au valori în general mici, de ordinul milimetrilor sau a zecimilor de milimetru, precum și datorită faptului că distanțele de la punctele fixe la punctele de control sînt relativ mici, coeficienții de direcție s-au calculat în milimetri folosindu-se formulele :

$$a\left[\frac{cc}{mm}\right] = -\rho^{cc}\frac{\sin\theta}{D_{mm}} = -0{,}63662\,\frac{\sin\theta}{D_{km}},$$

$$b\left[\frac{cc}{mm}\right] = \rho^{cc}\frac{\cos\theta}{D_{mm}} = 0{,}63662\,\frac{\cos\theta}{D_{km}}.$$

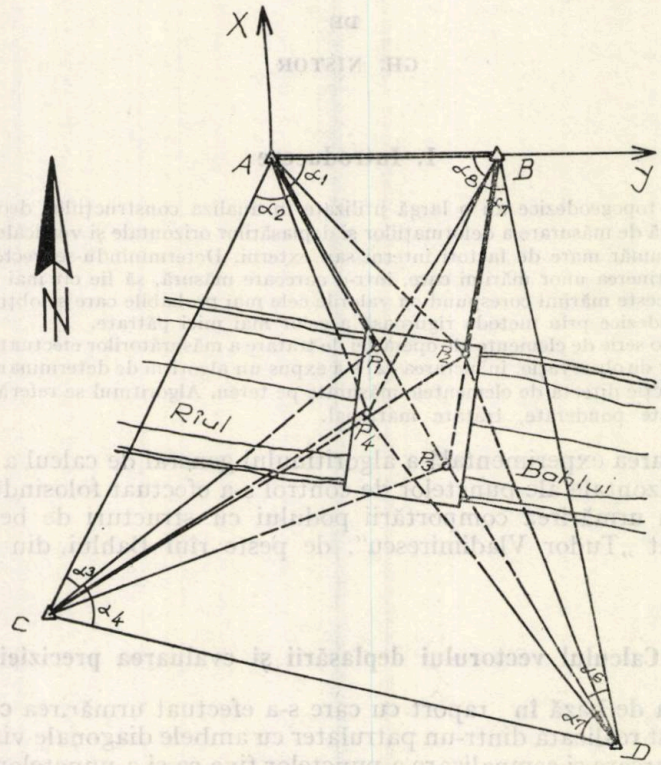


Fig. 1

În acest mod, la întocmirea relațiilor de deformații, toate mărimile liniare sînt exprimate în milimetri, iar toate mărimile unghiulare în secunde centesimale.

Termenii liberi ai relațiilor de deformație au rezultat ca diferențe dintre mărimile unghiurilor orizontale, măsurate în ciclul inițial și mărimile corespunzătoare ale unghiurilor orizontale, măsurate în ciclul actual

$$l_i = \Delta\beta_i = \beta_{.i} - \beta_{1i}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Ponderile relațiilor de deformație au fost calculate folosindu-se relația (6) din [2]. De exemplu, pentru punctul de stație A s-a obținut :

a) eroarea medie pătratică a unei direcții măsurate pe teren,

$$m_d = \pm 1^{cc}, 2 ;$$

b) eroarea medie pătratică a unui unghi orizontal,

$$m_\beta = \pm m_d \sqrt{2} = \pm 1^{cc}, 7 ;$$

c) ponderea unei diferențe unghiulare $l_i(\Delta\beta_i)$,

$$p_1 = \frac{m_0^2}{2 m_\beta^2} = \frac{1}{5,71} = 0,175 ,$$

unde m_0 — eroarea unității de pondere.

Analog s-au determinat ponderile diferențelor unghiulare din celelalte puncte de stație.

Pentru determinarea vectorului deplasării orizontale a punctului de control, P_1, prin intersecție multiplă înainte, sistemul relațiilor de deformație este exprimat prin ecuația matricială :

$$A_{8,2} X_{2,1} + L_{8,1} = V_{8,1},$$

cu matricea pondere $P_{8,8}$.

Sistemul relațiilor de deformație este prezentat, în mod sintetic, în tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. ecuației	Diferența de unghi	p	a mm	b mm	l cc
1	$\Delta\beta_1$	0,175	4,8931	11,5115	1,5
2	$\Delta\beta_2$	0,175	−4,8931	−11,5115	−1,5
3	$\Delta\beta_3$	0,111	−5,7643	5,4990	−0,8
4	$\Delta\beta_4$	0,111	5,7643	−5,4990	0,8
5	$\Delta\beta_5$	0,078	2,6982	5,8343	−1,6
6	$\Delta\beta_6$	0,078	−2,6982	−5,8343	1,6
7	$\Delta\beta_7$	0,208	6,0009	−9,9844	−9,3
8	$\Delta\beta_8$	0,208	−6,0009	9,9844	9,3

Se precizează că la rezolvarea problemei propuse nu s-a urmat calea clasică, specifică folosirii algoritmilor lui G a u s s, ci o cale adecvată scrierii unui program la mașina electronică de calcul. Ordinea de calcul a vectorului deplasării este următoarea :

a) Scrierea transpusei matricei coeficienților relațiilor de deformație.

$$A_{2,8}^T =$$

$$= \begin{bmatrix} 4,8931 & -4,8931 & -5,7683 & 5,7683 & 2,6982 & -2,6982 & 6,0009 & -6,0009 \\ 11,5115 & -11,5115 & 5,4990 & -5,4990 & 5,8343 & -5,8343 & -9,9844 & -9,9844 \end{bmatrix}.$$

b) Calculul produsului dintre transpusa matricei coeficienților relațiilor de deformație și matricea pondere :

$$A^T_{2,8} P_{8,8} = R_{2,8} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}8563 & -0{,}8563 & -0{,}6398 & 0{,}6398 & 0{,}2105 & -0{,}2105 & 1{,}2482 & -1{,}2482 \\ 2{,}0145 & -2{,}0145 & 0{,}6104 & -0{,}6104 & 0{,}4551 & -0{,}4551 & -2{,}0768 & 2{,}0768 \end{bmatrix}.$$

c) Calculul matricei coeficienților ecuațiilor normale :

$$A^T_{2,8} P_{8,8} A_{8,2} = R_{2,8} A_{8,2} = N_{2,2} = \begin{bmatrix} 31{,}87264 & -9{,}79161 \\ -9{,}79161 & 99{,}87369 \end{bmatrix}.$$

d) Calculul inversei matricei coeficienților ecuațiilor normale :

$$N^{-1}_{2,2} = Q_{2,2} = \begin{bmatrix} 0{,}03235 & 0{,}00317 \\ 0{,}00317 & 0{,}01032 \end{bmatrix}.$$

e) Calculul matricei constante :

$$Z_{2,8} = Q_{2,2} A^T_{2,8} P_{8,8} = Q_{2,2} R_{2,8} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}03409 & -0{,}03409 & -0{,}01875 & 0{,}01875 & 0{,}00825 & 0{,}00825 & 0{,}03380 & -0{,}03380 \\ 0{,}02351 & -0{,}02351 & 0{,}00427 & -0{,}00472 & 0{,}00537 & -0{,}00537 & -0{,}01747 & 0{,}01747 \end{bmatrix}.$$

f) Calculul componentelor vectorului deplasării orizontale a punctului de control :

$$X_{2,1} = -Z_{2,8} L_{8,1} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}52284 \\ -0{,}37146 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}52 \\ -0{,}37 \end{bmatrix}.$$

g) Calculul vectorului deplasării orizontale a punctului de control :

$$L_{1,1} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 0{,}64 \text{ mm}.$$

h) Calculul orientării vectorului deplasării orizontale

$$\theta_{1,1} = \theta_L = \text{arc tg } (\Delta Y / \Delta X) = 360^g 65^c.$$

Operația de evaluare a preciziei rezultatelor, prezentată în lucrarea [3], se efectuează în următoarea ordine :

a) Scrierea transpusei vectorului termenilor liberi ai relațiilor de deformație :

$$L^T_{1,8} = [1{,}5 \quad -1{,}5 \quad -0{,}8 \quad 0{,}8 \quad -1{,}6 \quad 1{,}6 \quad -9{,}3 \quad 9{,}3].$$

b) Calculul produsului dintre matricea pondere și vectorul termenilor liberi :

$$P_{8,8}L_{8,1}=\bar{L}_{8,1}=\begin{bmatrix}0{,}2625\\-0{,}2625\\-0{,}0888\\0{,}0888\\-0{,}1248\\0{,}1248\\-1{,}9344\\1{,}9344\end{bmatrix}.$$

c) Calculul produsului :

$$L_{1,8}^{T}P_{8,8}L_{8,1}=L_{1,8}^{T}\bar{L}_{8,1}=37{,}30878.$$

d) Calculul vectorilor termenilor liberi ai ecuațiilor normale :

$$A_{2,8}^{T}P_{8,8}L_{8,1}=R_{2,8}L_{8,1}=\bar{\bar{L}}_{2,1}=\begin{bmatrix}-20{,}29720\\42{,}23839\end{bmatrix}.$$

e) Scrierea transpusei vectorului componentelor deplasării orizontale a punctului de control :

$$X_{1,2}^{T}=[0{,}52284\quad -0{,}37146].$$

f) Calculul produsului dintre transpusa vectorului componentelor deplasării și vectorul termenilor liberi ai ecuațiilor normale :

$$X_{1,2}^{T}A_{2,8}^{T}P_{8,8}L_{8,1}=X_{1,2}^{T}\bar{\bar{L}}_{2,1}=-26{,}30206.$$

g) Calculul produsului :

$$V_{1,8}^{T}P_{8,8}V_{8,1}=L_{1,8}^{T}P_{8,8}L_{8,1}+X_{1,2}^{T}A_{2,8}^{T}P_{8,8}L_{8,1}=L_{1,8}^{T}\bar{L}_{8,1}+X_{1,2}^{T}\bar{\bar{L}}_{2,1}=$$

$$=37{,}30878-26{,}30206=11{,}00672.$$

h) Calculul erorii medii pătratice a unității de pondere :

$$m_0=\pm\sqrt{\frac{V^{T}PV}{n-k}}=\pm\sqrt{\frac{11{,}00672}{8-2}}=\pm 1^{cc},3544.$$

i) Calculul erorii medii pătratice ale componentelor și a vectorului deplasării

$$m_{\Delta X}=\pm m_0\sqrt{Q_{11}}=\pm 1{,}35\sqrt{0{,}03235}=\pm 0{,}24\text{ mm},$$

$$m_{\Delta Y}=\pm m_0\sqrt{Q_{22}}=\pm 1{,}35\sqrt{0{,}01032}=\pm 0{,}14\text{ mm},$$

$$m_L=m_0\sqrt{Q_{11}+Q_{22}}=0{,}28\text{ mm}.$$

j) Stabilirea intervalului de încredere în care se va situa eroarea unităţii de pondere şi calculul erorilor medii pătratice de încredere ale componentelor şi a vectorului deplasării. Calculul se conduce conform procedeului prezentat în lucrarea [4].

Pentru o probabilitate $P=95\,\%$ şi $n-k=8-2=6$ grade de libertate, se extrag din tabele valorile coeficienţilor

$$\gamma=2{,}447 \quad , \quad \gamma_1=0{,}644 \quad , \quad \gamma_2=2{,}202.$$

Intervalul de încredere în care se va situa eroarea unităţii de pondere, conform relaţiei (8) din [4], este :

$$0^{cc},76 < m_0 < 2^{cc},60.$$

Erorile medii pătratice de încredere ale componentelor şi a vectorului deplasării sînt :

$$m_{\gamma\Delta X}=\pm\gamma m_{\Delta X}=\pm 0{,}60 \text{ mm}, \quad m_{\gamma\Delta Y}=\pm\gamma m_{\Delta Y}=\pm 0{,}34 \text{ mm},$$

$$m_{\gamma L}=\gamma m_L=0{,}68 \text{ mm}.$$

Pentru vectorul deplasării intervalul de încredere, exprimat de relaţia (5) din [4], este :

$$-0{,}04 < L < 1{,}32.$$

k) Calculul semiaxelor şi orientării elipsei erorilor şi a semiaxelor elipsei de încredere

$$q=\sqrt{(Q_{11}-Q_{22})^2+4Q_{12}^2}=0{,}00228, \quad A=\pm m_0\sqrt{\tfrac{1}{2}(Q_{11}+Q_{22}+q)}=\pm 0{,}25 \text{ mm},$$

$$B=\pm m_0\sqrt{\tfrac{1}{2}(Q_{11}+Q_{22}-q)}=\pm 0{,}13 \text{ mm},$$

$$\operatorname{tg} 2\theta=\frac{2Q_{12}}{Q_{11}-Q_{22}}=0{,}287789 \ , \quad 2\theta=17^g84^c, \quad \theta=8^g92^c,$$

$$A_\gamma=\pm\gamma A=\pm 0{,}60 \text{ mm} \ , \quad B_\gamma=\pm\gamma B=\pm 0{,}33 \text{ mm}.$$

În fig. 2 sînt reprezentate grafic, la scara 50 : 1, elementele care caracterizează deplasarea orizontală a punctului de control precum şi elementele care caracterizează, în modul cel mai complet, precizia rezultatelor.

S-au notat cu X şi Y axele de coordonate în raport cu care s-a efectuat determinarea vectorului deplasării şi cu X_A şi Y_A axele de coordonate ale elipselor. Unghiul dintre axele X şi X_A este $\theta_1=\theta=8^g92^c$ iar unghiul dintre axele Y şi Y_A este $\theta_2=\theta+100^g=108^g92^c$.

Componentele deplasării orizontale a punctului de control, P_1, sînt date de lungimile : $\overline{P_1^0P_1'}=\Delta X=0{,}52$ mm şi $\overline{P_1^0P_1}=\Delta Y=-0{,}37$ mm.

Vectorul deplasării orizontale este $\overline{P_1P_1'}=L=0{,}64$ mm iar direcţia de deplasare este dată de orientarea $\theta_L=360^g65^c$.

Cu linie continuă s-a reprezentat elipsa erorilor iar cu linie întreruptă, elipsa de încredere.

În același mod s-au calculat vectorii deplasării orizontale ai punctelor de control, P_2, P_3 și P_4, de pe podul luat în studiu, împreună cu elementele ce permit evaluarea preciziei rezultatelor.

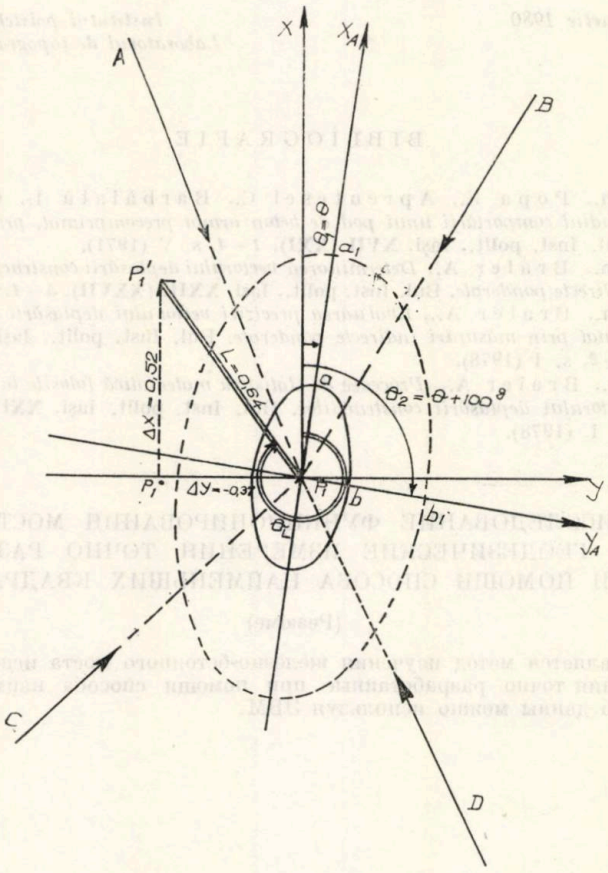


Fig. 2

Se apreciază că precizia de determinare a deplasării orizontale a punctului de control considerat este bună, erorile medii pătratice ca și mărimile semiaxelor erorilor fiind inferioare elementelor deplasării.

3. Concluzii

1. Experimentările făcute în scopul urmăririi comportării podului „T. Vladimirescu" au confirmat pe deplin justețea algoritmului de calcul elaborat în scopul determinării simultane a vectorului deplasării orizontale, pentru un număr mare de puncte de control și de cicluri de observații.

2. Modul de desfășurare a calculelor a permis elaborarea unui program de calcul, scris în limbaj FORTRAN, pentru calculatorul FELIX C-256.

3. S-a pus mai bine în evidență caracterul de largă generalitate a algoritmului elaborat, acesta reprezentînd un instrument de mare eficiență

în importantul domeniu de stabilire rapidă și sigură a parametrilor care caracterizează starea de eforturi și deformații a diferitelor tipuri de construcții luate în studiu.

Primită la 3 martie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de topografie și fotogrametrie

BIBLIOGRAFIE

1. Nistor Gh., Popa E., Apreutesei C., Barbălată I., Gavrilov Gh., *Studiul comportării unui pod de beton armat precomprimat, prin metode geodezice.* Bul. Inst. polit., Iași. **XVII (XXI)**, *1—4*, s. V (1971).
2. Nistor Gh., Braier A., *Determinarea vectorului deplasării construcțiilor prin măsurări indirecte ponderate.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXIII (XXVII)**, *3—4*, s. I (1977).
3. Nistor Gh., Braier A.,, *Evaluarea preciziei vectorului deplasării construcțiilor determinat prin măsurări indirecte ponderate.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXIV (XXVIII)**, *1—2*, s. I (1978).
4 Nistor Gh., Braier A., *Procedee de statistică matematică folosite la evaluarea preciziei vectorului deplasării construcțiilor.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIV (XXVIII)**, *3—4*, s. I (1978).

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МОСТА ИСПОЛЬЗУЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТОЧНО РАЗРАБОТАННЫЕ ПРИ ПОМОЩИ СПОСОБА НАЙМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

(Резюме)

Представляется метод изучения железно-бетонного моста используя геодезические измерения точно разработанные при помощи способа наименьших квадратов. Обработко данны можно используя ЭВМ.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.07 : 624.01

STUDIUL EXPERIMENTAL AL UNOR ÎMBINĂRI PRETENSIONATE REALIZATE ÎN CÎMPUL STÎLPILOR CU BULOANE DE OȚEL DE ÎNALTĂ REZISTENȚĂ, CABLURI ȘI TOROANE SCURTE

DE

ANATOLIE MIHUL, C. LEONTE, AUREL CUCIUREANU și VASILE HOBJILĂ

1. Considerații asupra îmbinărilor stîlpilor în cîmp la cadrele prefabricate de beton armat

Industrializarea lucrărilor de execuție a structurilor de rezistență în cadre multiple etajate sau a altor categorii de stîlpi prin folosirea elementelor prefabricate este condiționată de găsirea unor soluții de alcătuire și tehnologii de execuție care să fie avantajoase atît din punct de vedere al consumului de materiale, manoperă și mijloace de ridicare, cît și al simplității de realizare a unor îmbinări cu continuitate totală între elementele prefabricate, pentru a conserva gradul de nedeterminare statică corespunzător structurii realizate monolit sau pentru a realiza sisteme de dimensiuni mari din elemente cu dimensiuni relativ mici. Din analiza posibilităților de fragmentare a structurilor în cadre de beton armat rezultă că îmbinările pot fi amplasate la noduri sau pe lungimea riglelor ori a stîlpilor, funcție de dimensiunile elementelor prefabricate, de deschiderile, traveile și înălțimile etajelor cadrelor.

Continuizarea stîlpilor la mijlocul înălțimii etajelor apare deosebit de rațională ținînd seama de faptul că, atît pentru încărcările verticale cît și pentru cele orizontale, momentele încovoietoare sînt minime sau chiar nule. Suplimentar, în aceste zone de îmbinare se manifestă și efectul favorabil al precomprimării naturale datorită acțiunii dominante a forței axiale.

Analizînd posibilitățile de continuizare a stîlpilor, pentru a obține cele mai multe avantaje, rezultă că pretensionarea este cea mai sigură soluție de refacere a continuității acestora, cale care asigură intrarea în lucru a îmbinărilor de la cele mai mici încărcări, obținîndu-se în structura de rezistență alcătuită din elemente prefabricate de beton armat aceeași distribuție a eforturilor ca și în cazul în care aceasta s-ar realiza prin turnare, direct la dimensiunile finale.

Printr-o alcătuire corespunzătoare și prin precomprimare se pot realiza îmbinări la care solicitarea de fisurare și cea de rupere să fie mai mari decît în restul secțiunilor elementelor prefabricate care compun structura. În acest mod îmbinările nu mai reprezintă zone slabe care să afecteze în vreun fel comportarea, capacitatea de rezistență și stabilitatea structurilor alcătuite din elemente prefabricate de beton armat și beton precomprimat.

Introducerea tensiunilor inițiale în zonele de îmbinare a prefabricatelor poate conduce la soluții de îmbinări la care execuția să fie mai simplă, mai ușoară și realizată într-un timp mai scurt, cu efecte economice favorabile atît în ceea ce privește productivitatea și reducerea timpului total de montaj a structurilor de rezistență cît și economisirea de mijloace de ridicat. În acest sens, în cadrul catedrei de Beton armat și construcții hidrotehnice de la Institutul politehnic din Iași au fost studiate o serie de îmbinări cu și fără tensiuni inițiale dispuse în cîmpul stîlpilor. În cele ce urmează se prezintă o parte din sistemele propuse pentru introducerea imediată a lor în practică (din categoria îmbinărilor precomprimate).

2. Îmbinări pretensionate la stîlpi cu buloane de oțel de înaltă rezistență și toroane—eclise curbe

Din analiza diferitelor posibilități de alcătuire a îmbinărilor a rezultat că cele pretensionate cu buloane din oțeluri de înaltă rezistență prezintă avantaje importante în special pentru asigurarea continuității stîlpilor, datorită simplității execuției, siguranței precomprimării și obținerii unei stări favorabile, reducerii substanțiale a duratei de montaj și de asamblare a structurii de rezistență.

S-au luat în considerare numai acele moduri de alcătuire la care buloanele sînt înglobate în canale, prevăzute în interiorul elementelor prefabricate de beton armat la execuție și la care se restabilește aderența prin umplerea cu pastă de ciment a canalelor în vederea asigurării protecției contra coroziunii cît și a conlucrării dintre buloane și beton ; în acest mod, după întărirea pastei de ciment, buloanele lucrează, sub acțiunea încărcărilor exterioare, ca armături active.

În vederea continuizării stîlpilor cadrelor etajate, în cîmpul lor, s-au conceput două tipuri de îmbinări precomprimate cu buloane rectilinii și cu cabluri sau toroane curbe.

a) *Îmbinarea cu buloane* se realizează prin evazarea laterală a stîlpilor în zona de joncțiune în așa mod încît să se formeze console foarte scurte de jur împrejur (în cazul compresiunii excentrice oblice) sau numai pe două părți (în cazul compresiunii excentrice plane) (fig. 1 a_1 — îmbinare tip *A*). În aceste console, la execuția elementelor prefabricate se realizează goluri sub formă de canale ce sînt folosite pentru introducerea buloanelor și precomprimarea îmbinării ; dimensiunea secțiunii canalelor se stabilește în așa mod încît să se asigure toleranțele admise pentru montaj. Numărul de buloane, secțiunea acestora, materialul din care se realizează, dispunerea lor pe tot conturul sau numai pe părți, forța de pretensionare, se stabilesc funcție de natura și mărimea solicitării astfel încît eforturile ce ar putea produce fisurarea să fie cel puțin egale cu solicitarea produsă de încărcările de exploatare (întreaga secțiune din dreptul rostului să rămînă comprimată la acțiunea de exploatare) iar efortul de rupere să fie mai mare decît cel al secțiunilor elementelor care se continuizează.

Asamblarea se realizează prin așezarea pe suprafața de îmbinare a stîlpului inferior a unui strat de mortar de poză, montarea stîlpului superior, introducerea în canale a buloanelor și strîngerea piulițelor pînă la obținerea efortului de pretensionare programat. Canalele, după întărirea mortarului de poză, se injectează cu pastă de ciment.

b) *Îmbinarea cu armătură curbă* se obține prin solidarizarea celor două elemente prefabricate cu cabluri sau toroane, prevăzute cu blocaje filetate la capete în vederea compensării pierderilor de tensiuni (fig. 1 a_2 — îmbinare de tip *B*) ; adoptînd anumite forme pentru traseul canalului pot fi folosite și buloane curbe deformate *a priori* după profilul respectiv sau buloane de diametru relativ mic, ce se introduc forțat în golurile respective. Armăturile de îmbinare se ancorează pe proeminențe prevăzute pe fețele exterioare ale stîlpilor, de o parte și de alta a îmbinării. Tehnologia de execuție

a îmbinărilor de acest tip, practic, este similară cu cea descrisă la execuția îmbinărilor de tip A. Se apreciază că îmbinarea de tip B este rațional a fi aplicată numai la stîlpii care sînt solicitați la compresiune excentrică plană.

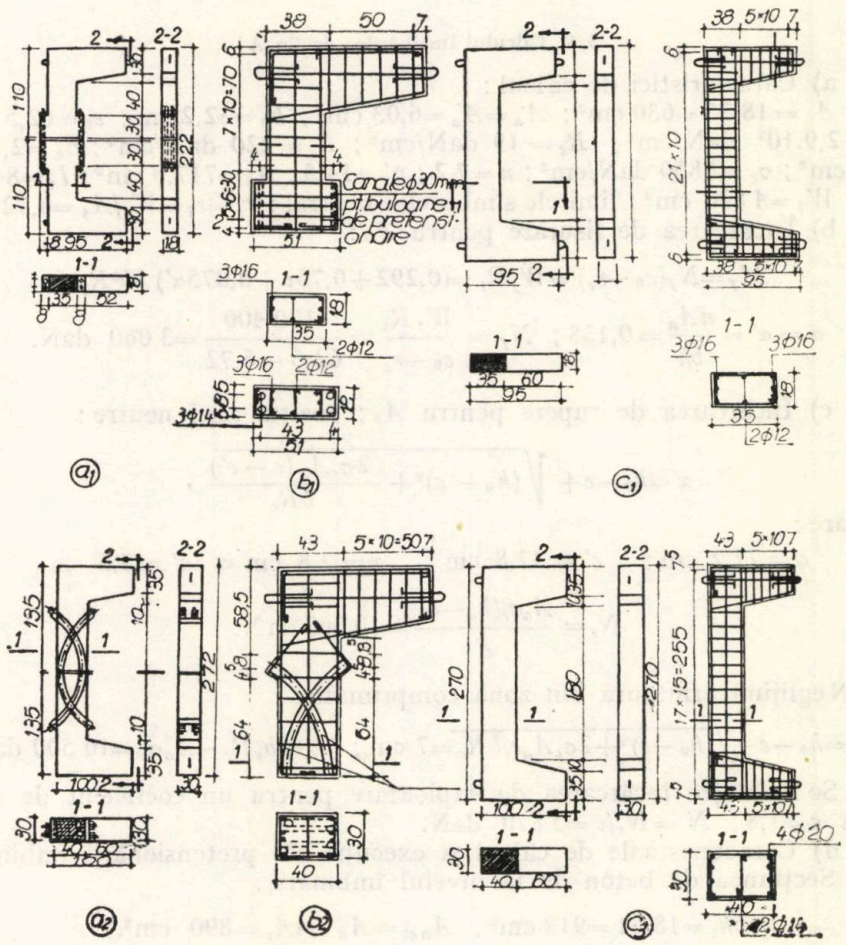


Fig. 1. — Caracteristicile elementelor experimentale: concepția îmbinărilor de tip A (a_1) respectiv B (a_2); armarea elementelor de tip A (b_1) respectiv B (b_2) care se continuizează; concepția și armarea elementelor-martor tip A_0(c_1) respectiv B_0(c_2).

3. Caracteristicile de calcul și de alcătuire ale îmbinărilor studiate

Au fost studiate experimental, la scară naturală, două serii de cîte trei epruvete cu îmbinări de tipurile A și B în comparație cu două serii de cîte trei epruvete de tipurile A_0 (fig. 1 c_1), respectiv B_0 (fig. 1 c_2), turnate monolit direct la dimensiunile finale. Epruvetele au fost concepute în formă de, [pentru a fi solicitate la compresiune excentrică, încărcarea aplicîndu-se

pe console. Ele au fost realizate din beton B 250 și armătură pasivă OB 37. Asamblarea epruvetelor și precomprimarea îmbinărilor experimentale s-a realizat cu buloane confecționate din oțel PC 60, respectiv toroane TBP 12. Detaliile de alcătuire și armare sînt prezentate în fig. 1 b_1 și 1 b_2.

3.1. Calculul îmbinărilor de tip A

a) Caracteristici de calcul:

$A_b = 18.35 = 630$ cm^2; $A_a = A'_a = 6{,}03$ cm^2; $h_0 = 32{,}2$ cm; $e_0 = 62{,}5$ cm; $E_b = 2{,}9.10^5$ daN/cm^2; $R_t = 19$ daN/cm^2; $R_c = 220$ daN/cm^2; $E_a = 2{,}1.10^6$ daN/cm^2; $\sigma_c = 2\,850$ daN/cm^2; $n = 7{,}2$; $n' = 14{,}5$; $A_i = 717{,}5$ cm^2; $I_i = 84\,200$ cm^4; $W_i = 4\,820$ cm^3; limitele sîmburelui central: $r_s = r_i = W_i/A_i = 6{,}72$ cm.

b) Încărcarea de fisurare pentru A_0:

$$M_f = N_f(e_0 - r_s) = W_f R_t = (0{,}292 + 0{,}75\alpha + 0{,}075\alpha')\, bh^2 R_t;$$

$$\alpha = \alpha' = \frac{nA_a}{bh} = 0{,}138; \quad N_f = \frac{W_f R_t}{e_0 - r_s} = \frac{170\,400}{62{,}5 - 6{,}72} = 3\,060 \text{ daN}.$$

c) Încărcarea de rupere pentru A_0; poziția axei neutre:

$$x = h_0 - e + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2\sigma_c A_a (e - e')}{bR_c}},$$

în care:

$$e = 77{,}2 \text{ cm}; \quad e' = 47{,}8 \text{ cm}; \quad x = 2{,}8 \text{ cm} < 2a' = 5{,}6 \text{ cm};$$

$$N_r = \frac{A_a \sigma_c (h_0 - a')}{e'} = 10\,560 \text{ daN}.$$

Neglijind armătura din zona comprimată:

$$x = h_0 - e + \sqrt{(h_0 - e)^2 + 2\sigma_c A_a e / bR_c} = 7 \text{ cm}; \quad N_r = b_x R_c - A_a \sigma_c = 10\,500 \text{ daN}.$$

Se definește încărcarea de exploatare pentru un coeficient de siguranță $c = 1{,}8$; $N = N_r/c = 5\,870$ daN.

d) Caracteristicile de calcul și execuție ale pretensionării îmbinării: Secțiunea de beton de la nivelul îmbinării:

$$bh_1 = 18.51 = 918 \text{ cm}^2; \quad A_{net} = A_b - 4A_c = 890 \text{ cm}^2.$$

Eforturile unitare produse de forța de compresiune excentrică de exploatare, în îmbinare:

$$\sigma_{bc} = 55{,}2 \text{ daN/cm}^2; \quad \sigma_{bt} = -41{,}9 \text{ daN/cm}^2.$$

Pentru ca pe secțiunea îmbinării, sub acțiunea încărcării de exploatare să nu apară eforturi unitare de întindere este necesar ca îmbinarea să fie solicitată inițial cu:

1° O forță de precomprimare centrică, $N_p = A_{net}\, \sigma_{bt} = 41\,100$ daN; pentru un bulon, $N_{p1} = 10\,275$ daN; considerînd că secțiunea slăbită de filet are diametrul de 20 mm, rezultă $\sigma_p = 3\,280$ daN/cm^2; efortul unitar în bulon, cînd în beton eforturile sînt nule, $\sigma_{p0} = \sigma_p + n_p \sigma_{bp} = 3\,570$ daN/cm^2; estimînd

pierderile de tensiuni datorită contracției și curgerii lente a betonului, respectiv datorită relaxării bulonului, prin valorile 326 daN/cm², respectiv 200 daN/cm², rezultă valoarea efortului unitar de control, $\sigma_{pk}=3\,806$ daN/cm².

2° O forță de precomprimare excentrică, aplicată la limita sîmburelui central opusă punctului de aplicație al forței de compresiune excentrică, $N_p=\sigma_{bt}bh_1/2=19\,240$ daN ; forța de pretensionare și efortul unitar în buloanele din zona întinsă în exploatare, respectiv comprimată sînt : $N_{p1}=2N_p/3=12\,825$ daN, $\sigma_{p1}=N_{p1}/2:\pi d_b^2/4=2\,040$ daN/cm² ; $N_{p2}=N_p/3=6\,415$ daN, $\sigma_{p2}=N_{p2}/2:\pi d_b^2/4=1\,020$ daN/cm² ; eforturile de control pentru $\Delta\sigma_{\bar{\varphi}}=325$ daN/cm² și $\Delta\sigma_r=200$ daN/cm², rezultă $\sigma_{pk1}=2\,565$ daN/cm² ; $\sigma_{pk2}=1\,220$ daN/cm².

e) Încărcarea de rupere pentru secțiunea din îmbinare, $A_p=A'_p=6{,}28$ cm² ; $h_0=h-a_p=51-4=47$ cm ; excentricitatea forței de compresiune față de centrele de greutate ale buloanelor, $e=84$ cm ; $e'=41$ cm.

Admițînd că eforturile unitare în buloane ajung la limita de curgere, $\sigma_c=4\,000$ daN/cm², rezultă $x=6{,}75\text{cm}<2a'_p=8$ cm și $N_r=A_p\sigma_c(h_0-a'_p)/e'=26\,400$ daN. Capacitatea de rezistență a îmbinării este de peste două ori mai mare decît cea a secțiunilor elementelor care se continuizează.

3.2. Calculul îmbinărilor de tipul B

a) Caracteristici de calcul :

$bh=30.40=1\,200$ cm² ; $A_a=A'_a=12{,}56$ cm⁴ ; $h_0=40-3=37$ cm ; $e_0=65$ cm ; $A_i=1\,382$ cm² ; $I_i=212\,600$ cm⁴ ; $W_i=10\,630$ cm³ ; limitele sîmburelui central : $r_s=r_i=7{,}69$ cm.

b) Încărcarea de fisurare pentru B_0 :

$$N_f=6\,650 \text{ daN}.$$

c) Încărcarea de rupere pentru B_0 :

$$N_r=25\,400 \text{ daN},$$

pentru $x=3{,}9$ cm ; $e=82$ cm și $e'=48$ cm ; încărcarea de exploatare convențională :

$$N=14\,100 \text{ daN}.$$

d) Caracteristicile de calcul și execuție ale pretensionării îmbinării cu buloane — eclise curbe :

Secțiunea netă, $A_{net}=114{,}8$ cm² ; eforturile unitare produse de forța de compresiune excentrică de exploatare, $\sigma_{bc}=132$ daN/cm², $\sigma_{bt}=-107{,}2$ daN/cm² ; valoarea forței de precomprimare ce trebuie aplicată la limita sîmburelui central, opusă punctului de aplicație al forței de compresiune excentrică, $N_p=\sigma_{bt}A_{net}/2=61\,600$ daN ; forțele de pretensionare din buloanele din zona întinsă, respectiv comprimată, $N_{p1}=41\,100$ daN, $N_{p2}=20\,600$ daN.

În ipoteza pretensionării cu buloane — eclise curbe din PC 60, cu diametrul de 26 mm, $\sigma_{p1}=3\,860$ daN/cm², $\sigma_{p2}=1\,940$ daN/cm². Pentru $\Delta\sigma_{\bar{\varphi}}=700$ daN/cm² și $\Delta\sigma_r=305$ daN/cm² rezultă valoarea efortului unitar de

control din buloanele situate în zona întinsă, respectiv comprimată, $\sigma_{pk1} = 4\,875$ daN/cm², $\sigma_{pk2} = 2\,245$ daN/cm². Forțele de pretensionare de control pentru un bulon din zona întinsă, respectiv comprimată, $N_{k1} = 25\,900$ daN, $N_{k2} = 12\,000$ daN.

e) Încărcarea de rupere în secțiunea din îmbinare :

$A'_p = A_p = 10{,}62$ cm², $h_0 = 40 - 6{,}4 = 33{,}6$ cm ; excentricitățile forței de compresiune în raport cu centrele de greutate ale armăturilor, $e = 78{,}6$ cm, $e' = 51{,}4$ cm. Admițînd că efortul unitar în buloanele din zona comprimată, în stadiul ultim, are o valoare redusă, rezultă $x = 15{,}2$ cm și $N_r = 33\,500$ daN. Capacitatea de rezistență a îmbinării este mai mare decît cea a secțiunilor elementelor care se continuizează.

4. Experimentarea

Studiul experimental a avut ca obiective principale : execuția elementelor care se asamblează, cu canale rectilinii, respectiv curbe, verificarea posibilității de anfilare a buloanelor curbe și analiza comportării ansamblului cu îmbinări la compresiune excentrică plană. Deoarece la execuția canalelor curbe în elementele de tip B, în prima etapă, nu s-a realizat precizia necesară, acestea au fost continuizate cu armături flexibile tip TBP 12, blocate pe proeminențe laterale cu ancoraje individuale cu pene.

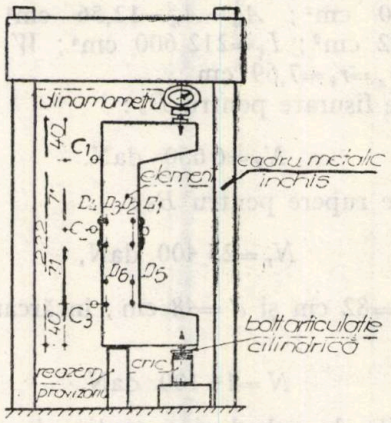


Fig. 2. — Schema de încărcare a elementelor experimentale.

Studiul comportării sub sarcini a îmbinărilor s-a efectuat prin încărcarea excentrică a epruvetelor de tip A, A_0, B și B_0 pînă la pierderea capacității lor de rezistență, după schema prezentată în fig. 2.

Măsurarea efortului de tensionare a buloanelor s-a realizat cu mărci tensometrice aplicate pe acestea înainte de asamblarea epruvetelor. Programul de experimentare, desfășurat în trepte de circa 1 000 daN, a cuprins încărcarea epruvetelor pînă la valoarea forței de compresiune excentrică de exploatare, descărcarea la zero și înregistrarea deformațiilor remanente și reluarea încărcării pînă la pierderea capacității de rezistență. Deformațiile

specifice ale fibrelor de beton adiacente buloanelor pretensionate cît și ale fibrelor extreme întinse sau comprimate au fost măsurate cu ajutorul unor deformetre fixe, echipate cu microcomparatoare 1/1 000 mm. Deplasările epruvetelor la nivelul îmbinărilor au fost determinate experimental cu ajutorul unor microcomparatoare 1/100 mm, dispuse la capetele și în mijlocul epruvetelor.

5. Rezultate

La toate epruvetele de tip A și A_0 valoarea încărcării la care au apărut primele fisuri a fost apropiată de cea rezultată din calcule, iar încărcarea de rupere a fost cu 5% mai mare decît cea calculată. Îmbinările precomprimate cu buloane au avut o comportare foarte bună atît din punct de vedere al fisurării cît și din cel al capacității de rezistență ; din observațiile directe și din analiza modului de cedare se poate constata că zonele de îmbinare au prezentat un grad sporit de siguranță față de restul secțiunilor elementelor care se îmbină. Sub acțiunea încărcărilor de exploatare, în zonele îmbinărilor de tip A nu s-au produs fisuri. Primele fisuri în aceste zone au apărut la încărcări mai mari cu 30% decît valoarea încărcării de exploatare. Pierderea capacității de rezistență la toate îmbinările de tip A s-a produs prin cedarea unor zone din afara îmbinărilor. La pierderea capacității de rezistență a acestor epruvete îmbinările nu prezentau degradări, fisurile avînd deschideri mai mici decît cele admise în exploatare. În fig. 3 se reprezintă curbele caracteristice $P(y)$, iar în fig. 4 și 5, modul de formare și stabilizare al fisurilor.

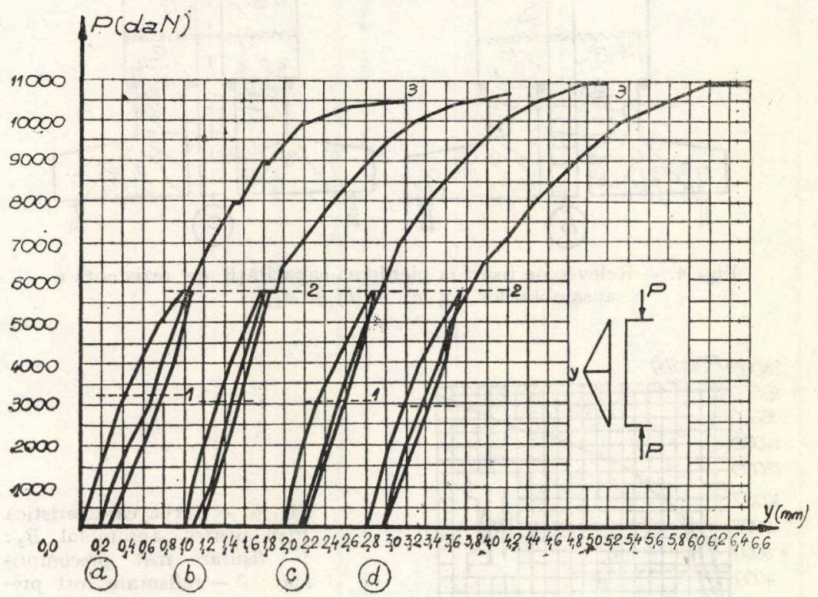


Fig. 3. — Curbele caracteristice $P(y)$ pentru elementele $A_{02}(a)$ $A_1(b)$, $A_2(c)$, $A_3(d)$:
1 — fisurare secțiune de beton armat ; 2 — exploatare ; 3— rupere secțiune de beton armat.

La epruvetele cu îmbinări tip B, la care asamblarea s-a efectuat cu toroane blocate în ancoraje individuale cu pene, solicitarea de fisurare a fost mai mică cu 25% faţă de cea programată, din cauza pierderilor de tensiuni, în mică parte datorită frecărilor pe traseul curb şi într-o măsură foarte

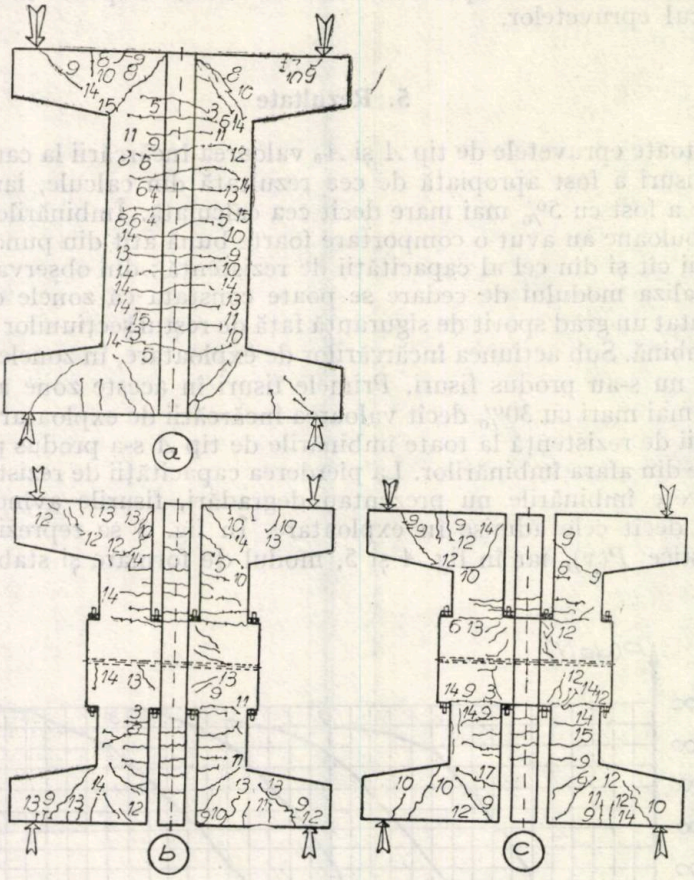


Fig. 4. — Relevee de fisuri la pierderea capacităţii de rezistenţă a ansamblurilor A_{01} (a), A_1(b) şi A_2(c).

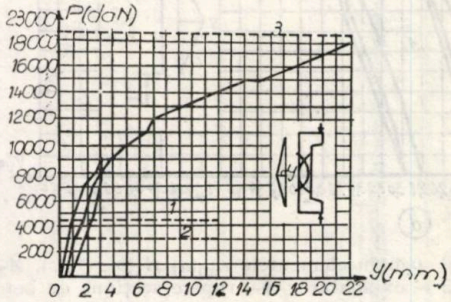


Fig. 6. — Curba caracteristică $P(y)$ pentru ansamblul B_2: *1*— fisurare rost precomprimat ; *2* — refisurare rost precomprimat ; *3* — ruperea elementelor.

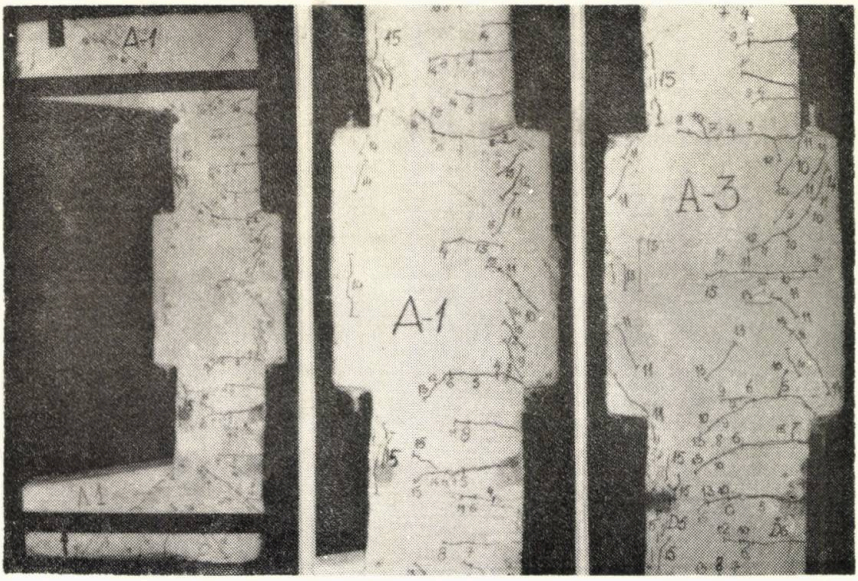


Fig. 5. — Aspectul îmbinărilor de tip *A* la pierderea capacității de rezistență a ansamblurilor experimentale.

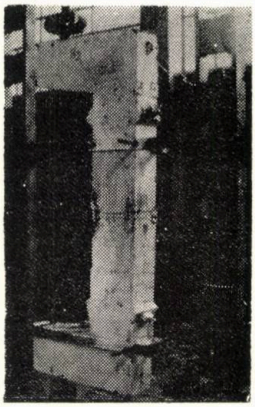


Fig. 8. — Pierderea capacității de rezistență a ansamblului B_9.

mare datorită deformațiilor locale în ancoraje. Curba caracteristică $P(y)$, pentru elementul B_2, modul de formare și dezvoltare a fisurilor (dinamica acestora) sînt prezentate în fig. 6 respectiv 7 și 8.

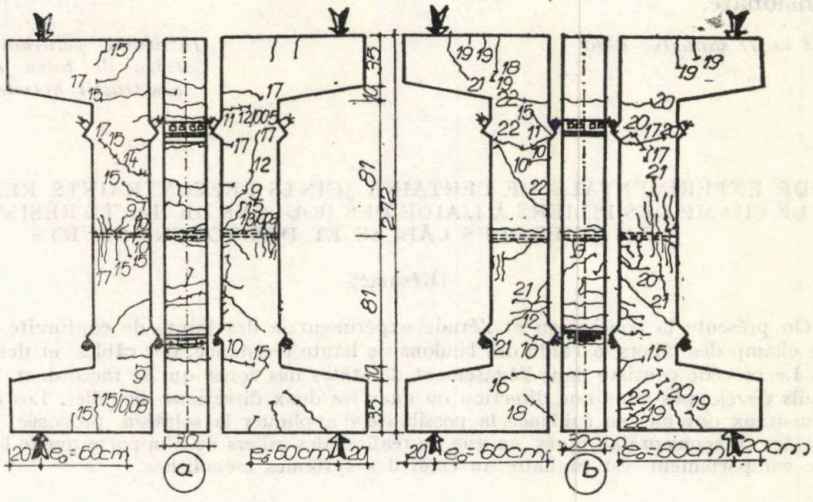


Fig. 7. — Relevee de fisuri la pierderea capacității de rezistență a ansamblurilor $B_1(a)$ și $B_2(b)$.

6. Concluzii

Din studiul experimental a rezultat că îmbinările de tip A cît și cele de tip B, pretensionate cu buloane de oțel, realizează o continuitate totală între elementele prefabricate de beton armat, distribuția solicitărilor produse de sarcinile cu care se încarcă o structură de rezistență asamblată din elemente prefabricate după realizarea îmbinărilor fiind similară cu aceea care ar apare în cazul în care structura se execută monolit. Îmbinările pretensionate pot fi astfel proiectate încît solicitarea de fisurare și solicitarea de rupere să aibă valori mai mari decît cele ale elementelor prefabricate din care se alcătuiește structura, pentru a elimina posibilitatea apariției degradărilor și cedării sist mului prin distrugerea stîlpului în zona de îmbinare.

Tehnologia de realizare a îmbinărilor pretensionate cu buloane de oțel de înaltă rezistență este mai simplă și se realizează într-un timp mai scurt și în condiții mai bune în ceea ce privește protecția muncii.

Consumul de materiale necesar realizării îmbinărilor precomprimate este comparabil cu cel necesar pentru tipurile de îmbinări folosite în practică. Adoptarea unor astfel de îmbinări permite cu certitudine obținerea unor economii importante de mijloace de ridicare și scurtează timpul de execuție.

Îmbinările de tip B pretensionate cu toroane — eclise curbe fără mijloace de compensare a pierderilor de tensiune, datorită deformațiilor locale în ancoraje la blocare și frecării pe traseu necesită un spor de oțel în raport cu cel necesar pentru preluarea solicitărilor de exploatare.

Realizarea unor îmbinări de tip *B* cu toroane, prevăzute la capete cu sisteme de compensare a pierderilor de tensiuni sau cu buloane — eclise curbe, care să se poată introduce în canalele prevăzute în prefabricate, înlătură dezavantajele arătate şi asigură utilizarea optimă a armăturii pretensionate.

Primită la 31 ianuarie 1980

Institutul politehnic, Iaşi, Catedra de beton armat şi construcţii hidrotehnice

L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE CERTAINS JOINTS PRÉCONTRAINTS RÉALISÉS DANS LE CHAMP DES PILIERS À L'AIDE DES BOULONS DE HAUTE RÉSISTANCE, EN ACIER, DES CÂBLES ET DES TORONS COURTS

(Résumé)

On présente la conception et l'étude expérimentale des joints de continuité, réalisés dans le champ des piliers, à l'aide des boulons de haute résistance, des câbles et des torons courts. Le procédé consiste dans l'évasement des têtes des zones qui se raccordent, formant des seuils développés dans une direction ou dans les deux directions du pilier. Les résultats expérimentaux ont mis en évidence la possibilité d'appliquer la solution proposée pour le raccord des tronçons préfabriqués, en vue de réaliser des piliers de n'importe quelle longueur, dont le comportement est similaire au celui des systèmes monolithes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.02:624.01

STUDIUL EXPERIMENTAL A DOUĂ GRINZI-JUG CONTINUE, DE BETON PRECOMPRIMAT CU TREI DESCHIDERI DE 12,00 m, PENTRU ACOPERIŞURILE HALELOR INDUSTRIALE PARTER

DE

C. LEONTE, AUREL CUCIUREANU şi MIRCEA DASCĂLU

1. Obiectul studiului

Studiul a fost realizat în cadrul unui contract de cercetare cu Ministerul Construcţiilor Industriale şi a avut ca obiect proiectarea [1] şi verificarea experimentală a execuţiei şi comportării sub încărcări, pînă la pierderea capacităţii de rezistenţă, a unor grinzi-jug continue de beton precomprimat pentru hale parter, realizate pe cale industrializată cu noi tehnologii şi mijloace de asamblare [2]...[5].

Au fost studiate grinzi-jug cu deschideri de 12,00 m pentru hale cu trama de $12{,}00 \times 15{,}00$ m şi acoperişul alcătuit din plăci BCA şi care se proiectează curent ca grinzi simplu rezemate. Realizarea unor îmbinări cu continuitate totală şi trecerea la folosirea unor grinzi-jug continue sau a cadrelor cu noduri rigide are ca efect o distribuţie mai raţională a momentelor încovoietoare, creşterea capacităţii totale de rezistenţă şi a stabilităţii la încărcări gravitaţionale şi orizontale a construcţiilor şi obţinerea unor importante economii de materiale (oţel şi beton), cu reducerea corespunzătoare a volumului de manoperă şi utilaje de execuţie precum şi de transporturi pe orizontală şi verticală.

2. Caracteristicile grinzilor-jug continue experimentale

În vederea realizării studiului experimental al tehnologiei de execuţie şi al comportării sub încărcări a grinzilor continue au fost alese grinzile-jug de 12,00 m de catalog-proiect IPCT 2 115/b — C512.

Pentru a nu se modifica tehnologia de execuţie în fabrică, respectiv pentru asigurarea posibilităţii de folosire a tiparelor (cofrajelor) de inventar, la grinzile continue experimentale s-au menţinut neschimbate caracteristicile geometrice şi armătura constructivă din oţel beton, modificîndu-se numai secţiunea armăturii pretensionate, numărul canalelor şi forma traseelor fasciculelor (fig. 1).

Pentru studiul experimental s-a ales o grindă continuă cu trei deschideri, deşi cu avantaje economice mai mici decît în cazul unui număr mai mare de deschideri, a cărei experimentare este mai puţin costisitoare şi care asigură posibilităţi bune de verificare a tehnologiei de execuţie şi a comportării sub

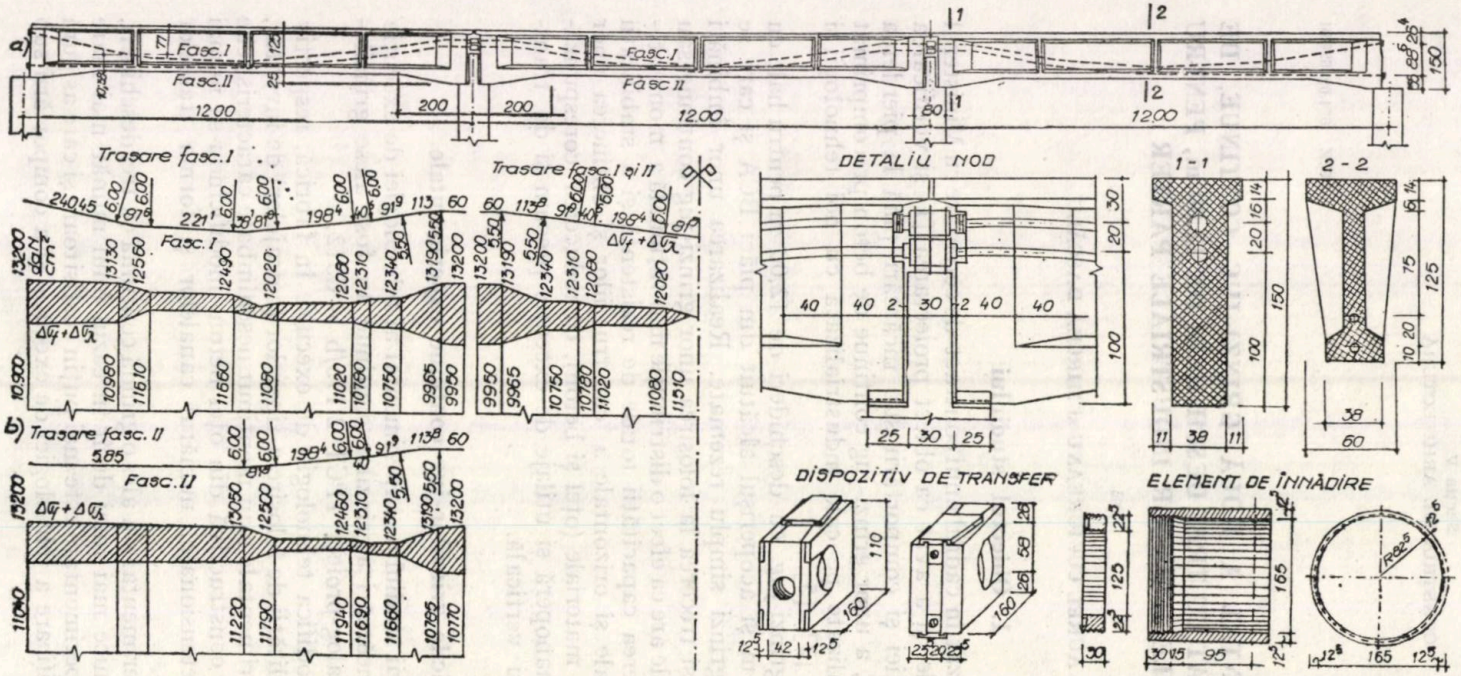


Fig. 1. — Alcătuirea grinzilor-jug continue experimentale : *a* — profilul longitudinal ; *b* — trasare, armături și pierderi de tensiuni.

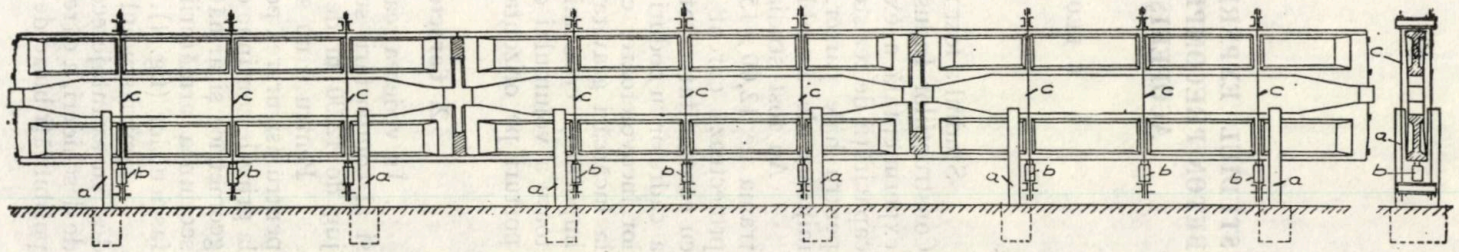


Fig. 2. — Modul de încercare a celor două grinzi-jug continue de beton precomprimat : *a* — reazeme stand ; *b* — prese de 120 tf. ; *c* — juguri.

încărcări. Din calcule a rezultat că armătura pretensionată poate fi redusă ca urmare a realizării continuității în îmbinări, de la $2\times32\varnothing5$ mm + $2\times18\varnothing5$ mm la numai $2\times32\varnothing5$ mm SBPI, obținîndu-se astfel o economie de armătură pretensionată de 36% și, în mod corespunzător, de ancoraje, materiale și manoperă pentru realizarea și injectarea canalelor, manoperă și utilaj de pretensionare etc.

Au fost proiectate și realizate pentru fascicule $32\varnothing5$ mm, dispozitive de transfer și elemente de înnădire a armăturilor (fig. 1).

3. Modul de realizare a încercării grinzilor continue

Pentru încercarea unor grinzi continue cu trei deschideri de cîte 12 m este necesar un stand cu lungimea de cel puțin 36,00 m. Ca urmare s-a studiat posibilitatea încercării concomitente a două grinzi continue, dispuse astfel încît fiecare dintre ele să reprezinte un stand de încercare pentru cealaltă grindă, ambele grinzi fiind solicitate identic, atît sub acțiunea greutății proprii cît și sub cea a încărcărilor exterioare. În urma studiului diagramelor de solicitări pentru diferite moduri de rezemare a sistemului de două grinzi, s-a ajuns la o soluție (fig. 2) care asigură pe de o parte o bună comportare la transfer și pe de altă parte solicitarea egală a celor două grinzi în timpul încărcării.

Încărcările s-au realizat cu prese așezate la partea inferioară a sistemului, care transmit forțele direct la grinda inferioară și prin intermediul unor juguri din oțel-beton la grinda superioară.

4. Execuția elementelor prefabricate

Grinzile-jug prefabricate au fost executate de Trustul de construcții industriale al municipiului Gh. Gheorghiu Dej. Precomprimarea fiecărei grinzi s-a realizat prin întinderea armăturilor de la ambele capete ($N_k = A_p\sigma_{pk} = 6{,}3\times13\,250$ daN). S-au calculat pierderile de tensiuni datorite frecării ($k=0{,}002$ și $\mu=0{,}30$) și lunecărilor în ancoraje ($\lambda=5$ mm) (fig. 1 *b*) și rotirile și săgețile înainte și după blocarea armăturilor (fig. 3). Rotirile secțiunilor de la capetele dinspre îmbinări ale grinzilor după blocarea armăturilor au rezultat egale cu: $\theta=-0{,}0007365$ rad. pentru grinzile marginale și $\theta=-0{,}000557$ rad. pentru grinzile centrale. Pretensionarea armăturilor s-a realizat cu ajutorul a două prese universale cu gol central de tip INCERC de cîte 120 tf, în trepte de 50 și 100 atm. Înainte de montarea preselor au fost dispuse sub ancoraje dispozitive de transfer, șaibe de rezemare provizorie a ancorajelor și piulițe ale elementelor de înnădire a armăturilor (fig. 1 și fig. 4 *d*).

Dispunerea ancorajelor s-a realizat cu ajutorul unui șablon (fig. 4 *b*). La fiecare treaptă de precomprimare s-a măsurat alungirea armăturii și s-au făcut citiri la comparatoare dispuse la capetele, mijlocul, sferturile și optimile deschiderilor grinzilor. Cu rezultatele obținute s-au trasat diagramele precomprimării ($N_k - \Delta l$) și diagramele de săgeți (fig. 3) care au avut valori apropiate de cele rezultate din calcule.

În vederea reducerii pierderilor de tensiuni datorate lunecării armăturilor în ancoraje s-a recurs la o reluare a pretensionării prin strîngerea

dispozitivelor de transfer (fig. 4 *c*) care au fost montate cu pana centrală scoasă în afară cu 25 mm, obţinîndu-se o îngroşare a dispozitivelor şi respectiv o lungire a armăturii cu circa 7 mm. La cîteva armături nu a fost reluată pretensionarea, locaşurile cu dispozitivele de transfer fiind mai mici decît cele prevăzute în proiect (este necesară o toleranţă mai mare), ceea ce nu a permis montarea mijloacelor de reluare a pretensionării.

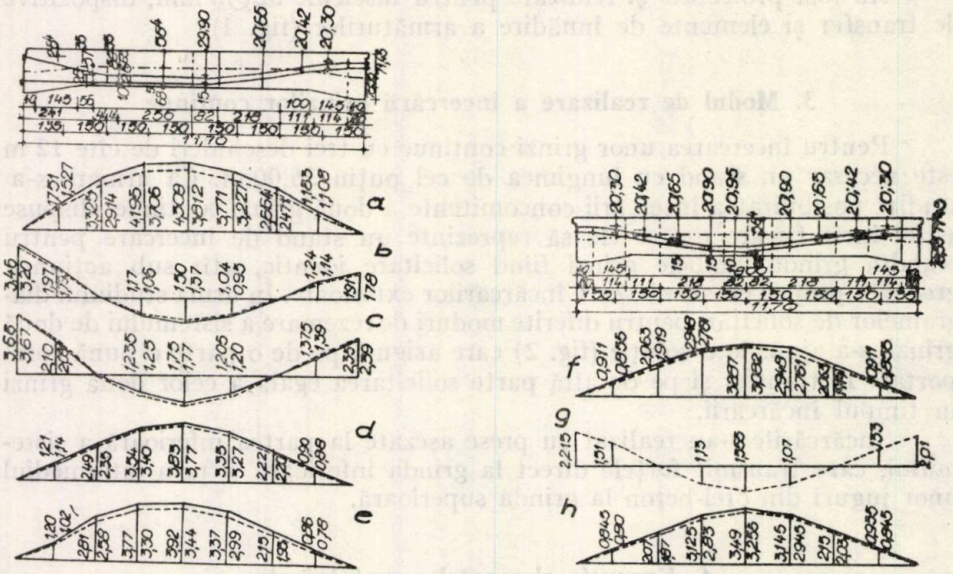
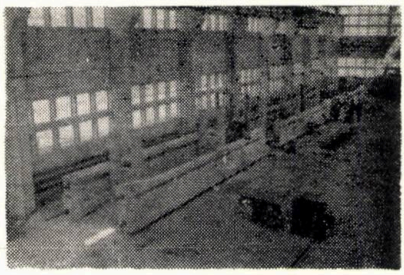


Fig. 3. — Diagramele de săgeţi produse de forţa de precomprimare la grinzile-jug marginale (*a, b, c, d, e*) şi centrale (*f, g, h*) ; *a* şi *f* — diagramele obţinute din calcule ; diagramele *b, c* şi *g* — obţinute experimental la grinzile-jug precomprimate în poziţie răsturnată ; diagramele *d, e* şi *h* — obţinute experimental la grinzile-jug precomprimate în poziţie de exploatare (de proiect)

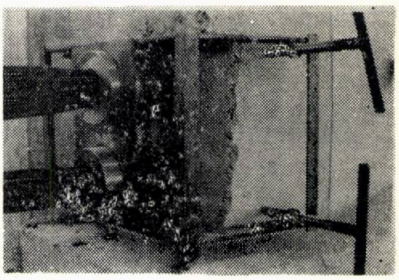
5. Asamblarea grinzilor continue

A fost asamblată la început grinda continuă inferioară răsturnată (fig. 4 *e*) prin aşezarea pe reazeme a grinzilor-jug prefabricate, cap la cap şi cuplarea ancorajelor cu elementele de înnădire (fig. 4 *d*) în procesul de montaj. Apoi s-au montat elementele care reprezintă reazemele marginale şi centrale dintre două grinzi continue care au alcătuit sistemul experimental (fig. 4 *e, f* şi *g*) şi grinzile-jug care alcătuiesc grinda continuă superioară. Înnădirea armăturilor s-a realizat prin înşurubarea pieselor cilindrice ale elementelor de înnădire cu piuliţele din spatele ancorajelor de la grinda montată pe reazeme şi deplasarea pe orizontală înainte de a fi aşezată pe reazeme a grinzii în curs de montaj astfel ca ancorajele acesteia să intre în piesele cilindrice ale elementelor de înnădire (fig. 4 *d*) la care s-au înşurubat piuliţele din spatele ancorajelor grinzii în curs de montaj, realizînd astfel cuplarea ancorajelor.

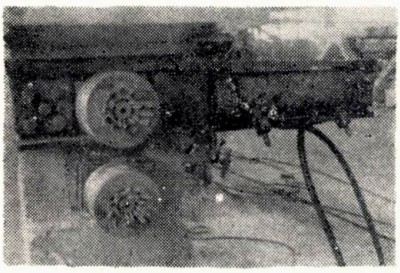
După asamblarea sistemului constituit din cele două grinzi continue, rosturile din îmbinări au fost umplute, pe înălţimea secţiunii active, cu mortar M 300 de ciment RIM şi nisip cu granulozitatea de 1...7 mm.



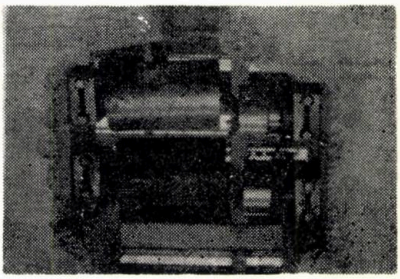
a



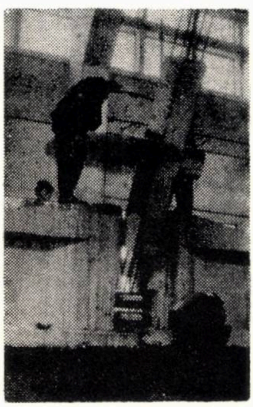
b



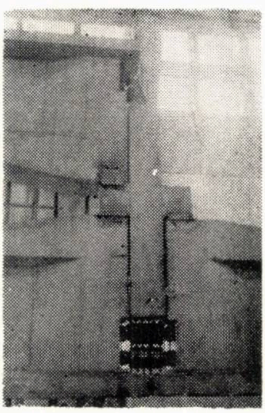
c



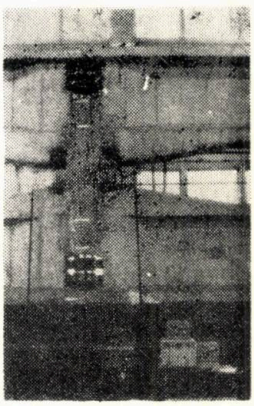
d



e

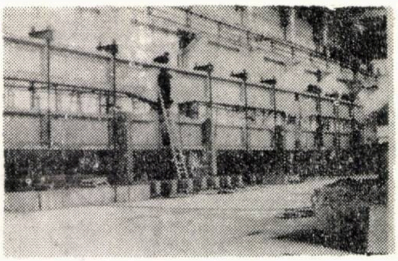


f

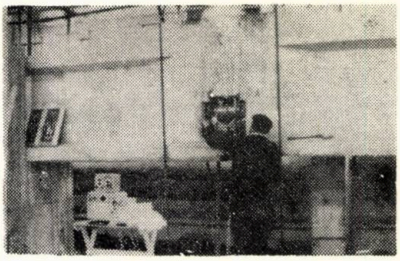


g

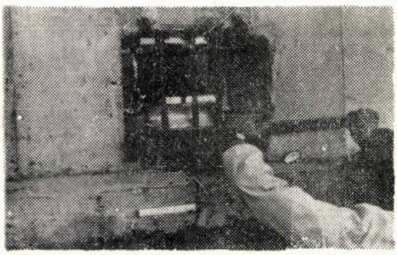
Fig. 4. — Aspecte de la precomprimarea grinzilor jug-prefabricate (*a* și *b*) de la reluarea pretensionării armăturilor (*c*), de la înnădirea armăturilor în procesul de asamblare (*d*) și de la asamblarea grinzilor jug-continue (*e*, *f* și *g*).



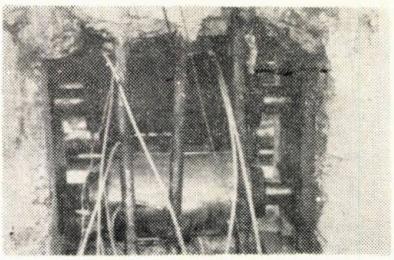
a



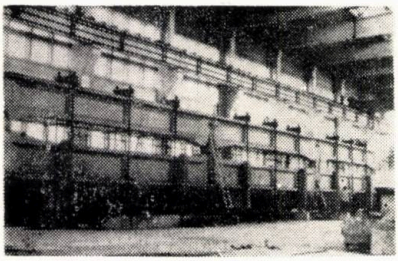
b



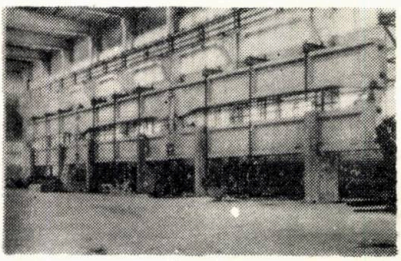
c



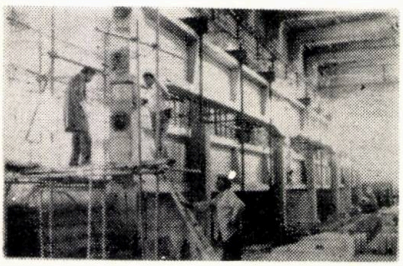
d



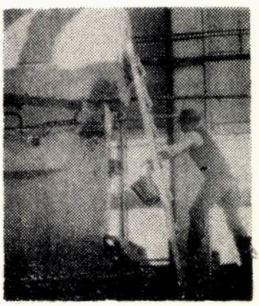
e



f



g



h

Fig. 5. — Aspecte de la extragerea dispozitivelor de transfer (*a*, *b*, *c*, *d*), de la încărcarea grinzilor-jug continue (*e* și *f*) și de la injectarea cu mortar de ciment a canalelor (*g* și *h*).

Continuitatea forței de pretensionare în armăturile înnădite s-a realizat, după întărirea mortarului din îmbinări, prin extragerea dispozitivelor de transfer de sub ancoraje (fig. 5 *a, b, c* și *d*) cu ajutorul unor mijloace simple alcătuite dintr-o piesă în formă de U cu o gaură centrală, un bulon cu piuliță și o cheie fixă. Piesa în formă de U se așază cu aripile pe penele laterale ale dispozitivului de transfer, prin gaura din inimă se introduce bulonul care se înșurubează în pana centrală care este extrasă prin strîngerea cu ajutorul unei chei fixe a unei piulițe ce reazemă pe piesa în formă de U. Ca urmare a stabilirii unei pante satisfăcătoare și a finisării și ungerii corespunzătoare a fețelor dintre pana centrală și penele laterale, extragerea dispozitivului de transfer s-a realizat ușor, fără dificultăți. În baza alungirilor măsurate cu ajutorul tensiometriei electrice (pe fiecare element de înnădire s-au lipit cîte trei traductoare electrice rezistive) s-au calculat eforturile unitare și forța de întindere care au luat naștere în elementele de înnădire și în armăturile postîntinse înnădite (tabelul 1). Rezultatele obținute sînt satisfăcătoare, valori mai reduse ale efortului unitar înregistrîndu-se acolo unde nu a fost reluată pretensionarea armăturilor. După extragerea tuturor dispozitivelor de transfer grinzile au fost încărcate cu 75% din încărcarea totală de exploatare, reprezentînd greutatea proprie a acoperișului. Sub încărcare constantă s-au betonat locașurile și s-au umplut canalele, prin injectare pe la unul din capetele grinzilor, cu mortar de ciment RIM (fig. 5 *e, f, g* și *h*). După o săptămînă de la injectarea canalelor grinzile au fost descărcate.

6. Încercarea grinzilor continue

Încercarea s-a realizat prin încărcarea, în trei etape, a fiecărei deschideri cu cîte trei forțe concentrate aplicate în dreptul nervurilor de rigidizare a inimii (fig. 2 și 5). În prima etapă s-a urmărit comportarea grinzilor sub acțiunea încărcărilor de exploatare, în etapa a doua s-au studiat grinzile pînă la fisurare, iar în etapa a treia, pînă la pierderea capacității de rezistență. Încărcarea și descărcarea grinzilor s-a efectuat în trepte, la fiecare treaptă făcîndu-se citiri la comparatoare pentru stabilirea săgeților (fig. 9), urmărindu-se comportarea grinzilor și în special a zonelor îmbinărilor, iar în etapa a treia formarea și dezvoltarea fisurilor.

S-au stabilit valorile încărcărilor normate și de calcul din greutatea proprie a grinzilor (0,8 și 0,88 tf/m) din greutatea acoperișului ($G^n = 12{,}95$ tf și $G = 15{,}84$ tf) și din greutatea spațiului tehnic și a zăpezii ($P^n = 5{,}85$ tf și $P = 7{,}92$ tf). S-au calculat momentele încovoietoare produse de încărcări (fig. 6) și de acțiunea precomprimării (fig. 1), stabilindu-se curba de presiune a precomprimării pure după asamblarea grinzilor continue (fig. 7) și pe această bază valorile încărcărilor de fisurare pentru secțiunile de la mijlocul deschiderilor marginale ($P_f = 32{,}70$ tf) și pentru secțiunile de la reazeme ($P_f = 25{,}1$ tf). Valorile încărcărilor de rupere stabilite prin calculul static în domeniul elastic au rezultat egale cu $P_r = 54{,}6$ tf pentru deschiderile marginale și $P_r = 40$ tf pentru secțiunile de la reazeme iar din calculul static în domeniul plastic (fig. 8) a rezultat $P_r = 49{,}70$ tf.

Sub acțiunea încărcărilor de exploatare grinzile au avut o comportare aproape elastică, săgețile remanente fiind nule pentru deschiderile centrale și în jur de 5% pentru deschiderile marginale.

Tabelul 1

Rezultatele măsurătorilor la transferul forței de pretensionare în elementele de înnădire

Grinda	Rezemul	Operația / Lungirea / Eform unitar	Traductorul 1	2	3	4	5	6
G^1	B	0	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
		Transfer *I*	12 740	12 612	12 637	13 010	13 007	12 998
			12 742	12 613	12 637	13 010	13 008	12 998
		Transfer *II*	12 745	12 618	12 639	12 597	12 555	12 533
			12 744	12 619	12 639	12 598	12 555	12 534
		Diferențe	256	318	361	402	445	466
		Lungirea	$\varepsilon = 333 \times 10^{-6}$			$\varepsilon = 438 \times 10^{-6}$		
		Efort unitar mufă	$\sigma = 699$ daN/cm^2			$\sigma = 920$ daN/cm^2		
		Efort unitar sîrme	$\sigma_p = 7\,370$ daN/cm^2			$\sigma_p = 9\,680$ daN/cm^2		
	C	0	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
		Transfer *I*	12 665	12 815	12 434	13 004	13 029	13 017
			12 666	12 815	12 434	13 005	13 030	13 015
		Transfer *II*	12 670	12 820	12 444	12 670	12 414	12 607
			12 672	12 821	12 446	12 663	12 416	12 608
		Diferențe	328	179	554	337	584	392
		Lungirea	$\varepsilon = 354 \times 10^{-6}$			$\varepsilon = 438 \times 10^{-6}$		
		Efort unitar mufă	$\sigma = 743$ daN/cm^2			$\sigma = 920$ daN/cm^2		
		Efort unitar sîrme	$\sigma_p = 7\,820$ daN/cm^2			$\sigma_p = 9\,680$ daN/cm^2		
$G2$	B	0	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
		Transfer *I*	12 740	12 612	12 637	13 007	12 998	12 992
		Transfer *II*	12 742	12 613	12 637	12 624	12 532	12 565
		Diferențe	258	387	376	376	468	435
		Lungirea	$\varepsilon = 336 \times 10^{-6}$			$\varepsilon = 426 \times 10^{-6}$		
		σ mufă	$\sigma = 706$ daN/cm^2			$\sigma = 895$ daN/cm^2		
		σ fascicul	$\sigma_p = 7\,440$ daN/cm^2			$\sigma_p = 9\,430$ daN/cm^2		
	C	0	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000	13 000
		Transfer I	12 570	12 588	12 586	13 030	13 005	13 011
		Transfer II	12 567	12 594	12 483	12 483	12 498	12 458
		Diferențe	433	406	411	517	501	542
		Lungirea	$= 417 \times 10^{-6}$			$\varepsilon = 513 \times 10^{-6}$		
		σ mufă	$\sigma = 878$ daN/cm^2			$\sigma = 1\,077$ daN/cm^2		
		σ fascicul	$\sigma_p = 9\,250$ daN/cm^2			$\sigma_p = 9\,130$ daN/cm^2		

Tabelul 2

Valorile săgeților până la încărcarea de exploatare

Încărcare		Secțiunea												
Atm.	Tf.	*1*	*2*	*3*	*4*	*5-6*	*7*	*8*	*9*	*10-11*	*12*	*13*	*14*	*15*
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	8,75	0	0,50	0,59	0,36	0	0,06	0,12	−0,04	0	0,51	0,95	0,69	0
		0	−0,43	−0,68	−0,36	0	−0,22	−0,35	−0,28	0	−0,54	−1,07	−0,80	0
50	12,5	0	1,01	1,30	0,77	0	0,06	0,24	−0,07	0	0,88	1,59	1,10	0
		0	−0,88	−1,25	−0,65	0	−0,39	−0,56	−0,46	0	−0,94	−1,83	−1,38	0
80	20	0	1,81	2,41	1,36	0	0,36	0,85	0,24	0	1,37	2,68	1,84	0
		0	−1,73	−2,35	−1,25	0	−0,80	−1,21	−0,86	0	−1,56	−2,97	−2,30	0
80	20	0	1,84	2,46	1,40	0	0,35	0,86	0,22	0	1,42	2,74	1,88	0
		0	1,71	−2,32	−1,22	0	−0,81	−1,20	−0,85	0	−1,52	−2,94	−2,23	0
60	15	0	1,69	2,23	1,27	0	0,22	0,60	0,05	0	1,19	2,30	1,55	0
		0	−1,56	−2,15	−1,11	0	−0,69	−1,02	−0,73	0	−1,34	−2,50	−1,91	0
50	12,5	0	1,35	1,82	1,05	0	0,05	0,32	−0,08	0	0,96	1,88	1,26	0
		0	−1,32	−1,80	−0,93	0	−0,54	−0,76	−0,58	0	−1,12	−2,07	−1,56	0
35	8,75	0	0,88	1,17	0,65	0	−0,05	−0,04	−0,18	0	0,74	1,35	0,88	0
		0	−0,83	−1,17	−0,62	0	−0,32	−0,45	−0,37	0	−0,84	−1,56	−1,24	0
0	0	0	0,17	0,17	0,13	0	−0,02	0,00	−0,05	0	0,15	0,18	0,08	0
		0	−0,14	−0,29	−0,16	0	−0,04	−0,04	−0,06	0	−0,15	−0,25	−0,19	0
0	0	0	0,04	0,00	0,01	0	0,02	0,03	0,01	0	0,12	0,14	0,13	0
		0	−0,08	−0,20	−0,13	0	0,00	0,01	0,00	0	−0,08	−0,16	−0,04	0

Tabelul 3

Valorile săgeților produse de încărcări pînă la pierderea capacității de rezistență

Încărcarea		Secțiunea												
Atm.	Tf.	1	2	3	4	5-6	7	8	9	10-11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	8,75	0	0,49	0,68	0,38	0	0,07	0,17	−0,01	0	0,44	0,98	0,70	0
		0	−0,48	−0,54	−0,35	0	−0,22	−0,36	−0,25	0	−0,48	−0,98	−0,81	0
50	12,5	0	0,92	1,25	0,69	0	0,19	0,41	0,04	0	0,71	1,52	1,01	0
		0	−0,89	−1,16	−0,63	0	−0,41	0,66	−0,47	0	−0,87	−1,70	−1,46	0
80	20	0	1,97	2,74	1,45	0	0,47	1,08	0,31	0	1,33	2,81	1,86	0
		0	−1,91	−2,48	−1,36	0	−0,93	−1,40	−1,00	0	−1,65	−3,06	−2,62	0
100	25	0	2,60	3,63	1,91	0	0,67	1,71	0,55	0	1,83	3,85	2,53	0
		0	−2,62	−3,43	−1,96	0	−1,44	−2,12	−1,62	0	−2,41	−4,24	−3,59	0
120	30	0	3,17	4,47	2,27	0	0,93	2,16	0,58	0	2,50	4,98	3,34	0
		0	−3,34	−4,43	−2,64	0	−1,98	−2,88	−2,19	0	−3,20	−5,57	−4,68	0
140	35	0	4,10	5,85	2,98	0	1,08	2,66	0,98	0	3,59	7,46	4,78	0
		0	−4,41	−5,88	−3,60	0	−2,64	−3,71	−2,80	0	−4,28	−7,35	−6,23	0
160	40	0	−7,35	10,04	−4,80	0	1,37	3,69	1,46	0	7,32	14,09	8,33	0
		0	−7,56	10,28	−5,90	0	−4,04	−5,35	−3,98	0	−8,04	−14,31	−12,82	0
180	45	0	11,60	15,54	7,20	0	1,21	4,68	1,88	0	11,50	22,34	13,42	0
		0	−11,38	16,08	−8,74	0	−5,95	−6,97	−5,09	0	−12,04	−21,64	−19,51	0

Primele fisuri au apărut în îmbinări la o valoare a încărcărilor de 25 tf egală cu cea rezultată din calcule și cu 25% mai mare decît încărcarea de exploatare. Încărcările au fost apoi mărite pînă la 30 tf (1,5 $P_{expl.}$). Fisurile

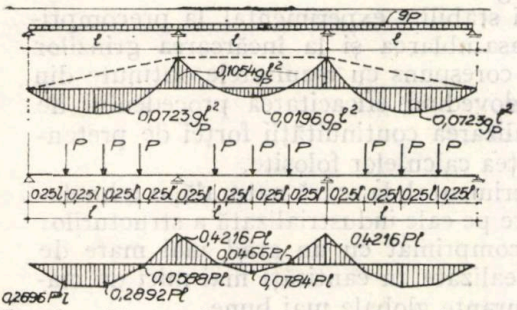


Fig. 6. — Diagramele de momente încovoietoare produse de încărcarea cu greutatea proprie (g_p) și de încărcările exterioare concentrate (P) la grinzile continue experimentale.

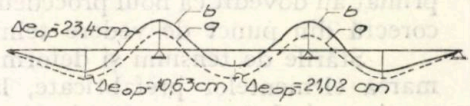


Fig. 7. — Curba de presiune a precomprimării pure înainte (a) și după asamblarea grinzilor continue (b).

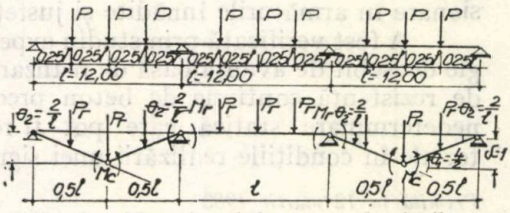


Fig. 8. — Mecanismul de rupere al grinzilor continue cu trei deschideri.

din îmbinări s-au dezvoltat puțin, deschiderile lor nedepășind 0,3 mm, iar în deschideri nu au apărut fisuri. La descărcare săgețile au revenit aproape total iar fisurile s-au închis complet încît nu mai puteau fi identificate.

În etapa a treia a încercării fisurile au reapărut în îmbinări la o valoare a încărcărilor de circa 22 tf. În deschiderile marginale au apărut fisuri la o valoare a încărcărilor de 35 tf. După depășirea acestei valori a încărcărilor fisurile s-au dezvoltat mai repede iar deformațiile au căpătat valori mai mari (tabelele 2 și 3, fig. 9). Grinzile au fost încercate pînă la o valoare a încărcărilor concentrate de 45 tf cînd deschiderile fisurilor au atins o valoare de circa 8 mm, iar săgețile pentru ultima treaptă de încărcare au crescut cu aproape 1 cm. Apoi grinzile au fost descărcate. Fisurile din deschideri s-au închis complet iar cele din îmbinări au rămas cu deschideri foarte mici. De asemenea săgețile au revenit aproape total. Deoarece nu s-au constatat semne de rupere a betonului în zonele comprimate iar lungimile fisurilor erau mai mici decît înălțimea zonei întinse în stadiul de rupere se poate aprecia că pentru atingerea limitei capacității de rezistență valoarea încărcărilor ar fi trebuit mărită pînă la 48...50 tf, egală cu valoarea încărcărilor de rupere rezultată din calculul static în domeniul plastic.

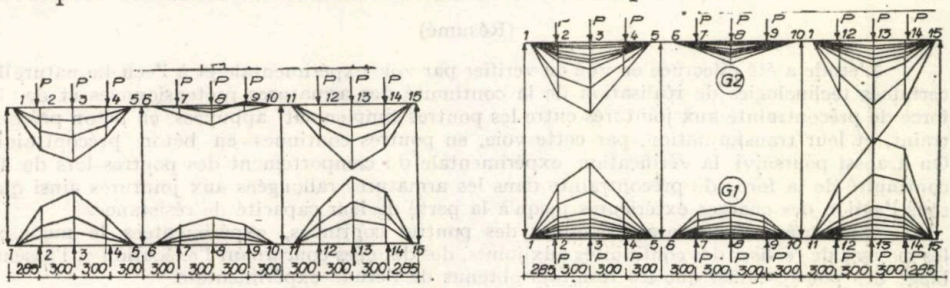


Fig. 9. — Diagramele săgeților produse de încărcări : a — pînă la încărcarea de exploatare; b — pînă la pierderea capacității de rezistență.

7. Concluzii

Rezultatele privind execuţia grinzilor-jug continue de beton precomprimat au dovedit că noul procedeu şi mijloacele de asamblare au o concepţie corectă din punct de vedere tehnologic.

Stările de tensiuni şi deformaţii stabilite experimental la precomprimarea elementelor prefabricate, la asamblarea şi la încărcarea grinzilor continue de beton precomprimat, au corespuns cu rezultatele obţinute din calculele statice şi de rezistenţă dovedind eficacitatea procedeului de precomprimare a îmbinărilor prin realizarea continuităţii forţei de pretensionare în armăturile înnădite şi justeţea calculelor folosite.

A fost verificată prin studiu experimental, la scară naturală, o tehnologie deosebit de avantajoasă de realizare pe cale industrializată a structurilor de rezistenţă continue de beton precomprimat cu un grad mai mare de nedeterminare statică care pot fi realizate cu cantităţi mai mici de materiale în condiţiile realizării unei siguranţe globale mai bune.

Primită la 12 martie 1980

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de beton armat şi construcţii hidrotehnice
şi
Trustul de construcţii industriale, Gh. Gheorghiu-Dej

BIBLIOGRAFIE

1. Leonte C., *Grinzi-jug continue de beton precomprimat pentru acoperişurile halelor industriale* Simpozionul de beton precomprimat, Cluj-Napoca, 6—8 oct. 1977.
2. Leonte C., *Procedeu şi mijloace de asamblare a elementelor prefabricate de beton precomprimat cu armături postîntinse.* Brevete de invenţie: R. S. România nr. *56 158* (1973); S.U.A. nr. *3 790 657* (1974); Belgia nr. *779 210* (1972); Austria nr. *327 983* (1976); Franţa nr. *7 200 516* (1976); Canada nr. *130 231* (1976); R.F.G. nr. *2 161 500* (1977).
3. Leonte C., *Procedee de asamblare a structurilor de beton precomprimat alcătuite din elemente prefabricate.* A VI-a Conferinţă de betoane, vol. **III**, Constanţa, oct. 1973.
4. Leonte C., *Grinzi continue de beton precomprimat asamblate din elemente prefabricate de beton.* A VI-a Conferinţă de betoane, vol. **III**, Constanţa, oct. 1973.
5. Leonte C., *Poutres continues en béton précontraint notamment pour bâtiments.* VII-th Congress FIP, New-York, May 28—30, 1974.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE DEUX POUTRES CONTINUES EN BÉTON PRÉCONTRAINT À TROIS PORTÉES DE 12,00 m POUR LES TOITURES DES HALLES INDUSTRIELLES REZ-DE-CHAUSSÉE

(Résumé)

L'étude a été effectuée en vue de verifier par voie expérimentale et à l'echelle naturelle certaines technologies de réalisation de la continuité des armatures prétensionnées et de la force de précontrainte aux jointures entre les poutres simplement appuyées, en béton précontraint, et leur transformation, par cette voie, en poutres continues en béton précontraint. On a aussi poursuivi la vérification expérimentale du comportement des poutres lors de la continuité de la force de précontrainte dans les armatures rallongées aux jointures ainsi que sous l'action des charges extérieures jusqu'à la perte de leur capacité de résistance.

On a présenté les caractéristiques des poutres continues, expérimentées, le mode et les moyens de réaliser des continuités aux joints, des données concernant l'exécution et l'assemblage des poutres ainsi que les résultats obtenus de l'étude expérimentale.

L'étude a confirmé la justesse de cette nouvelle conception de composition, de réalisation et de l'établissement des projets des poutres continues en béton précontraint.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 624.01:621.78

TECHNOLOGIE DE STAND POUR LE TRAITEMENT THERMIQUE DES ÉLÉMENTS EN BÉTON PRÉCONTRAINT

PAR

SERGIU COROBCEANU, D. ALEXA, LIVIU GROLL et N. FLOREA

1. Considérations générales

On connaît que dans le domaine des procédés de formation et de durcissement des éléments préfabriqués en béton armé, un problème de base constitue la réduction du cycle de fabrication, de la croissance continue de la production du travail par l'augmentation du rendement des outillages et des installations technologiques. Parmi les principales voies de réduction de la durée de durcissement, respectif du temps d'immobilisation des coffrages et des installations technologiques, autant dans notre pays qu'à l'étranger, la plus répandue est celle des procédés de l'accélération par le traitement thermique.

L'élévation de la température jusqu'à 40...100°C, en maintenant la pression atmosphérique, conduit à l'accélération du durcissement grâce à l'interaction continue qui se produit entre le milieu extérieur et le béton, tant du point de vue calorique que de l'humidité.

Dans les conditions dans lesquelles les formes d'énergie utilisées dans l'industrie des éléments préfabriqués doivent être employées rationnellement, il est nécessaire que le traitement thermique soit effectué de telle sorte que la consommation des agents thermiques puisse être réduite au minimum et l'efficience du procédé aussi élevée que possible. Grâce au nombre des paramètres qui interviennent dans le processus de durcissement du béton, la direction du traitement thermique est différenciée dans chaque cas, suivant l'analyse de son efficience, en évaluant le mode dans lequel les caractéristiques de résistance et de durée du béton traité thermique évoluent à la longue par rapport à celles du béton déjà durci dans des conditions normales de température et d'humidité, de même que par la consommation de l'énergie utilisée.

Dans les fabriques de préfabriqués en béton armé, l'agent thermique le plus répandu est le vapeur de basse pression, le traitement thermique étant effectué directement ou non, suivant le cycle connu de quatre périodes (l'attente, l'élévation de la température, l'isotherme, le refroidissement). Dans les conditions de l'atelier ou du polygone des préfabriqués, l'emploi de ce procédé est limité, vu qu'un grand nombre de telles unités ne sont pas dotées d'installations de vapeur, c'est pourquoi l'emploi du courant électrique comme agent de chauffage est extrêmement rationnel.

2. Étude du processus accélére du durcissement du béton

Des nombreuses recherches effectuées dans le monde entier il résulte que par l'élévation de la température, la hydratation du ciment a lieu par la formation de ces mêmes combinaisons chimiques aussi bien que dans le cas du durcissement dans les conditions normales, l'augmentation de la température ne conduisant qu'à l'intensification des réactions entre le ciment et l'eau [1]. Pourtant, il est bien connu que le durcissement du béton,

au fur et à mésure que la température croît, s'intensifie de seulement 1,2...1,7 fois pour chaque 10°C et non pas de 2 fois, comme résulterait d'après la loi des actions des masses. connue dans la cinétique chimique [2]. Ce fait s'explique justement par l'influence des phénomènes destructifs qui se manifestent à l'élévation de la température, phénomènes qui sont communs à toutes les réactions hétérogenes d'après les lois de la diffusion et de la mutation des nouveaux composés.

L'analyse des modifications d'ordre physique qui se produisent dans le béton durant le traitement thermique met en évidence l'essence de ces phénomènes destructifs, résultant en même temps les causes pour lesquelles la structure du béton est affectée, de telle sorte que les résistances et la durabilité du béton traité thermique sont inférieures à celles obtenues sur le béton de même composition durci dans les conditions normales. De ce qui a été constaté [3], en principe, ces phénomènes se manifestent par :

a) la deshydratation prématurée du béton qui a l'origine dans la deuxième partie de la période isotherme et qui continue intensivement dans la période du refroidissement ;

b) la dilatation différenciée des composés du béton, l'eau et l'air occlus ayant les plus grands coefficients de dilatation thermique ;

c) le blindage des grains de ciment par les pellicules des produits de l'hydratation dont la densité croît au fur et à mesure que la température hausse ;

d) le mode non uniforme dont la température est dirigée dans le béton, les chutes de température qui se produisent le long de l'épaisseur des éléments préfabriqués.

Les conséquences de ces phénomènes destructifs se reflètent dans l'apparition de nombreux défauts de structure dans la masse du béton qui conduisent à la chute des caractéristiques de résistance et de durabilité et le potentiel chimique de liaison du ciment est utilisé d'une façon irrationnelle.

En vue de réduire le décalage qualitatif qui existe entre les bétons qui ont été soumis au traitement thermique et les bétons durcis normalement, les technologies actuelles préconisent une série de mesures, par exemple : majoration de la consommation du ciment, introduction d'une période d'attente qui dans certaines pays atteint une durée de $6^1/_2$ heures, réduction au minimum possible du facteur eau —ciment, l'augmentation le plus lentement possible de la température et quelquefois le prolongement de la période du traitement isothermique. Mais on a constaté que l'efficience technique de ces mesures est relativement réduite et du point de vue économique on constate une augmentation de la durée du cycle de traitement thermique, ce qui a des répercussions négatives tant sur la productivité que sur le prix.

3. Le procédé électrothermique d'accélérer le durcissement du béton

3.1. L'installation de traitement thermique

De l'analyse des aspects mentionnés ci-dessus on constate l'existence de certaines possibilités d'intervenir dans le sens de la direction du processus de traitement thermique, en vue d'obtenir des qualités supérieures liées tant

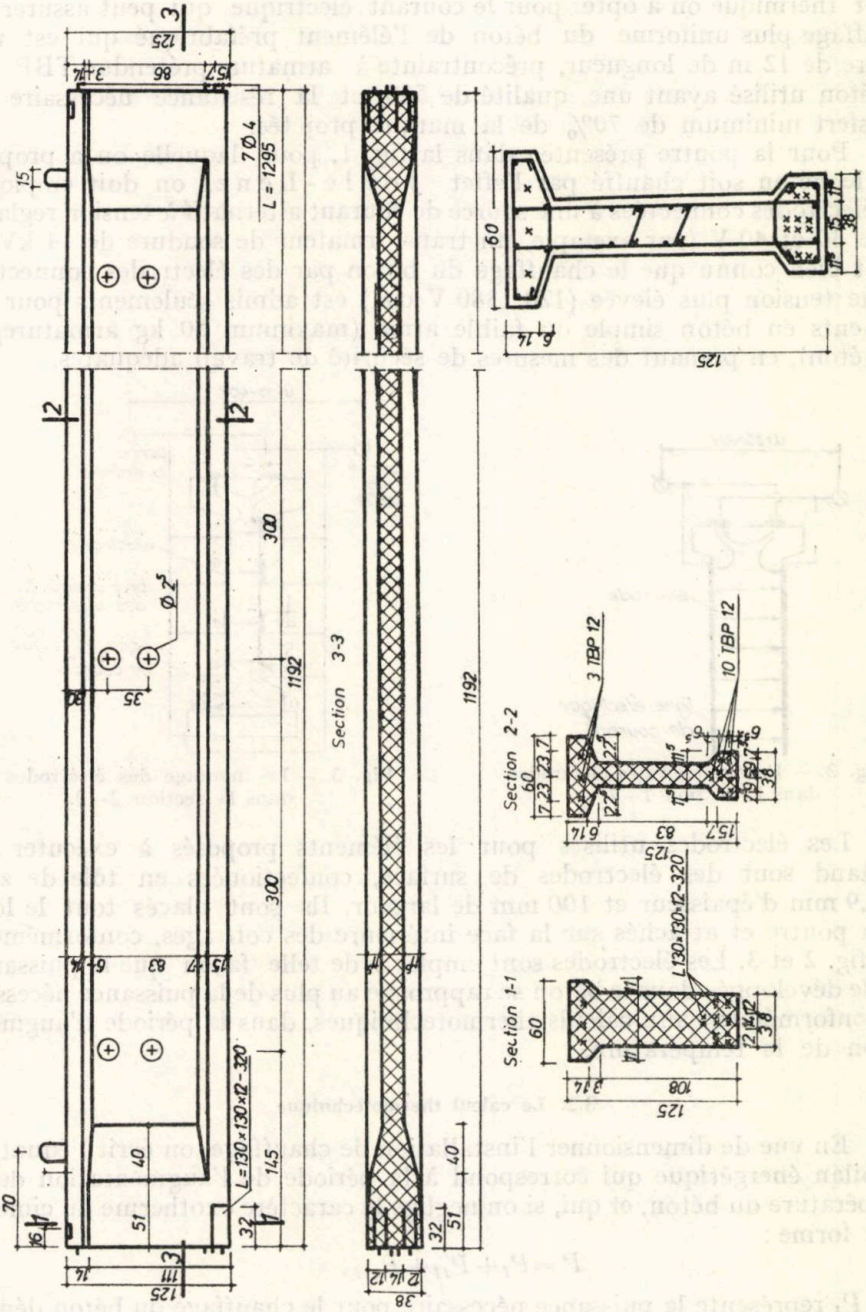


Fig. 1. — Poutre pour des ponts roulants GR 12 TD.

des caractéristiques mécaniques que du processus de durcissement. Comme agent thermique on a opté pour le courant électrique qui peut assurer un chauffage plus uniforme du béton de l'élément préfabriqué qui est une poutre de 12 m de longueur, précontrainte à armature prétendue TBP 12, le béton utilisé ayant une qualité de 500 et la résistance nécessaire au transfert minimum de 70% de la marque projétée.

Pour la poutre présentée dans la fig. 1, pour laquelle on a proposé que le béton soit chauffé par l'effet Joule-Lenz, on doit employer des électrodes connectées à une source de courant alternatif à tension reglable entre 30 et 40 V (par exemple, un transformateur de soudure de 14 kVA). Il est bien connu que le chauffage du béton par des électrodes connectées à une tension plus élevée (120...380 V c.a.) est admis seulements pour les éléments en béton simple ou faible armé (maximum 50 kg armature/m³ de béton), en prenant des mesures de sécurité de travail adéquates.

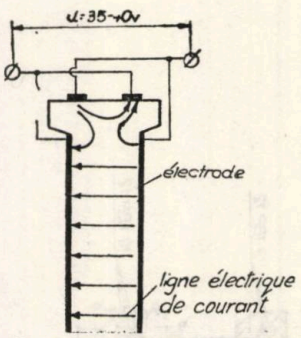


Fig. 2. — Le montage des électrodes dans la section 1—1.

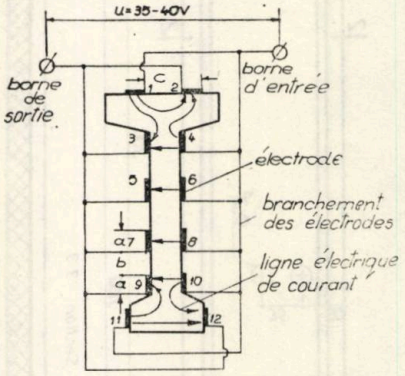


Fig. 3. — Le montage des électrodes dans la section 2—2.

Les électrodes utilisés pour les éléments proposés à exécuter sur le stand sont des électrodes de surface, confectionées en tôle de zinc de 1,9 mm d'épaisseur et 100 mm de largeur. Ils sont placés tout le long de la poutre et attachés sur la face intérieure des coffrages, conformément aux fig. 2 et 3. Les électrodes sont emplacés de telle façon que la puissance totale développée dans le béton se rapproche au plus de la puissance nécessaire, conformément aux calculs thermotechniques, dans la période d'augmentation de la température.

3.2. Le calcul thermotechnique

En vue de dimensionner l'installation de chauffage, on écrit l'équation du bilan énergétique qui correspond à la période de l'augmentation de la température du béton, et qui, si on neglige le caractère exotherme du ciment, a la forme :

$$P = P_I + P_{II} + P_{III},$$

où : P_I représente la puissance nécessaire pour le chauffage du béton depuis la température initiale, $t_{bi} = 5°C$, jusqu'à la température isotherme $t_{bmax} = 40°C$; P_{II} — la puissance nécessaire pour le chauffage du coffrage :

P_{III} — la puissance électrique pour la compensation de la perte de température dans le milieu ambiant, dont la température moyenne est considérée $t_e = 5°C$. La puissance P_I s'exprime par la relation

$$P_I = \frac{c\rho_a \Delta t}{860} v = \frac{0{,}25.2500.5}{860} 3{,}75 = 13{,}626 \text{ kW},$$

où : $c = 0{,}25$ kcal/kg°C — la chaleur spécifique du béton, $\rho_a = 2\,500$ kg/m³ — la densité specifique apparente du béton, $\Delta t = 5°C/h$ — l'augmentation de la température du béton dans la période de la hausse de la température. Toutefois

$$P_{II} = \frac{C_f \gamma_f \delta_f S_f}{860} \cdot \frac{\Delta t}{2} = \frac{0{,}38.350.0{,}04.46}{860} \cdot \frac{5}{2} = 0{,}713 \text{ kW},$$

$$P_{III} = \frac{k_1 S_f}{860} \cdot \frac{t_{bi} + t_{b\max} - 2t_{a_e}}{2} + \frac{k_2 S_2}{860} \cdot \frac{t_{bi} + t_{b\max} - 2t_p}{2}.$$

Le coefficient du transfert de chaleur de la poutre vers le milieu ambiant par le coffrage et la couche thermoisolante est calculé à l'aide de la relation :

$$K_1 = \frac{1}{0{,}05 + 10d_c + 0{,}7a_i/\lambda_i} = \frac{1}{0{,}05 + 10.0{,}004 + 0{,}7.0{,}04/0{,}05} = 1{,}54 \text{ kcal/m}^2\text{h°C},$$

où $d_c = 0{,}004$ m est l'épaisseur du coffrage, $a_i = 0{,}040$ m — l'épaisseur de la couche thermoisolante, $\lambda_i = 0{,}05$ — le coefficient de conductivité thermique de la couche isolante, $S_f = 46$ m² — la surface de la couche thermoisolante, $S_2 = 4{,}55$ m² — la surface du dallage en contact avec la poutre, $t_p = 5°C$ — la température du dallage.

Le coefficient de transfert de chaleur de la poutre au dallage est

$$K_2 = \frac{1}{0{,}05 + 0{,}7 \cdot 0{,}25/0{,}7} = 3{,}3 \text{ kcal/m}^2\text{h°C}$$

et par suite

$$P_{III} = \frac{1{,}54.46}{860} \cdot \frac{5 + 40 - 10}{2} + \frac{3{,}3.4{,}55}{860} \cdot \frac{5 + 40 - 10}{2} = 1{,}75 \text{ kW}.$$

La valeur de P_{III} calculée ci-dessus représente une valeur moyenne et sert à dimensionner l'installation électrique, étant connu que les pertes de chaleur varient avec la température du béton à un moment donné.

Pour l'élément choisi, la puissance électrique nécessaire dans la période du chauffage est

$$P = P_I + P_{II} + P_{III} = 16{,}089 \text{ kW}.$$

La puissance électrique absorbée dans l'élément ayant les électrodes emplacés conformément aux fig. 1 et 2 est approximativement :

$$P_{abs} = P_{1,2} + 2P_{1,3} + 4P_{3,4} + 2P_{9,11} + P_{11,12}.$$

La puissance absorbée seulement grâce à la présence des électrodes *1* et *2* est calculée avec la relation (fig. 1) :

$$P_{1,2} = 0{,}26 \frac{0{,}1570u^2}{\left(2\ln\frac{4h_0}{\pi a} + \frac{\pi c}{2h_0}\right)} L = 2{,}3.10^{-4}u^2, \text{ [kW]},$$

où $\rho = 500\,\Omega$ cm, $c = 20$ cm, $a = 10$ cm, $h_0 = 7$ cm et $L = 11{,}92$ m — longueur de la poutre.

La puissance absorbée par les électrodes *1* et *3* est :

$$P_{1,3} = \frac{u^2}{1\,000\frac{\rho l_{1,3}}{La}} = \frac{u^2}{1\,000\frac{500.20}{1\,192.10}} = 1{,}192.10^{-3}u^2, \text{ [kW]},$$

où $l_{1,3} = 20$ cm représente la longueur moyenne des lignes de courant entre les électrodes *1* et *3*.

La puissance absorbée par les électrodes *3* et *4* est :

$$P_{3,4} = \frac{u^2}{1\,000\frac{\rho l_{3,4}}{La}} = \frac{u^2}{1\,000\frac{500.15}{1\,192.10}} = 1{,}59.10^{-3}u^2, \text{ [kW]},$$

tandis que celle absorbée par les électrodes *9* et *11* est :

$$P_{9,11} = 0{,}26 \frac{0{,}1570\,u^2}{\rho\left(2\ln\frac{4h_0'}{\pi a} + \frac{\pi c'}{2h_c'}\right)} L = 0{,}63.10^{-3}u^2, \text{ [kW]}.$$

La puissance électrique totale absorbée résulte :

$$P_{abs} = 10{,}392.10^{-3}u^2, \text{ [kW]}.$$

Dans les calculs effectués on a considéré, grâce à l'emplacement correspondant des électrodes dans les zones de l'extrémité de la poutre, que la puissance électrique dégagée par l'unité de longueur dans ces zones est approximativement égale à celle dégagée dans la zone centrale ; cette hypothèse est nécessaire parce que la température du béton doit être uniformément répandue tout le long de l'élément.

La tension nécessaire aux bornes de sortie du transformateur d'alimentation de l'installation des électrodes est déterminée de la condition que la puissance perdue soit égale avec celle absorbée :

$$u^2 = \frac{P}{10{,}392.10^{-3}} = \frac{16{,}089}{10{,}392.10^{-3}} = 1548{,}21 \quad \text{et} \quad u = 39{,}34 \text{ V}.$$

C'est ainsi qu'on choisit un transformateur monophasé de soudure ayant une tension de sortie reglable entre 30...40 V et le courant nominal pour la soudure, de 500 A.

4. Résultats expérimentaux obtenus sur les éprouvettes de contrôle

En vue de tester le procédé proposé on a confectionné des éprouvettes de contrôle (cubes, prismes, poutres de dimensions réduites) en béton B500, de même composition, qui ont été durcies dans trois milieux différents,

à savoir ; dans le milieu de l'atélier (température de 5°C d'environ), dans un milieu normal (température de 20°C d'environ) et des eprouvettes qui ont été soumises au traitement thermique dans l'atélier, d'après le procédé proposé. Les dernières ont été exécutées dans des formes ayant les mêmes caractéristiques que celles des poutres précontraintes.

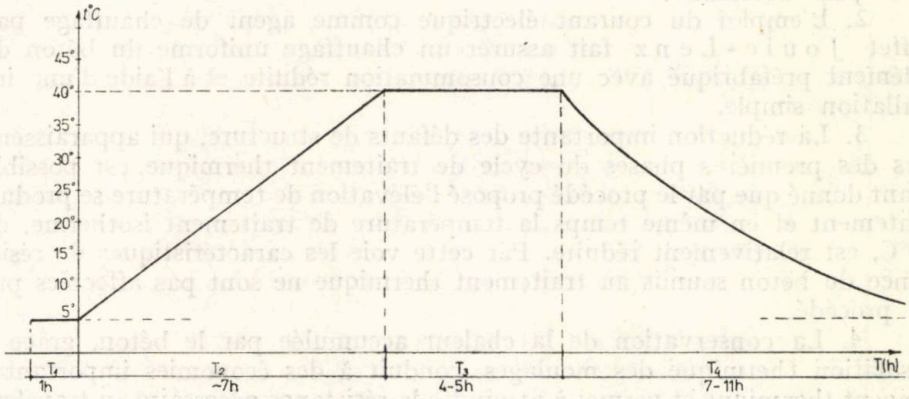


Fig. 4. — La variation de la chaleur la béton.
T_1 — préhydratation du lait de ciment ; T_2 — augmentation de la température du béton avec 5°C/h ; T_3 — traitement isothermique ; T_4 — conservation de la chaleur accumulée avec la diminution progressive de la température par les pertes de chaleur.

Pour la préparation du béton on a employé le procédé par lequel l'eau et la quantité de ciment, établies en préalable, ont été mélangées forcément dans un agitateur, après quoi le mélange a „attendu" 60 min avant que celui-ci soit mélangé avec les agrégats dosés [4], à la température du milieu ambiant (5°C). En utilisant ce procédé on a assuré au ciment des conditions supérieures de hydratation d'un tel façon que le surplus habituel du dosage pour les bétons soumis au traitement thermique, en vue de compenser les pertes de résistance qui apparaissent au moment de la hausse de la température, ne soit pas nécessaire. En même temps, après le coulage du béton dans les formes on passe directement à l'élévation de la température jusqu'à l'isotherme, de 40°C, sans aucune période d'attente. Par la suite, le béton a été maintenu 5 heures à l'isotherme stabilisée et puis, par l'interruption du courant électrique, commence le refroidissement des eprouvettes qui se produit très lentement, par des pertes de chaleur (fig. 4).

Les indices de résistance obtenus au bout de 24 heures après le commencement du traitement thermique indiquent l'obtention d'au moins 70% de la marque prévue du béton par une consommation réduite d'énergie électrique, étant possible d'effectuer l'opération du transfert et donc la livraison des éléments préfabriqués. En même temps, par la comparaison des résultats enregistrés sur les eprouvettes des trois catégories, à l'âge de 28 jours, on observe que par l'emploi de ce procédé les pertes de résistance sont éliminées par rapport aux technologies classiques de traitement thermique.

5. Conclusions

1. Le procédé de préparation du béton par le mélange forcé en préalable, du lait de ciment et l'attente de celui-ci dans l'agitateur près d'une heure, assure pour le ciment, des conditions supérieures; la majoration de la consommation de ciment qui s'applique aux bétons soumis au traitement thermique, n'est plus nécessaire.

2. L'emploi du courant électrique comme agent de chauffage par l'effet Joule-Lenz fait assurer un chauffage uniforme du béton de l'élément préfabriqué avec une consommation réduite et à l'aide d'une installation simple.

3. La réduction importante des défauts de structure, qui apparaissent lors des premières phases du cycle de traitement thermique, est possible étant donné que par le procédé proposé l'élévation de température se produit lentement et en même temps la température de traitement isotherme, de 40°C, est relativement réduite. Par cette voie les caractéristiques de résistance du béton soumis au traitement thermique ne sont pas affectées par ce procédé.

4. La conservation de la chaleur accumulée par le béton, grâce à l'isolation thermique des moulages, conduit à des économies importantes d'agent thermique et permet à atteindre la résistance nécessaire au transfert après 24 heures dès le commencement du cycle.

5. Les effets économiques se traduisent par la réduction d'à-peu-près 10% de la consommation du ciment et de 45% de l'agent thermique. Le procédé est particulièrement rationnel pour les unités dans lesquelles le processus de production se déroule dans un seul tour.

Reçue le 4 février 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Béton armé et de
Constructions Hydrotechniques

BIBLIOGRAPHIE

1. Ганин В. П., *Температурные коэффициенты кинетики твердения бетона.* Строит. и арх., *6* (1975).
2. Миронов С. С., Малинина М., *Ускорение твердения бетона.* И.И.С. Изд., М., 1964.
3. Corobceanu S., *Studiul efectului termic asupra betonului.* Thèse de doctorat, Inst. Polyt., Jassy, 1976.
5. Corobceanu S., Florea N., *Procedeu de preparare și tratare a betoanelor de înaltă rezistență.* XIX-e Conférence nationale de béton, Cluj-Napoca, nov. 1976, vol. I.

TEHNOLOGIA DE STAND PENTRU TRATAREA TERMICĂ A ELEMENTELOR DIN BETON PRECOMPRIMAT

(Rezumat)

Se analizează rezervele de care dispun actualele tehnologii de tratare termică, atît din punct de vedere al procesului de hidratare a cimentului cît și al ameliorării caracteristicilor mecanice ale betoanelor obținute prin asemenea procedee. În același timp se analizează și posibilitățile de folosire mai rațională a agenților termici utilizați. Se propune intensificarea procesului de hidratare a cimentului prin introducerea unei perioade de așteptare a laptelui de ciment în agitator și conservarea căldurii acumulate de către beton în perioada de tratare izotermică, procedeu care asigură folosirea rațională a cantității de ciment introdusă în amestec și reducerea consumului de agent termic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.01 ;624.02

ALGORITM DE DIMENSIONARE OPTIMĂ A ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE DIN BETON PRECOMPRIMAT

DE

N. FLOREA

1. Introducere

Betonul precomprimat cunoaşte în prezent o dezvoltare continuă şi rapidă în cele mai diverse domenii ale construcţiilor, această tendinţă găsindu-şi explicaţia în creşterea permanentă a gamei problemelor tehnice pe care le poate soluţiona în condiţii superioare comparativ cu alte materiale de construcţie.

Optimizarea calculului elementelor de beton precomprimat constituie un domeniu de cercetare care s-a bucurat de puţină atenţie din partea specialiştilor, situaţie ce poate fi justificată parţial prin numărul ridicat şi diversitatea parametrilor ce condiţionează proiectarea şi realizarea elementelor precomprimate.

În studiul întreprins atenţia s-a concentrat în special asupra grinzii precomprimate cu inimă plină în formă de I şi a sistemelor constructive ce pot fi asimilate în calcul cu aceasta (chesoane, fîşii cu goluri, elemente T, II, □), elemente folosite pe scară largă la alcătuirea structurilor de rezistenţă pentru clădiri industriale şi social-culturale.

2. Principiul metodei de dimensionare optimă

Studiul efectuat de autor se referă la domeniul elastic de comportare şi are drept scop determinarea profilului optim al secţiunii transversale de beton (A_b) şi a ariei de armătură (A_p), pentru elemente cu înălţime constantă, rezemate la extremităţi.

Se consideră că din mulţimea profilelor ce se pot obţine variind proporţia materialului pe secţiune, optim este acela care pentru un anumit consum de material prezintă costul minim.

Restricţiile problemei de optimizare rezultă din analiza condiţiilor specifice realizării şi exploatării elementelor. Astfel, eforturile unitare efective în situaţia cea mai defavorabilă de solicitare trebuie să fie mai mici decît cele admisibile; este necesar ca armătura să fie mai mare decît cea corespunzătoare procentului minim; variabilele problemei nu pot avea decît valori pozitive; caracteristicile geometrice trebuie să respecte anumite prescripţii de proiectare etc.

Introducerea restricţiilor menţionate conferă soluţiei obţinute pe baza unor criterii economice însuşirea de a da satisfacţie şi din punct de vedere al

criteriilor tehnice ce asigură elementului rezistență, stabilitate și durabilitate în diferite faze de lucru.

În cazul general formularea matematică a unei astfel de probleme conduce la un model neliniar [1], ce se poate studia folosind metodele programării neliniare sau efectuînd un studiu al derivatelor funcției obiectiv [2].

Pentru acest din urmă caz, minimul funcției obiectiv (F) în raport cu variabila care interesează se obține anulînd derivata parțială a funcției de performanță în raport cu variabila respectivă.

În cazul cînd calculul vizează domeniul elastic de comportare este posibil ca, utilizînd facilitățile pe care le oferă analiza în acest domeniu, să se exprime anumite caracteristici geometrice și de rigiditate ale secțiunii ca funcții polinomiale de un anumit parametru (de exemplu înălțimea elementului) [3].

În acest mod, într-o primă fază se determină valoarea optimă a acestei variabile minimizînd funcția de performanță și ulterior se stabilește forma secțiunii transversale și cantitatea de armătură folosind relațiile dintre stările de tensiuni proprii elementelor precomprimate și caracteristicile geometrice ale secțiunii.

3. Algoritmizarea metodei de calcul

Metoda de calcul prezentată principial mai sus operază cu o serie de parametri importanți (coeficientul global al pierderilor de tensiuni, poziția centrului de greutate al armăturii, mărimea deschiderii critice) ale căror valori inițiale nu sînt cunoscute. Din acest motiv dimensionarea secțiunii necesită parcurgerea în mod repetat a unor etape, procesul continuînd pînă cînd valorile obținute prin calcul sînt apropiate de cele adoptate inițial.

Operațiile fiind laborioase și volumul de calcul necesar efectuării acestora deosebit de mare, problema dimensionării optime a grinzilor precomprimate poate fi soluționată eficient numai în condițiile folosirii mijloacelor automate de calcul.

Elaborarea programului necesită în prealabil întocmirea unui algoritm, care în principiu este alcătuit dintr-o mulțime finită de reguli ce indică ordinea de efectuare a operațiilor logice și aritmetice.

Deoarece în cazul de față anumite blocuri de calcul se repetă, pentru a utiliza rațional capacitatea calculatorului și a mări viteza de execuție, la întocmirea algoritmului s-a urmărit modularea lui, folosindu-se în acest sens zece subrutine.

În cadrul subrutinei ØPTIGEL 1 se determină efortul de calcul în faza inițială (σ_{p0}) conform prevederilor STAS 10 107/0-76.

Subrutina ØPTIGEL 2 servește la determinarea înălțimii secțiunii și a cantității de armătură astfel încît cheltuielile de producție să rezulte minime.

Într-o primă fază, folosind metoda Bairstow, se rezolvă ecuația polinomială cu coeficienți reali ce se obține anulînd derivata funcției obiectiv în raport cu înălțimea secțiunii.

Din șirul format din rădăcinile acestei ecuații una singură determină un minim al funcției de cost. Selectarea acestei soluții se realizează comparînd valorile pe care le are funcția obiectiv atunci cînd înălțimii i se atribuie valori numerice ce corespund soluțiilor reale și pozitive ale ecuației polinomiale.

Pe baza relațiilor dintre stările de tensiuni acceptate în domeniul elastic și caracteristicile geometrice ale secțiunii se stabilește în final conformația geometrică a secțiunii transversale și cantitatea de armătură activă în ipoteza că deschiderea elementului este mai mică decît cea critică.

În această fază de calcul se presupune, de asemenea, că distanța de la fibra inferioară a secțiunii pînă la centrul de greutate al armăturii (DR) și coeficientul global al pierderilor de tensiuni (FI) sînt mărimi cunoscute.

Cu ajutorul subrutinei ØPTIGEL 3 se află poziția exactă a centrului de greutate al armăturii active. Într-o primă fază se calculează numărul total de toroane corespunzător ariei armăturii active determinate în procedura anterioară iar apoi se stabilește modul de distribuție al toroanelor în talpa inferioară.

Această operație se efectuează în conformitate cu prescripțiile tehnice existente, impunînd grosimea stratului de acoperire cu beton și distanța dintre toroane.

Dacă armătura nu poate fi dispusă în totalitate în talpă datorită numărului ridicat de toroane, se analizează și se precizează condițiile cînd distribuția toroanelor se extinde și pe o porțiune a inimii.

Inițial s-a considerat cunoscută poziția centrului de greutate al armăturii (DR), în virtutea acestei ipoteze fiind posibil să se determine profilul secțiunii transversale și cantitatea de armătură.

Prin modificarea distanței dintre toroane între limite recomandate de norme se obțin diferite moduri de repartizare a armăturii, fiecare distribuție caracterizîndu-se printr-o anumită poziție a centrului de greutate (DP). Este puțin probabil ca din totalitatea situațiilor posibile cea luată în considerare să conducă la localizarea centrului de greutate exact în poziția admisă inițial. Din acest motiv este necesar să se cerceteze în ce raport se găsesc mărimile DR și DP.

Admițînd o anumită toleranță EP2, dacă condiția $DR = DP \pm EP2$ nu este satisfăcută, valoarea adoptată inițial trebuie reconsiderată, fiind necesar să se refacă operațiile cuprinse în ØPTIGEL 2 și ØPTIGEL 3 pînă cînd se stabilește o concordanță satisfăcătoare între mărimile ce se compară.

Practica a arătat că se poate acționa favorabil asupra convergenței acestui proces, admițînd ca dată inițială valoarea rezultată din calcul. Din acest motiv, dacă $DR \neq DP \pm EP2$, se operează schimbarea de variabilă $DR = DP$ și se apelează la subrutina ØPTIGEL 2.

În faza inițială și finală pe secțiune se dezvoltă stările de tensiuni impuse numai dacă efortul de precomprimare are o anumită poziție pe înălțimea secțiunii.

Utilizînd proprietățile sîmburelui limită și ținînd cont de deplasările centrului de presiune sub influența solicitărilor exterioare, în subrutina ØPTIGEL 4 se determină poziția pe care trebuie să o ocupe efortul $\bar{N}_0$

pentru ca în fibrele extreme ale secțiunii să fie egalate eforturile unitare admisibile.

Corelarea celor două poziții: efectivă (DP — ca urmare a adoptării unei anumite distribuții a toroanelor) și necesară (DPN — impusă de condiția realizării unor stări de tensiuni acceptate *a priori*) se realizează în cadrul subrutinei ØPTIGEL 5 prin modificarea în sens convenabil a distanței dintre armături. În acest scop se reduce (sau se mărește) treptat, pînă la o anumită limită, numărul de toroane situate pe un rînd iar dacă este cazul și numărul de rînduri. Această acțiune are ca efect mărirea (micșorarea) distanței dintre toroane și trecerea unei părți a armăturii din talpă în inimă sau invers.

În urma efectuării operațiilor incluse în subrutină unii parametri ai problemei se modifică, valorile lor finale indicînd acea distribuție a armăturii pentru care este îndeplinită condiția DPN =DP.

Corelînd cele două poziții ale efortului de precomprimare se produce un dezacord în subrutina ØPTIGEL 2, deoarece poziția inițială a centrului de greutate al armăturii (DR), pe baza căreia s-a efectuat dimensionarea, este diferită de cea la care s-a ajuns prin intermediul subrutinei ØPTIGEL 5.

Pentru a elimina această contradicție se efectuează schimbarea de variabilă DR =DPN și se reface dimensionarea. În programul principal se trece la pasul următor numai atunci cînd se realizează o concordanță satisfăcătoare între DR, DP și DPN.

Într-o primă aproximație s-a presupus cunoscut coeficientul global al pierderilor de tensiuni (FI). Este posibil, în această fază, să se determine efortul de calcul din armătură după consumarea pierderilor de tensiuni reologice și pe baza lui să se calculeze coeficientul real al pierderilor de tensiuni (FIR).

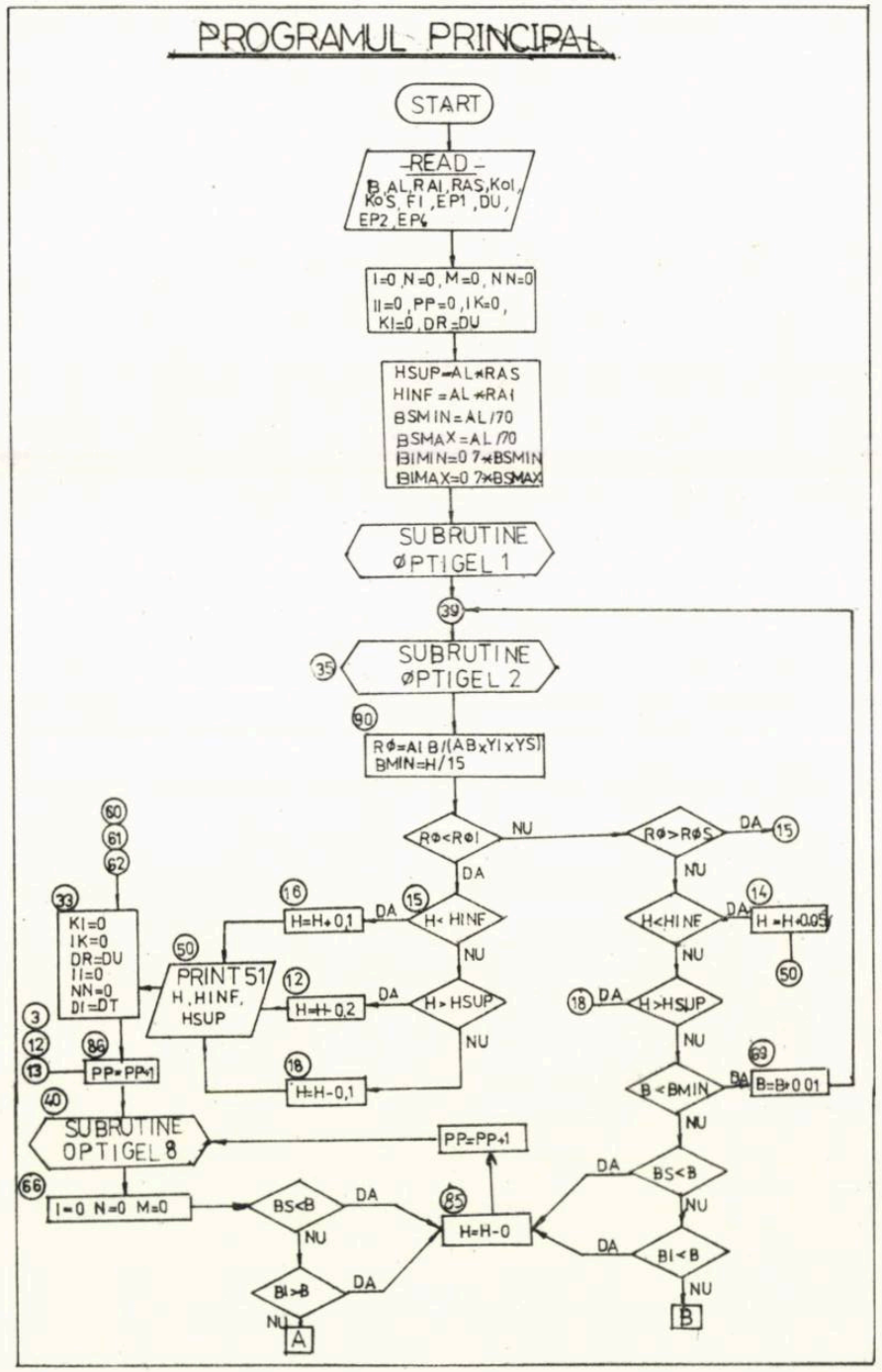
Se apelează în acest sens la subrutina ØPTIGEL 6, unde în conformitate cu prevederile STAS 10 107/0-76 se evaluează mărimea pierderilor de tensiuni din faza finală.

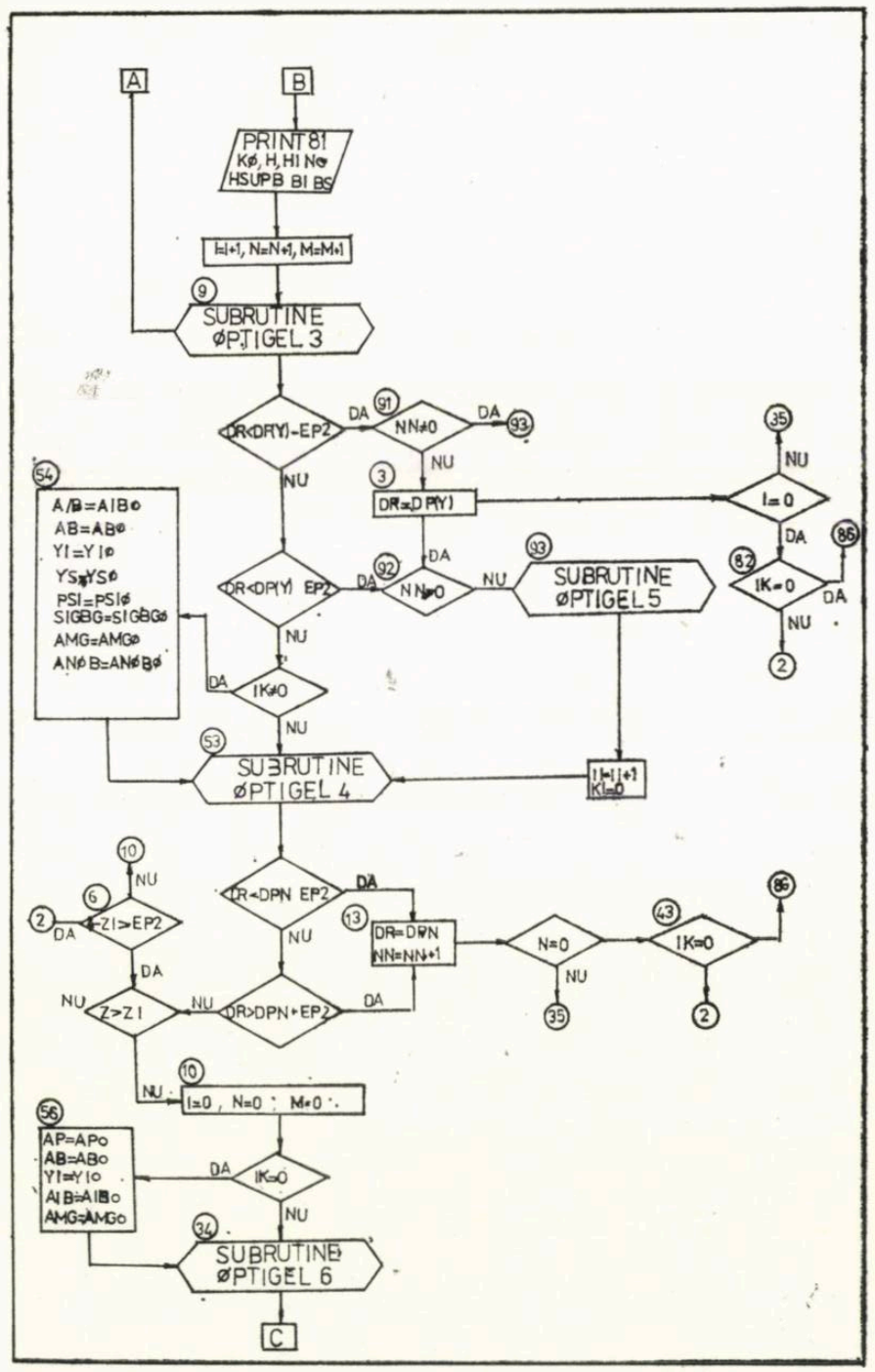
Comparînd valorile FI și FIR se apelează la subrutina ØPTIGEL 2, dacă cele două variabile nu concordă în limitele unei anumite toleranțe EP 4.

Ipoteza privind realizarea efectivă a eforturilor unitare admisibile în cele două faze de încărcare, proprii elementelor precomprimate, este corectă atunci cînd deschiderea elementului este mai mică decît deschiderea critică [4].

Verificarea ipotezei admise se face comparînd mărimea brațului cuplului interior (z) cu valoarea sa maximă (z_1), care au fost calculate în ØPTIGEL 4. Dacă rezultă că deschiderea elementului este mai mare ca valoarea critică, se apelează la subrutina ØPTIGEL 7. Această procedură urmărește corectarea geometriei secțiunii astfel încît punctul de aplicație al efortului de precomprimare să se găsească în interiorul secțiunii, indiferent de intensitatea solicitării exterioare sau de mărimea elementului.

Este necesar și se evidențieze faptul că înălțimea secțiunii și în consecință caracteristicile geometrice ale acesteia s-au stabilit pe baza criteriului costului minim, respectînd unele restricții privind eforturile unitare în fibrele extreme.


PROGRAMUL PRINCIPAL
START
-READ -
B,AL,RAI,RAS,Koi,
KoS,FI,EP1,DU,
EP2,EPφ
I=0,N=0,M=0,NN=0
II=0,PP=0,IK=0,
KI=0,DR=DU
HSUP=AL*RAS
HINF=AL*RAI
BSMIN=AL/70
BSMAX=AL/70
BIMIN=0.7*BSMIN
BIMAX=0.7*BSMAX
SUBRUTINE ØPTIGEL 1
SUBRUTINE ØPTIGEL 2
RØ=AI B/(AB*YI*YS)
BMIN=H/15
RØ<RØI
RØ>RØS
H<HINF
H=H+0,1
H>HSUP
H=H+0,2
H<HINE
H=H+0,05
H>HSUP
H=H-0,1
B<BMIN
B=B-0,01
BS<B
BI<B
H=H-0
BI>B
PRINT 51
H,HINF,
HSUP
KI=0
IK=0
DR=DU
II=0
NN=0
DI=DT
PP=PP+1
SUBRUTINE ØPTIGEL 8
I=0 N=0 M=0
PP=PP+1
A
B


A
B
PRINT 81
KØ,H,HI NØ
HSUPB BI BS
I=I+1, N=N+1, M=M+1
SUBRUTINE ØPTIGEL 3
DR<DP(Y)-EP2
NN≠0
DR=DP(Y)
DR<DP(Y) EP2
NN≠0
SUBRUTINE ØPTIGEL 5
I=0
IK=0
A/B=AIBØ
AB=ABØ
YI=YIØ
YS=YSØ
PSI=PSIØ
SIGBG=SIGBGØ
AMG=AMGØ
ANØB=ANØBØ
IK≠0
SUBRUTINE ØPTIGEL 4
II=II+1
KI=0
DR<DPN EP2
DR=DPN
NN=NN+1
N=0
IK=0
Z1>EP2
Z>Z1
DR>DPN+EP2
I=0, N=0, M=0
AP=APØ
AB=ABØ
YI=YIØ
AIB=AIBØ
AMG=AMGØ
IK=0
SUBRUTINE ØPTIGEL 6
C

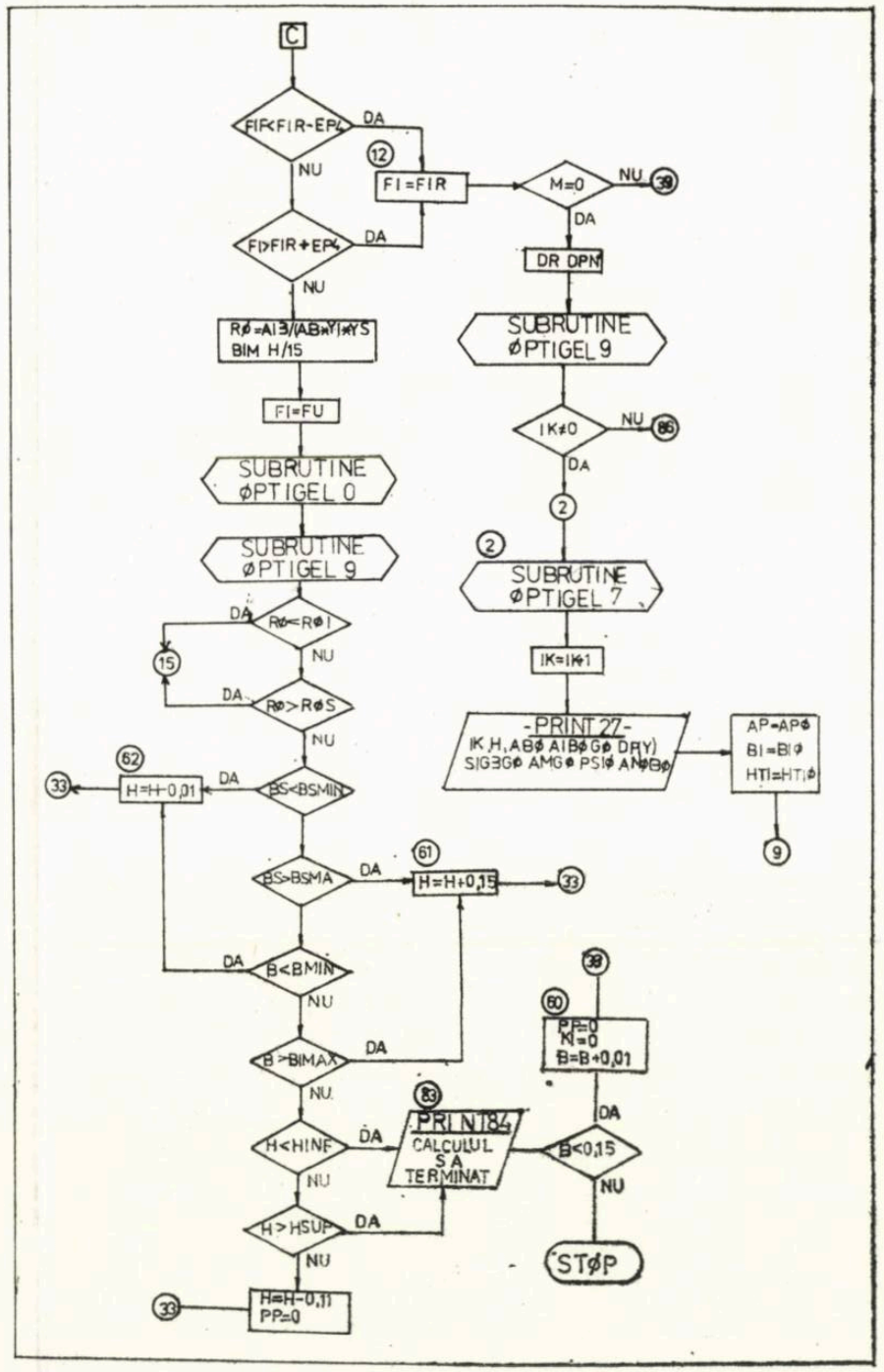
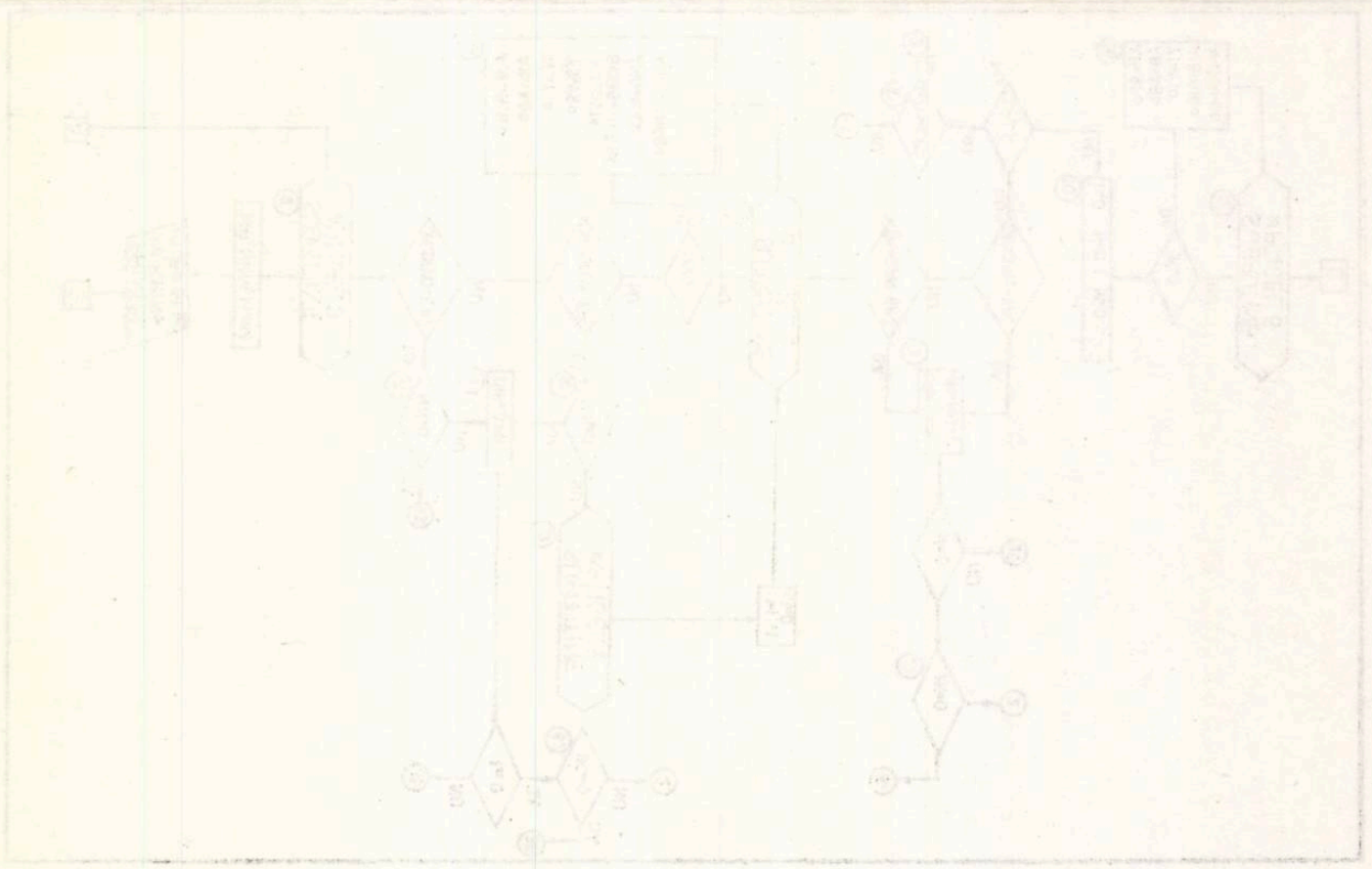
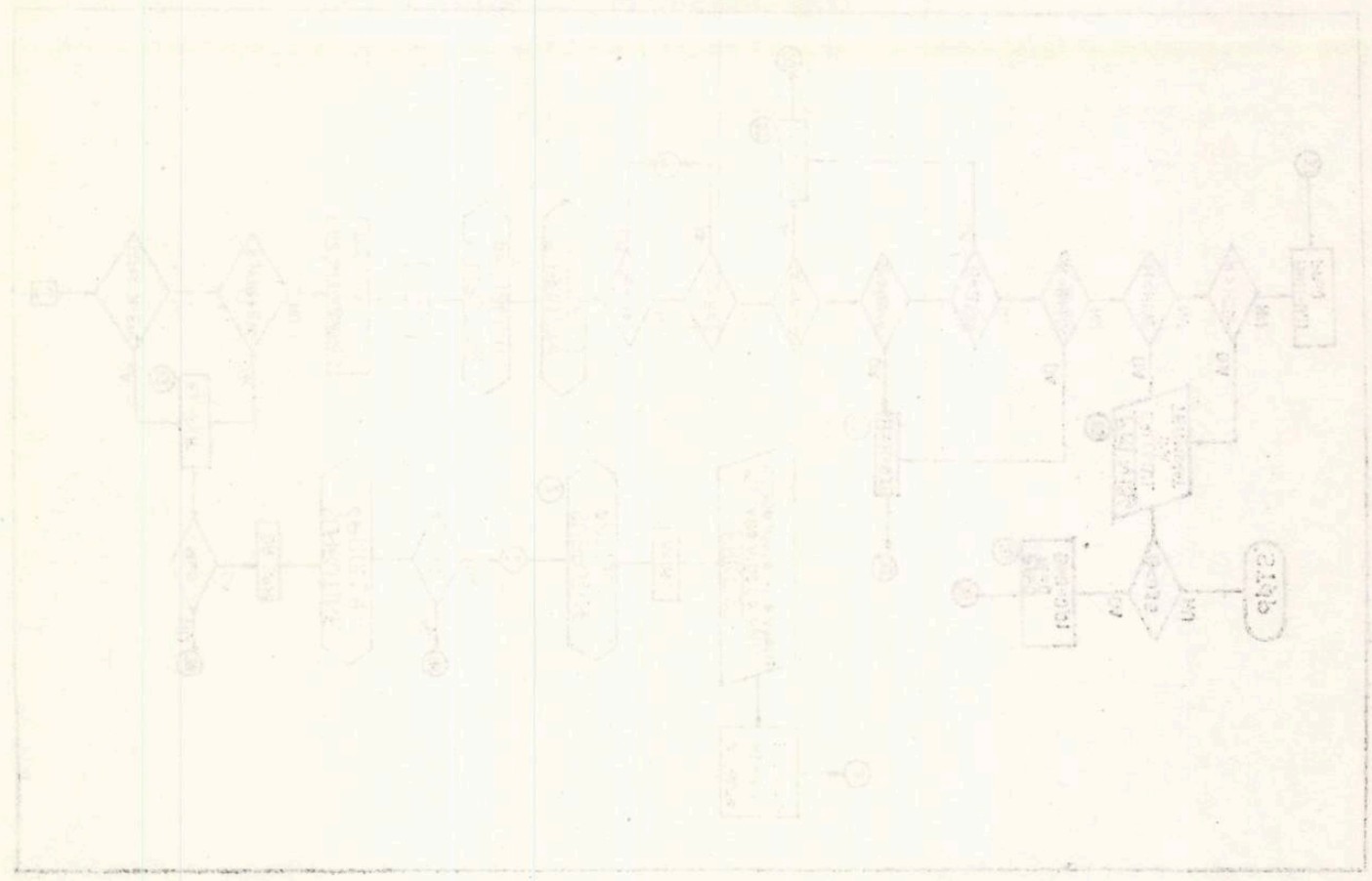

C
FI<FIR-EPφ
FI=FIR
FI>FIR+EPφ
M=0
DR DPN
RØ=AI3/(AB*YI*YS
BIM H/15
FI=FU
SUBRUTINE ØPTIGEL 0
SUBRUTINE ØPTIGEL 9
RØ=RØI
RØ>RØS
BS<BSMIN
H=H-0,01
BS>BSMA
H=H+0,15
B<BMIN
B>BIMAX
H<HINF
H>HSUP
H=H-0,11
PP=0
SUBRUTINE ØPTIGEL 9
IK≠0
SUBRUTINE ØPTIGEL 7
IK=IK+1
-PRINT 27-
IK,H,ABØ,AIBØ,GØ DRY)
SIGBGØ AMGØ PSIØ ANØBØ
AP=APØ
BI=BIØ
HTI=HTIØ
PP=0
N=0
B=B+0,01
B<0,15
PRINT 84
CALCULUL
S A
TERMINAT
STØP

Fig. 1





Aceste considerente, insuficiente pentru a defini un profil practic, sînt completate cu verificări, ce se fac în cadrul programului principal, asupra rigidității și economicității de ansamblu a soluției, folosind noțiunea de randament.

Se verifică, de asemenea, modul în care secțiunea rezultată respectă prescripțiile constructive de alcătuire.

Algoritmul oferă posibilitatea unei analize mai ample a situațiilor de alcătuire ce intervin atunci cînd înălțimea secțiunii și lățimea inimii variază într-un domeniu mai larg decît cel definit de restricțiile luate în considerare la definirea modelului matematic.

Subrutinele ØPTIGEL 8, ØPTIGEL 9 și ØPTIGEL 0 sînt proceduri auxiliare, constituite din blocuri de calcul sau de listare a rezultatelor, utilizarea lor fiind impusă de necesitatea modulării stricte a programului.

Deoarece ipotezele pe baza cărora a fost construit modelul matematic se regăsesc în elementul real iar restricțiile problemei de optimizare sînt respectate în totalitate, dimensionarea secțiunii este încheiată.

Șirul de raționamente inclus în algoritmul de dimensionare este prezentat sintetic prin intermediul unei scheme logice (fig. 1).

4. Concluzii

Algoritmizarea metodei de dimensionare optimă propusă în lucrare constituie un prim pas în vederea elaborării unui program automat de calcul.

În acest caz este posibil să se renunțe la stabilirea soluțiilor constructive prin încercări, procedeu utilizat pe scară largă în prezent. Timpul rămas disponibil prin reducerea considerabilă a perioadei de elaborare a proiectelor poate fi folosit mult mai eficient pentru cercetarea comparativă a diferitelor variante de alcătuire.

Cu ajutorul metodei expuse se determină cu ușurință profilele cele mai economice ale grinzilor simplu rezemate, cu armătură activă rectilinie în diverse scheme de încărcare.

Faptul că soluția optimă depinde de costurile materialelor și al manoperei nu constituie un impediment în calea extinderii procedeului, deoarece variabilitatea lor funcție de conjuctura în care se găsește sistemul economic la un moment dat poate fi prompt și eficient soluționată cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Primită la 13 octombrie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și
construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Рейтман М. И., *Оптимальное проектирование конструкций методами математического программирования.* Строит. механ. и расчет. сооруж., **3**, 54—62 (1969).
2. Florea N., Corobceanu S., *Optimal Dimensionning of Flexed Prestressed Elements.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXII (XXVI)**, *1—2*, s. V (1976).

3. Florea N., Corobceanu S., Pascariu C., *Metodă de dimensionare a grinzilor din beton precomprimat.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXIII (XXVII)**, *3—4*, s. V (1977).
4. Calzona R., *Un metodo per il progetto delle sezioni monolitiche in cemento armato precompresso.* Giornale del Genio Civile, **106**, *5—6*, 276—294 (1968).

ALGORITHME DE CALCUL DES DIMENSIONS OPTIMA DES ÉLÉMENTS FLÉCHISSANTS EN BÉTON PRÉCONTRAINT

(Résumé)

On propose une méthode de calcul optimale des dimensions des poutres précontraintes. Étant données les valeurs des efforts unitaires existants, en deux étapes de travail, propres au béton précontraint, on peut déterminer le profil de la section transversale et l'aire de l'armature.

Le calcul se déroule en plusieurs étapes, en utilisant des éléments itératifs concernant la vérification et la correction des paramètres qu'on a dû imposer dans une certaine étape.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

624.2 : 625.1

CALCULUL HIDRAULIC AUTOMAT AL PODEŢELOR TUBULARE DREPTUNGHIULARE

DE

VICTOR ZAVATI, OLIMPIA MANOLE şi LUMINIŢA BUDEI

1. La lucrările de drumuri şi căi ferate, pentru scurgerea debitelor mici de apă prin corpul terasamentelor, se folosesc curent podeţe tubulare cu scurgere liberă care prezintă o serie de avantaje de ordin constructiv şi economic.

La executarea podeţelor tubulare avînd secţiunea de formă circulară sau dreptunghiulară se utilizează tuburi prefabricate din beton sau turnate monolit.

Calculul hidraulic şi dimensionarea podeţelor tubulare cu secţiune dreptunghiulară, prin folosirea directă a formelor stabilite pentru determinarea debuşeelor podeţelor dalate cu secţiunea de scurgere dreptunghiulară, necesită o serie de încercări şi calcule laborioase.

Într-o lucrare anterioară [1] s-a prezentat un procedeu de calcul şi de dimensionare hidraulică a podeţelor tubulare dreptunghiulare funcţie de vitezele admisibile, din care a rezultat expresia pentru determinarea înălţimii tubului, de forma:

$$A = \sqrt[5]{\frac{\alpha Q^2 m^2}{g\varepsilon^2 K^3 S_0^3}}, \tag{1}$$

unde: Q — debitul de calcul ,[m^3/s] ; ε — coeficient de contracţie laterală ; $m = A/B$; A — înălţimea şi B — lăţimea tubului, [m] ; $K = f(\varphi)$ — coeficient de calcul ; φ — coeficient de viteză ; $S_0 = H_0/A$ — gradul de umplere a tubului.

Pentru $\alpha = 1$ expresia (1) devine;

$$A^5 = \frac{Q^2 m^2}{g\varepsilon^2 K^3 S_0^3}. \tag{2}$$

2. În vederea creşterii gradului de precizie al calculului hidraulic, extinderea gamei de valori pentru parametrii ce intervin în ecuaţia (2) şi rezolvarea operativă a dimensionării podeţelor tubulare dreptunghiulare s-a întocmit schema logică de calcul prezentată în fig. 1 şi s-a elaborat un program de calcul în limbaj FORTRAN IV pentru calculatorul Felix C-256 din dotarea Institutului politehnic, Iaşi.

Programul permite desfăşurarea automată a calculului hidraulic pentru diferite valori date parametrilor Q, ε, φ, S_0, m şi A, în funcţie de necesităţile de ordin practic specifice amplasamentului lucrării.

În mod frecvent construcţiile de dirijare a curentului de apă la intrarea în podeţe se execută sub forma sferturilor de con sau aripi pentru care conform normativului P.D. 96-1971, coeficientul de viteză se consideră $\varphi = 0{,}9$.

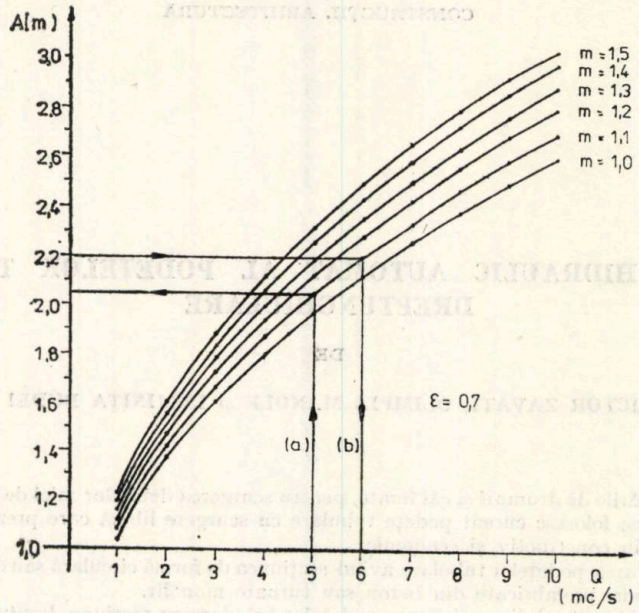

A(m)
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
m = 1,5
m = 1,4
m = 1,3
m = 1,2
m = 1,1
m = 1,0
ε = 0,7
(a)
(b)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Q
(mc/s)

Fig. 2

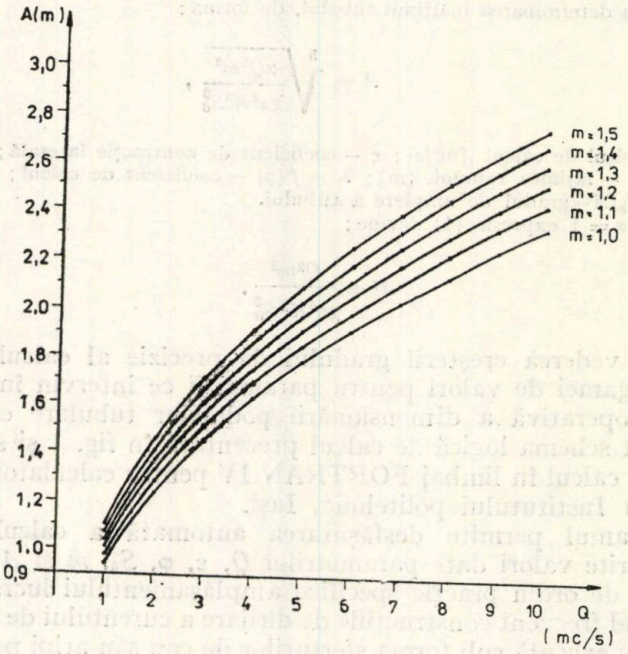

A(m)
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,9
m = 1,5
m = 1,4
m = 1,3
m = 1,2
m = 1,1
m = 1,0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Q
(mc/s)

Fig. 3

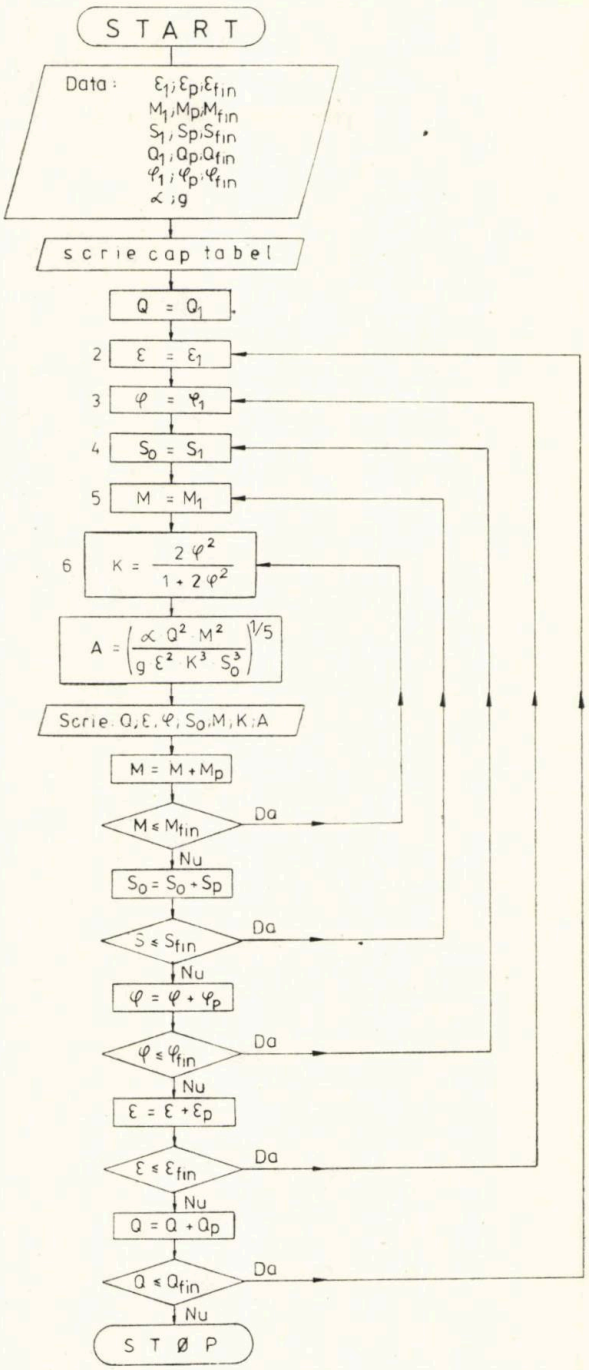

START
Data: $\varepsilon_1;\varepsilon_p;\varepsilon_{fin}$
$M_1;M_p;M_{fin}$
$S_1;S_p;S_{fin}$
$Q_1;Q_p;Q_{fin}$
$\varphi_1;\varphi_p;\varphi_{fin}$
$\alpha;g$
scrie cap tabel
$Q = Q_1$
2 $\varepsilon = \varepsilon_1$
3 $\varphi = \varphi_1$
4 $S_0 = S_1$
5 $M = M_1$
6 $K = \frac{2\varphi^2}{1+2\varphi^2}$
$A = \left(\frac{\alpha Q^2 M^2}{g \varepsilon^2 K^3 S_0^3}\right)^{1/5}$
Scrie: $Q;\varepsilon;\varphi;S_0;M;K;A$
$M = M + M_p$
$M \leq M_{fin}$
Da
Nu
$S_0 = S_0 + S_p$
$S \leq S_{fin}$
Da
Nu
$\varphi = \varphi + \varphi_p$
$\varphi \leq \varphi_{fin}$
Da
Nu
$\varepsilon = \varepsilon + \varepsilon_p$
$\varepsilon \leq \varepsilon_{fin}$
Da
Nu
$Q = Q + Q_p$
$Q \leq Q_{fin}$
Da
Nu
STOP

Fig. 1

În ipoteza scurgerii libere a apei prin podeț, gradul de umplere maxim admis este $S_0=0,9$, care asigură o folosire eficientă a secțiunii de scurgere.

Admițînd pentru parametrii φ și S_0 valorile menționate iar pentru coeficientul de contracție laterală ε, mărimile posibile (0,7 ; 0,8 și 0,9) și preluînd pentru ceilalți parametri (m, Q, A) datele numerice rezultate din rularea programului de calcul conceput, s-au construit diagramele din fig. 2...4, care pot fi folosite pentru dimensionarea hidraulică a podețelor tubulare dreptunghiulare în cazul cînd nu există posibilitatea utilizării programului de calcul.

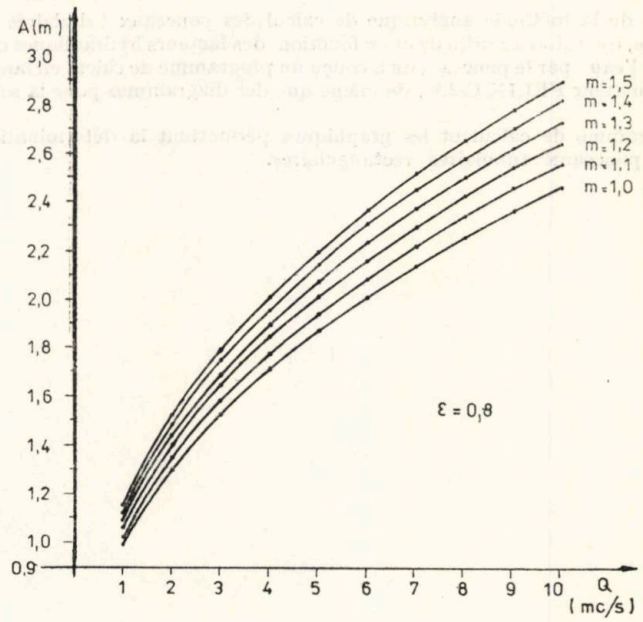


Fig. 4

3. Modul de folosire al graficelor este următorul:

a) Pentru un debit Q, dat se fixează valoarea acestuia pe axa absciselor (diagrama pentru $\varepsilon=0,7$; 0,8 ; 0,9) și se ridică verticala pînă intersectează curba de variație a parametrului m pentru mărimea dorită iar din acest punct se duce orizontala pînă la axa ordonatelor pentru care rezultă înălțimea A a tubului. Cunoscînd înălțimea podețului se determină cu ușurință lățimea B folosind relația $B=A/m$.

b) Pentru înălțimea tubului A, dat, operația se desfășoară similar însă se pleacă de la axa ordonatelor pentru valoarea lui A și se obține pe axa absciselor mărimea debitului Q care poate trece prin podeț în condiții de folosire eficientă a secțiunii de scurgere.

4. În concluzie se poate aprecia că folosirea programului de calcul automat precum și a graficelor întocmite reduce în mare măsură volumul de calcul hidraulic al podețelor tubulare dreptunghiulare cu scurgere liberă și permite dimensionarea operativă și eficientă a acestor lucrări.

Primită la 22 martie 1980

Institutul politehnic, Iași
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Zavati V., Manole O. *Contribuţii la calculul hidraulic al podeţelor tubulare.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XXI (XXV)**, *3—4*, s. V (1975).

LE CALCUL HYDRAULIQUE AUTOMATISÉ DES PONCEAUX TUBULAIRES RECTANGULAIRES

(Résumé)

À partir de la méthode analytique de calcul des ponceaux tubulaires rectangulaires à écoulement libre, qui est assez difficile et en fonction des facteurs hydrauliques qui conditionnent l'écoulement de l'eau par le ponceau, on a conçu un programme de calcul en langage FORTRAN IV pour le calculateur FELIX C-256, de même que des diagrammes pour la solution graphique du problème.

Le programme de calcul et les graphiques permettent la détermination opérative et efficiente des ponceaux tubulaires rectangulaires.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 691.1:625.7

COMPORTAREA ÎN EXPLOATARE A UNOR TIPURI DE BITUMURI RUTIERE

DE

ZAHARIE SALINIUC

1. Introducere

Vîscozitatea este caracterizată ca raportul dintre efortul unitar de forfecare și gradientul vitezei de forfecare și variază cu temperatura după o lege de forma :

$$\eta = f(T)$$

iar $f(T)$ este o funcție exponențială descrescătoare :

$$\eta = \eta_0 e^{-hT},$$

în care : η — vîscozitatea la T °C ; η_0 — vîscozitatea la 0°C; T — temperatura, [°C] ; h — constantă caracteristică bitumului din punct de vedere al susceptibilității termice.

În timp ce vîscozitatea descrește cu temperatura, penetrația bitumului este cu atît mai mare cu cît temperatura crește :

$$p = p_0 e^{hT}.$$

Comportarea lianților în raport cu temperatura este pusă în evidență de susceptibilitatea termică, indicînd modificarea consistenței la variații de temperatură.

Geometric, sensibilitatea termică a bitumului reprezintă coeficientul unghiular al tangentei la curba de vîscozitate în punctul de temperatură considerat :

$$h = \left| \frac{d\eta}{dT} \right| = \operatorname{tg} \alpha.$$

Definită astfel, susceptibilitatea variază exponențial cu temperatura și deci nu este o constantă a bitumului. Dacă se logaritmează expresiile vîscozității și penetrației și se reprezintă în coordonate semilogaritmice, funcțiile obținute prezintă o variație liniară cu temperatura de forma :

$$\log \eta = \log \eta_0 - hT \quad \text{și} \quad h_2 = \left| \frac{d(\log \eta)}{dT} \right|,$$

respectiv :

$$\log p = \log p_a + hT \quad \text{și} \quad h_p = \left| \frac{d(\log p)}{dT} \right|.$$

Valoarea care se obține pentru h este o constantă intrinsecă și exprimă sensibilitatea la temperatură a liantului.

Deoarece penetrația bitumului se poate determina la orice temperatură, în practică se determină susceptibilitatea termică a bitumului luînd în considerare variația penetrației în funcție de temperatură.

Vîscozitatea şi penetraţia unui bitum sînt legate între ele printr-o relaţie de forma :

$$\eta p^2 \approx \text{const.}$$

Plecînd de aici, R.N.I. S a a l stabileşte o relaţie, verificată experimental, pentru determinarea vîscozităţii absolute a bitumurilor cu comportare newtoniană, cunoscînd valoarea penetraţiei :

$$\eta = \frac{1{,}58.10^{10}}{p^{2{,}16}}, \text{ [poise].}$$

2. Influenţa duratei de exploatare

În tehnica rutieră interesează deopotrivă modul în care liantul utilizat se comportă la diferite temperaturi sau viteze de deformare [1], [2] ca şi comportarea sa în betonul asfaltic după un anumit interval de timp de la darea în exploatare a pavajului asfaltic.

În acest sens, analizîndu-se bitumul utilizat pentru confecţionarea betonului asfaltic turnat pe un sector din Piaţa Unirii din Iaşi (în faţa Hotelului Traian), s-au obţinut pentru acesta caracteristicile prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. crt.	Natura bitumului	Penetraţia 1/10 mm	Ductilitatea cm	I. B. °C	Punct de rupere Frass °C
1.	Bitum înainte de confecţionarea mixturii	117	100	45,5	— 16
2.	Bitum extras după patru ani de exploatare a mixturii în carosabil	8,3	1	98,5	— 5

Extrăgîndu-se, cu ajutorul aparatelor Soxhlet şi folosind drept solvent cloroformul, bitumul dintr-un număr mare de carote prelevate după un număr de patru ani de exploatare şi determinînd proprietăţile lui în laborator s-au obţinut rezultatele prezentate de asemenea în tabelul 1.

Efectuîndu-se ulterior încercări de îmbătrînire forţată, pe o mixtură confecţionată cu un bitum avînd aceleaşi caracteristici iniţiale ca şi bitumul studiat, prin menţinerea mixturii timp de 5 ore în intervalul de temperatură cuprins între 140° şi 160°C, bitumul extras prezenta proprietăţi foarte apropiate de cel extras din carote după patru ani de exploatare.

Din compararea acestor date rezultă o creştere a vîscozităţii, o reducere a ductilităţii şi o ridicare a temperaturii de rupere Frass, ceea ce indică o modificare esenţială a caracteristicilor bitumului analizat. Creşterea punctului de înmuiere I.B. (chiar dacă valoarea obţinută ar fi micşorată cu 8°...10°C avînd în vedere modificările structurale ale bitumului în urma extragerii cu cloroform), denotă că prin exploatare bitumul a devenit foarte dur.

După cum este cunoscut [3], în urma procesului tehnologic ca și a fenomenului de îmbătrînire în timp, bitumul introdus în pavajul asfaltic devine mai dur. Se cunoaște de asemenea faptul că bitumurile cu vîscozitate inițială mai mică au tendința de a îmbătrîni mai repede și astfel, ca urmare a evaporării fracțiunilor ușoare și a polimerizării catenelor, se transformă în bitumuri mai dure; la bitumurile mai dure fenomenul se produce într-o perioadă mai îndelungată. În acest mod bitumurile cu vîscozități diferite, în aceleași condiții de exploatare, introduse în mixturile asfaltice, au tendința de a ajunge la un echilibru, astfel că după un anumit timp de exploatare ele au vîscozități apropiate.

În cazul de față s-a ajuns la un bitum deosebit de dur, care în pavajul asfaltic poate produce fisuri din cauza contracției sub acțiunea temperaturii, chiar dacă ar fi așezat pe o fundație nedeformabilă.

Pentru punerea în evidență a proprietăților reologice ale bitumurilor — curgerea sub sarcină constantă, acțiunea temperaturii — s-au efectuat încercări la penetrometru modificîndu-se durata de acțiune a încărcării (5,10,15 sec) urmărindu-se de asemenea variația penetrației în funcție de temperatură în intervalul cuprins între 12°C și 60°C.

Determinările s-au întreprins atît pentru bitumul extras din carote cît și pentru proba de bitum recoltată înainte de confecționarea mixturii, rezultatele fiind date în tabelul 2. Determinările arată că valoarea penetrației crește proporțional atît cu temperatura cît și cu durata de penetrare. Această creștere este importantă la bitumul încercat înainte de a fi introdus în procesul tehnologic și foarte redusă la bitumul extras din carote.

Tabelul 2

Variația penetrației bitumului în funcție de temperatura și durata de penetrație

Timpul sec.	Temperatura °C	Penetrație bitum 1/10 mm		Timpul sec.	Temperatura °C	Penetrație bitum 1/10 mm	
		inițial	extras			inițial	extras
5	12	25,6	—	5	30	123	9,5
10	12	34,3	—	10	30	237	10,0
15	12	40,2	—	15	30	—	12,6
5	15	36,3	—	5	40	—	14,5
10	15	44,6	—	10	40	—	19,0
15	15	51,3	—	15	40	—	20,0
5	20	60,5	—	5	50	—	28,5
10	20	74,3	—	10	50	—	35,2
15	20	96,5	—	15	50	—	35,8
5	25	117	8,3	5	60	—	44,8
10	25	156	10,3	10	60	—	44,9
15	25	180	11,0	15	60	—	50,0

Rezultatele reprezintă media a trei determinări.

Pentru compararea bitumurilor studiate s-a calculat vîscozitatea în unități absolute (poise), avînd determinată penetrația, utilizînd relația recomandată de R.N.I. Saal.

Tabelul 3

Variația vîscozității dinamice calculată în funcție de temperatură

Timpul sec.	Temperatura °C	Vîscozitatea bitum poise × 10^7		Timpul sec.	Temperatura °C	Vîscozitate bitum poise × 10^7	
		inițial	extras			inițial	extras
5	12	1,420		5	30	0,048	12,260
10	12	0,774		10	30	0,012	10,930
15	12	0,523		15	30		6,587
5	15	0,689		5	40		4,883
10	15	0,435		10	40		2,746
15	15	0,319		15	40		2,447
5	20	0,223		5	50		1,145
10	20	0,144		10	50		0,722
15	20	0,081		15	50		0,698
5	25	0,055	16,540	5	60		0,425
10	25	0,029	10,440	10	60		0,416
15	25	0,021	8,885	15	60		0,346

Calculele efectuate pentru cele două bitumuri indicate mai sus au condus la valorile prezentate în tabelul 3 și graficul din fig. 1.

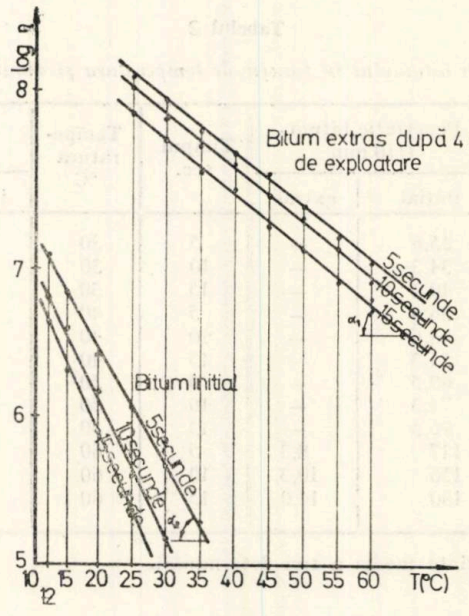


Fig. 1. — Variația vîscozității dinamice funcție de temperatură pentru diferite durate de penetrare.

3. Concluzii

În baza rezultatelor obținute se constată că variația vîscozității în intervalul temperaturilor pozitive este foarte mare la bitumul inițial, în timp ce pentru bitumul extras din carote această variație, în intervalul de temperaturi cu importanță practică pentru pavajele rutiere, este mai mică, ceea ce dovedește că acest bitum este stabil la temperaturile considerate. Urmează că bitumurile nestabile din punct de vedere termic pot căpăta o stabilitate necesară în timp, ceea ce are o mare importanță în comportarea pavajului asfaltic sub acțiunea temperaturii ridicate.

Totodată, în urma încercărilor efectuate pentru determinarea penetrației, se constată că variația exponențială a acestuia în funcție de temperatură se menține și pentru alte durate de încărcare (10, 15 sec).

Constanta caracteristică a bitumului din punct de vedere al susceptibilității termice (h) variază funcție de durata de încărcare, avînd o ușoară tendință de scădere odată cu mărirea duratei de încărcare.

Valorile lui h pentru bitumul extras din carote sînt mai mici.

Pentru a caracteriza susceptibilitatea unui bitum, I. Ph. Pfeiffer și Van Doormal au propus un indice de penetrație exprimat în funcție de h:

$$\text{I.P.} = \frac{20 - 500\,h}{1 + 50\,h},$$

unde

$$h = \frac{\log p_{T_{IB}} - \log p_{25°C}}{T_{IB} - 25°C}.$$

În calcule, penetrația bitumului corespunzătoare temperaturii punctului de înmuiere după metoda inel și bilă s-a luat egală cu 800.

Între structura și susceptibilitatea termică a bitumului există o interdependență. Pornind de la aceasta, M. C. Sigman propune ca aprecierea comportării bitumurilor să se facă pe baza criteriului susceptibilității termice și anume pentru:

I.P. < -2 și $h > 0{,}055$ — structură coloidală de tip sol;
I.P. $> +2$ și $h < 0{,}030$ — structură coloidală de tip gel.

Pentru valori intermediare ale I.P. și ale caracteristicii h se admite structura coloidală sol—gel pentru bitum.

În urma încercărilor efectuate în laborator (tabelul 1), calculîndu-se indicele de penetrație s-a obținut valoarea — 0,0989 pentru bitumul inițial, deci rezultă că este vorba de un bitum cu o structură sol—gel și valoarea +2,8200 pentru bitumul extras din carote după patru ani de exploatare, ceea ce denotă o susceptibilitate la temperatură a acestuia din urmă foarte redusă, structura sa coloidală fiind de tip gel.

Primită la 12 octombrie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de căi de comunicații și fundații

BIBLIOGRAFIE

1. Ganjula D. I., Saliniuc Z., *Consideraţii asupra unor proprietăţi ale betoanelor asfaltice şi asupra modului lor de determinare în laborator.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **VIII (XII)**, *1—2* (1962).
2. Jercan S., *Studii reometrice cu aplicaţii la fluajul mixturilor asfaltice.* Teză de doctorat, Inst. de constr., Buc., 1971.
3. Mătăsaru T., Craus I., Dorobanţu Şt., *Drumuri.* Ed. Tehn., Buc., 1966.

LE COMPORTEMENT EN SERVICE DE CERTAINS TYPES DE BITUMES ROUTIERS

(Résumé)

On analyse du point de vue rhéologique le comportement d'un type de bitume routier en fonction de la durée de service.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. (074)

ISTORICUL DEZVOLTĂRII ÎNVĂŢĂMÎNTULUI DE CONSTRUCŢII DIN MOLDOVA*)

DE

EUGEN FLOREA

Necesitatea unui învăţămînt superior de construcţii s-a făcut simţită în Moldova încă de la începutul secolului al XIX-lea. Ca urmare, Gheorghe A s a c h i, întors de la studii din Italia, cere domnitorului Scarlat C a l i m a h învoirea de a ţine la Academie un curs de hotărnicie şi arhitectură în româneşte.

Prin hrisovul domnitorului C a l i m a h din 15 noiembrie 1813 se aprobă „un clas de inginerie şi hotărnicie în limba română", alipit pe lîngă Academia grecească.

La 18 iunie 1818 are loc un examen general al primei promoţii de absolvenţi la care se expun planurile topografice, de arhitectură şi fortificaţii şi se dau atestatele de inginer la 31 de tineri, între care un viitor logofăt şi un viitor vornic.

Şcoala îşi întrerupe activitatea împreună cu academia în urma răscoalei din 1821.

Prin strădania lui Gheorghe A s a c h i, în 1828 începe să funcţioneze din nou Academia Vasiliană la Mănăstirea Trei Ierarhi, în limba română. În curînd se reia şi firul întrerupt al învăţămîntului aplicat. Gheorghe A s a c h i, devenit referendar al şcolilor moldovene, anunţă, la 22 aprilie 1830, începerea cursurilor de topografie ale profesorului Gheorghe F i l i p e s c u.

În publicaţia din 28 februarie 1832, epitropia arată catedrele vacante între care catedrele de ştiinţe matematice practice, arhitectură civilă, hidraulică, mecanica facerii drumurilor şi a podurilor.

La propunerea lui Gheorghe A s a c h i, în anul 1834 sînt trimişi la universităţile străine pentru a se perfecţiona cîţiva tineri între care Alexandru C o s t i n e s c u, la Viena, pentru ştiinţele teoretico-practice ale ingineriei civile şi militare, mecanică şi hidraulică.

Pe baza prevederilor Regulamentului Organic se înfiinţează la Iaşi Academia Mihăileană la 1835, sub domnia lui Mihail S t u r z a (de unde şi numele ei). În acelaşi timp pe lîngă academie a luat fiinţă o clasă de inginerie civilă a maiorului S i n g u r o f. Hatmanul Teodor B a l ş, inspectorul miliţiei Moldovei, prin adresa nr. 1 380 din 8 iulie 1835 mulţumea epitropiei pentru că a primit în această clasă mai mulţi ofiţeri iuncări, între care şi pe Dimitrie A s a c h i, care din 1837 predă matematica la clasa de arhitectură. În 1837, pe lîngă primul profesor de inginerie civilă, N. S i n g u r o f, mai ocupă o catedră şi prof. Al. C o s t i n e s c u, întors de la studiile de perfecţionare de la Viena, care predă ingineria practică şi arhitectura.

La 12 iunie 1838, comitetul academic propune epitropiei să trimită în străinătate noi bursieri, între care şi pe sublocotenentul Dimitrie A s a c h i, pentru specializare în arhitectură şi inginerie, la München.

La 8 noiembrie 1840 se serbează cinci ani de la întemeierea Academiei. Hrisovul din 8 noiembrie 1840 arată modul în care este organizat în acel moment învăţămîntul moldovenesc care se compunea din:

1. Şcoli începătoare în capitală şi la ţinuturi;
2. Colegia din Iaşi;

---

*) Comunicare prezentată la Sesiunea ştiinţifică jubiliară din 13—14 iulie 1979, dedicată celei de a XXXV-a aniversări a eliberării României de sub dominaţia fascistă şi Congresului al XII-lea al P.C.R.

3. Academia cu trei facultăți: filozofie, legi și tehnologie, precum și școala ingineriei civile.

În 1841 Dimitrie Asachi se află în țară unde publică o carte, în speranța că comitetul academic va stărui pe lîngă epitropie să fie trimis la Paris să studieze mai departe arhitectura. Prin influența lui Ion Ghica se reorganizează clasa de inginerie după un program împărțit pe patru ani. În urma acestei noi organizări se creează o catedră de geometrie analitică și descriptivă, în martie 1842. De asemenea, în bugetul pe anul 1842 apare vacantă o catedră de construcții, comunicații, mecanică.

La 14 ianuarie 1843 direcția îi scrie profesorului Al. Costinescu să pregătească, pentru expoziția examenului public al semestrului I, mai multe planuri: 1° planul unei școli publice; 2° arcul academiei; 3° fabrică de hîrtie; 4° fabrică de sticlărie cu deviz; 5° institutul de înot cu băi, grădini; 6° planuri de poduri. În octombrie 1843 se mai adaugă postul de supleant la cursurile de inginerie, încredințat lui Ioan Pancrate. În anul 1843 noul proiect de organizare a învățămîntului superior separă predarea științelor teoretice de aceea a științelor tehnice, ultimele avînd două secții: ingineria civilă și agronomia, Secția de inginerie civilă era prevăzută pe doi ani, avînd în planul de studii discipline ca de exemplu Algebra și geometria teoretică și practică, Mecanica, Hidraulica, Desenul arhitectonic, Teoria arhitecturii civile, Știința drumurilor.

La 6 iunie 1844, cu raportul nr. 60, epitropia decide a mai trimite la Paris pe absolventul Ioan Martino să studieze ingineria civilă. La propunerea lui Gheorghe Asachi durata studiilor la secția de inginerie este modificată în 1844 la trei ani în loc de doi ani.

În [1] se arată noul program al secției de inginerie civilă, în care la Matematici înalte, Mecanică înaltă, Desen, se adaugă Geometrie descriptivă, Arhitectură, Facerea de șosele și poduri.

Învățămîntul tehnic superior se destramă în 1847, odată cu desființarea Academiei Mihăilene.

La începutul anului 1850, Mihai Kogălniceanu, care conducea Departamentul lucrărilor publice, a elaborat un proiect pentru „Școala de aplicație pentru drumuri, poduri și zidiri".

Proiectul prevedea un număr limitat de studenți, primiți pe bază de examen de intrare. Candidații la admitere trebuiau să fi absolvit gimnaziul, să cunoască desenul liniar și o limbă străină. După cei trei ani de studii se prevedea o practică de 6 luni. Materiile de studii erau: Geometria aplicată, Desenul arhitectonic și ridicarea planurilor, Stereometrie aplicată la tăierea lemnului și a pietrei, Practica construcțiilor, Arhitectură civilă și Mecanică aplicată.

La sfîrșitul fiecărui an și după absolvire era prevăzută ținerea unui examen în prezența șefului departamentului lucrărilor publice. Absolvenții urmau să fie trecuți în corpul inginerilor.

Proiectul nu a fost realizat din cauza noului regulament școlar, promulgat de Grigore Alexandru Ghica la 1 ianuarie 1851, care hotăra ca învățămîntul științelor aplicate să fie înglobat în cadrul Facultății de filozofie. În cadrul secției a II-a a acesteia erau eșalonate pe trei ani cursurile de: Matematica înaltă și Geometrie, Fizică experimentală, Geologie, Chimie, Mecanică teoretică și aplicații, Tehnologie, Arhitectură, Facerea de șosele, poduri și ziduri, Desen topografic și de construcții.

Regulamentul prevedea (p. 331) „pentru cursul secției a II-a a Facultății filozofice, atestat cu titlul de inginer civil". Din modul în care se prevedea organizarea învățămîntului de ingineri în cadrul Facultății filozofice rezultă că s-a ținut seama de proiectul lui Kogălniceanu.

În anul 1859 se realizează unirea principatelor și în timpul domniei lui Al. Ioan Cuza, M. Kogălniceanu a fost prim ministru.

Capitala principatelor unite fiind la București se înființează acolo în anul 1867 Școala de poduri și șosele, inspirată după proiectul de Școală de poduri și drumuri de la Iași din 1850, a lui Kogălniceanu, ca dovadă fiind că această școală a fost condusă și finanțată de către Departamentul lucrărilor publice, așa cum preconizase Kogălniceanu în proiectul citat

Facultatea de construcții a fost înființată în cadrul Politehnicii „Gh. Asachi" din Iași, în noiembrie 1941, prin Decretul Lege nr. 989. La început avea o structură care permitea pregătirea de specialiști cu profil general de inginer constructor. Prin reforma învățămîntului din anul 1948 se introduc în cadrul Facultății de construcții două secții de specializare, și anume: secția de construcții și cea de hidraulică. În anul universitar 1949—1950 secțiile de specializare devin: a) construcții civile și industriale; b) drumuri și lucrări edilitare.

Din anul universitar 1951—52 secția de drumuri și lucrări edilitare se transformă în secție de drumuri. În anul universitar 1953—1954 s-a înființat la Iași secția de construcții de linii și

clădiri feroviare, care a funcționat numai un singur an. În anul 1954 secția de drumuri devine secția de drumuri și poduri.

În anul 1956 apar cursurile fără frecvență la secția de construcții civile și industriale.

În anul universitar 1957—1958 secția de construcții civile și industriale și-a schimbat denumirea în secția de construcții civile, industriale și agricole.

În anul 1961 apar cursuri serale la secția de construcții civile, industriale și agricole.

În anul universitar 1961—1962 s-a adăugat secția de construcții și instalații hidrotehnice, care la 1 octombrie 1963 a fost transferată la Facultatea de hidrotehnică, înființată în cadrul Institutului politehnic din Iași.

În anul 1966 se lichidează secția de ingineri, cursuri fără frecvență.

În anul 1968 secția de drumuri și poduri se transformă în secția de căi ferate, drumuri și poduri.

În anul universitar 1968—1969, la cursurile de ingineri ale Facultății de construcții se adaugă secțiile de subingineri zi și seral la specializarea construcții civile, industriale și agricole și subingineri zi la specializarea drumuri și poduri. Tot în anul 1968 a apărut și secția de conductori arhitecți.

În anul 1973 a fost lichidată secția de cursuri serale de ingineri, construcții civile, industriale și agricole.

În anul 1977 se adaugă secția de ingineri la specializarea instalații în construcții. În același an secția de subingineri seral, instalații, se transferă de la Facultatea de mecanică la Facultatea de construcții.

Pînă în anul 1978 inclusiv, Facultatea de construcții a Institutului politehnic „Gh. Asachi" din Iași a pregătit 3 556 ingineri, 1 580 subingineri și 350 conductori arhitecți.

În anul 1979 se reînființează secția de ingineri cursuri serale la specialitatea construcții civile, industriale și agricole.

În privința dezvoltării bazei materiale a Facultății de construcții se pot menționa următoarele:

În anii 1945—1946 cadrele didactice și studenții facultății de construcții au proiectat refacerea și supraetajarea unor aripi ale corpului A, pentru amplasarea unor catedre ale facultății.

În perioada 1953—1956 cadrele didactice ale facultății au proiectat și realizat spațiile din corpul C (A_d = 1 300 m² și A_u = 1 052 m²).

În continuare s-au realizat: stația pilot pentru cercetări rutiere, standul pentru confecționarea și încercarea elementelor de beton precomprimat, stația de cercetări seismice, stația de cercetări higrotermice.

Orientarea nouă dată învățămîntului superior din țara noastră, la începutul acestui deceniu, de către conducerea superioară de partid și de stat, privind integrarea învățămîntului cu cercetarea, proiectarea și producția, a creat un cadru nou și posibilități de dezvoltare a bazei materiale, prin fonduri de investiții obținute de la ministerele economice față de care facultatea este în dublă subordonare. S-au realizat, astfel, într-o primă etapă, spațiile facultății din zona Podul Roș: Hala și anexele BMT, Hala și anexele CFDP și corpul de proiectare care însumează o arie desfășurată A_d = 10 098 mp și o arie utilă A_u = 6 878 mp.

Urmează Hala și anexele CMC cu A_d = 4 680 m² și A_u = 3 643 m², în care s-au mutat în 1979 catedrele de construcții și mecanica construcțiilor.

O a doua etapă, în curs de realizare, cuprinde: pavilionul pentru secția de arhitectură, cu A_d = 3 124 m² și A_u = 2 186 m², apoi Laboratorul de cercetări rutiere cu A_d = 1 898 m² și A_u = 1 595 m².

Menționăm că toate aceste obiective au fost proiectate de cadrele didactice și studenții facultății, constituind o aplicare a principiului integrării învățămîntului cu cercetarea, proiectarea și producția.

O a treia etapă, în curs de pregătire, în perspectiva cincinalului 1981—1985, cuprinde spații de învățămînt pentru Facultatea de construcții cu A_d = 8 000 m² și Ateliere și laboratoare pentru secția de instalații în construcții cu A_d = 3 000 m².

Colectivul de cadre didactice al facultății de construcții din Iași depune în continuare eforturi stăruitoare pentru dezvoltarea mai departe a bazei materiale și ridicarea nivelului învățămîntului la cerințele superioare ale societății socialiste multilateral dezvoltate.

Primită la 13 iulie 1979

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de organizare și conducere

BIBLIOGRAFIE

1. Ureche V. A., *Istoria şcoalelor de la 1800—1864.* Vol. II, Buc., 1892, 264.

РАЗВИТИЕ СТРОИТЕЛЬНОГО ВЫСШЕГО ТЕХНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЯССКОМ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ

(Резюме)

Изучается возникновение и развитие высшего строительного технического образования в г. Яссах, начиная с 1813 года при деятельности ученого Георге Асаки.

Вторая часть исследования посвящена периоду после 23-его Августа 1944-ого года, когда материально-техническая база возросла в несколько раз.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 1—2, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИЙ

CRAWLEY S. W., DILLON R. M., *Steel Buildings. Analysis and Design.* Second Edition, John Wiley a. Sons, New York, 1977, 591 pp.

This book presents the general principles of structural analysis and their application to the design of structural steel members and the most common types of low and intermediate height building frames.

The authors' primary intent is to set forth the fundamental theories necessary for the design of steel members and to bridge the gap between academic work and professional practice ; the book's purpose is to carry analysis and design beyond that usually applied to individual members and components and into total structural frames. Therefore the book is useful to both novice and professional. În taking their decisions engineers often base not only on calculus but also on judgement and experience ; this book adds some valuable information in making such decisions.

Although most of the text is applicable to a variety of structural steel members, the book is mainly dedicated to building design.

A satisfactory background in the fundamentals of mechanics of materials and structural analysis is a prerequisite for this text although much of the material regarding the elementary principles of statics and strength of materials is reviewed throughout the book.

The book has been organized into twelve chapters.

Designers are aided in selection of the proper steels based on these materials characteristics, presented in the first chapter.

The design of structural steel members is discussed in several chapters which deal with determination of stresses, preliminary design and final design of the more common types of building frames. The book presents elastic theory of stress analysis and also ultimate strength and plastic design.

One chapter is devoted to structural connections, another one to the computer-aided analysis and design.

To ilustrate design procedures the book also contains numerous examples worked out in detail. Every effort has been made to include the most recent recommendations by the time of printing.

In addition the book's material includes several useful appendixes of which two computer programs (plane truss program and plane frame program) have broad applications.

The book is helpfull to the students of civil engineering faculties as well as for professional engineers being a welcome addition to their libraries.

N. Ţăranu

POMEROY C.D. (Edit.), *Creep of Engineering Materials* (*A Journal of Strain Analysis Monograph*). Mechanical Engineering Publications Limited, London, 1978, 238 pp.

This book is the result of the joint effort of seventeen authors under the editorship of Dr. C. D. Pomeroy.

Although much has been published about the creep of materials, the scattering of information through literature requires such a monograph that meets the need for a comprehensive review on the phenomenon of creep.

Each author has been selected for his particular knowledge of the field.

The interested people wishing to apply creep knowledge to practical design and enginneering problems can find a great deal of valuable information on creep of metals, rocks, soils, reinforced thermosetting plastics, thermoplastics, ceramics, concrete and bituminous materials.

In each of the twelve papers of the monograph every author describes the up-to-date state of knowledge on his particular material paying due regard to the application of this knowledge to design.

The factors that affect the creep of engineering materials are discussed with reference to each material. Thus the influence of temperature is presented with regard to metals, plastics and bituminous materials. The creep characteristics are investigated as affected by environment, hygroscopicity, absorbtion or desorbtion of moisture and the stress level. The role of water is analysed with respect to different kind of materials end emphasized on concrete soils and coal.

A special attention has been given to concrete due to its complexity and its change of properties as a consequence of continuing hydration and of the formation of poly-silicates.

Other complications that occur for all types of materials and their effects on creep behaviour are pointed out in the monograph.

Reading this book, the interested people can realize that some of their problems have been studied before and some outcome of the previous work can be readily used; they will certainly gain something valuable from this work of immediate usefulness and lasting reference value.

N. Țăranu

ROCKEY K. C., EVANS H. R., GRIFFITS D. W., NETHERCOT D. A., *Introduction à la méthode des éléments finis*. Ed. Eyrolles, Paris, X + 228 pp., 1979.

Le livre, imprimé dans des excellentes conditions graphiques, illustré par des figures claires est une réussite totale de la maison editrice Eyrolles. Ce livre s'adresse aux ingénieurs constructeurs, mécaniciens, etc. ainsi qu'aux étudiants intéressés quant à la méthode des éléments finis.

Le lecteur de langue française désireux d'approfondir la méthode des éléments finis trouve dans cet excellent livre un des meilleurs ouvrages dans cette direction.

Le style, le rapport entre les différents chapitres, l'exposée graduée permettent une très accéssible compréhension des notions présentées.

Les chapitres sont les suivants : Concepts de base ; Éléments finis de poutre ; Éléments finis pour des structures continues ; Éléments finis triangulaires pour l'étude de l'élasticité plane ; Éléments finis rectangulaires pour l'étude de l'élasticité plane ; Éléments finis rectangulaires pour l'étude de la flexion des plaques ; Étude des plaques pliées, des poutres en caisson et des coques à l'aide des éléments finis rectangulaires ; Structures continues à symmétrie axiale ; Programmation ; Éléments finis triangulaires pour l'étude de la fléxion des plaques.

V.-F. Poteraşu

1981 MAR 31

40822

F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 3—4

Secția V

CONSTRUCȚII ARHITECTURĂ

1980

BIBLIOTECA CENTRALĂ

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXVI (XXX)

Fasc. 3 – 4

Secţia V

CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1980

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU,
Prof. dr. doc. N.V. BOȚAN,
Prof. dr. ing. GH. CAȘLER
Prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte),
Prof. dr. P. MĂLCOMETE,
Prof. dr. doc. D. MANGERON,
Prof. dr. ing. T. SILION,
Acad. prof. dr. doc. CR. SIMIONESCU,
Prof. dr. ing. I. VLAD.

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Conf. dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAȘU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXVI (XXX), Fasc. 3—4 1980

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

F.-V. POTERAŞU, Extincţia în timp minim a vibraţiilor unei structuri spaţiale de acoperiş în dublu strat (engl., rez. rom.) 7

F. MACAVEI, O metodă pentru determinarea modurilor proprii de vibraţie prin decuplarea succesivă a coordonatelor (engl., rez. rom.) 11

ŞT. JERCA şi F. SCHÄRF, Calculul structurilor la sarcini proporţionale, realizate din materiale aproximate prin modelul biliniar (germ., rez. rom.) 19

E. BÂRSAN şi V. ARNĂUTU, Optimizarea filtrelor de contact (rom., rez. engl.) 27

I. BARBĂLATĂ, Măsurători stereofotogrametrice structurale ale turnurilor hiperbolice (engl., rez. rom.) 33

GH. NISTOR, Contribuţii la calculul deplasărilor construcţiilor folosind măsurări indirecte corelate (rom., rez. rusă) 49

N. ORLOVSCHI, G. NISTOR şi A. BRAIER, Raţionalizări în calculul deplasărilor orizontale ale construcţiilor, folosind măsurările topogeodezice (rom., rez. franc.) 55

I. IONESCU şi N. DONEA, Analiza reţelelor de grinzi rezemate pe terenuri deformabile, prin metoda diferenţelor finite (franc., rez. rom.) 63

C. LEONTE, A. MIHUL, V. HOBJILĂ şi A. CUCIUREANU, Îmbinări precomprimate cu buloane de oţel de înaltă rezistenţă la cadre prefabricate etajate (rom., rez. franc.) 67

D. NOUR şi M. PATRAŞ, Influenţa aderenţei asupra distanţei dintre fisuri pentru elemente precomprimate cu armături preîntinse (franc., rez. rom.) 75

C. LEONTE, Elemente de înnădire a armăturilor postîntinse la structurile de rezistenţă din beton precomprimat (rom., rez. franc.) 81

V. PESCARU, Secţiunea optimă a grinzilor de rulare metalice cu inima plină, simplu rezemate (franc., rez. rom.) 93

N. POPOVICI şi N. UNGUREANU, Încercări pe modele de lucrări hidrotehnice prefabricate pentru amenajarea torenţilor (franc., rez. rom.) 101

GH. GUGIUMAN, Studiul reflexiei îmbrăcămintilor rutiere 7

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXVI (XXX), Fasc. 3–4 1980

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

F.-V. POTERAŞU, Extinction in Minimum Time of a Double Layer Framework Vibrations (English, Romanian summary) 7

F. MACAVEI, A Method for Determining the Vibration Eigenmodes of the Structures by Succesive Coordinate Decoupling (English, Romanian summary) 11

ŞT. JERCA und F. SCHÄRF, Berechnung der Tragwerke aus durch das biliniäre Modell approximierten Materialien unter proportionaler Belastung (German, Romanian summary) 19

E. BÂRSAN and V. ARNĂUTU, Optimization of the Contact Filters (Romanian, English summary) 27

I. BARBĂLATĂ, Photogrammetric Surface Conformity Measurement of Large Hyperbolic Tower (English, Romanian summary) 33

GH. NISTOR, Contributions au calcul des déplacements des constructions par des mesures indirectes corrélées (Romanian, Russian summary) 49

N. ORLOVSCHI, GH. NISTOR et A. BRAIER, Rationalisations du calcul des déplacements horizontaux des constructions, en utilisant des mesures topogéodésiques (Romanian, French summary) 55

I. IONESCU et N. DONEA, L'analyse des réseaux de poutres appuyées sur terrains déformables, par différences finies (French, Romanian summary) . 63

C. LEONTE, A. MIHUL, V. HOBJILĂ et A. CUCIUREANU, Joints précontraints à l'aide des boulons en acier, de haute résistance, aux cadres préfabriqués étagés (Romanian, French summary) 67

D. NOUR et M. PATRAŞ, L'influence de l'adhérence sur l'espacement des fissures pour les éléments precontraints à armatures prétendues (French, Romanian summary) 75

C. LEONTE, Dispositifs de rallongement des armatures post-tendues aux structures de résistance en béton précontraint (Romanian, French summary) 81

V. PESCARU, Les dimensions optimales des sections des poutres métalliques à âme pleine des ponts roulants (French, Romanian summary) 93

N. POPOVICI et N. UNGUREANU, Essais sur modèles de travaux hydrotechniques préfabriqués pour l'aménagement des torrents (French, Romanian summary) 101

GH. GUGIUMAN, L'étude de la reflexion des revêtements routiers (I) (Romanian, French summary) 107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXVI (XXX), Вып. 3—4 1980 г.

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Ф.-В. ПОТЕРАШУ, Минимизация времени погашения колебаний ферм двойного слоя (англ., рез. рум.)	7
Ф. МАКАВЕЙ, Метод определения собственных модулей конструкций последовательным декуплажем координат (англ., рез. рум.)	11
Ш. ЖЕРКА и Ф. ШЕРФ, Расчет структуры из материалов приближаемых через двухлинейную модель, для пропорциональных нагрузок (нем., рез. рум.)	19
Е. БЫРСАН и В. АРНЭУТУ, Оптимизация контактных филтров (рум., рез. англ.)	27
И. БАРБЭЛАТЭ, Стереофотограметрические структурные измерения гиперболических охлаждающих башень (англ., рез. рум.)	33
Г. НИСТОР, Вклад к расчету смещений сооружений используя косвенные зависимые измерения (рум., рез. русск.)	49
Н. ОРЛОВСКИЙ, Г. НИСТОР и А. БРАЙЕР, Рационализация вычислений горизонтальной смещений сооружений используя топогеодезические измерения (рум., рез. франц.)	55
И. ИОНЕСКУ и Н. ДОНЕА, Анализ балочных сети лежащих на угругом основании, с методом конечных разностей (франц., рез. рум.)	63
К. ЛЕОНТЕ, А. МИХУЛ, В. ХОБЖИЛЭ и А. КУЧУРЯНУ, Предварительно напряженные стыки рам образованные нажимными болтами (рум., рез. франц.)	67
Д. НОУР и М. ПАТРАШ, Влиание сцепления на расположении трещин в предварительно напряженных элементах с преднапрягаемой арматуры (франц., рез. рум.)	75
К. ЛЕОНТЕ, С ращивающие элементы напрягаемой арматуры пучков в предварительно напрягаемых железобетонных строительных сооружении (рум., рез. франц.)	81
В. ПЕСКАРУ, Оптимальные размеры сечений сплошностенчатых разрезных стальных балок (франц., рез. рум.)	93
Н. ПОПОВИЧ и Н. УНГУРЯНУ, Моделирование гидротехнических сооружений постоенных из полуфабрикатов для устройства селевых потоков (франц., рез. рум.)	101
Г. ГУДЖЮМАН, Изучение отражения дорожных покрытий (I) (рум., рез. франц.)	107

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.02 ; 531.32

EXTINCTION IN MINIMUM TIME OF A DOUBLE LAYER FRAMEWORK VIBRATIONS

BY
VICTOR-FLORIN POTERAŞU

1. It is considered the shear grid with stiff end boundary frames and a lumped mass equal to ρ at each node (Fig. 1). D. Dean [1], [2] supposed this lattice as a double layer framework with the negligible shortenings for the members and the vertical web members with negligible flexural action.

The equation of forced undamping vibrations of a lattice has the form :

$$[\rho D_t^2 - K/\!\!\sum\!\!/_r - \overline{K}/\!\!\sum\!\!/_s]w(r, s, t) = P(r, s, t), \tag{1}$$
$$(/\!\!\equiv\!\!/ f(x) = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)),$$

with the boundary conditions :

$$w(r, \overset{0}{\underset{n}{}}, t) = \nabla_r w(0, s, t) = \Delta_r w(m, s, t) = 0, \tag{2}$$
$$(\Delta f(x) = f(x+1) - f(x),\ \nabla f(x) = f(x) - f(x-1)).$$

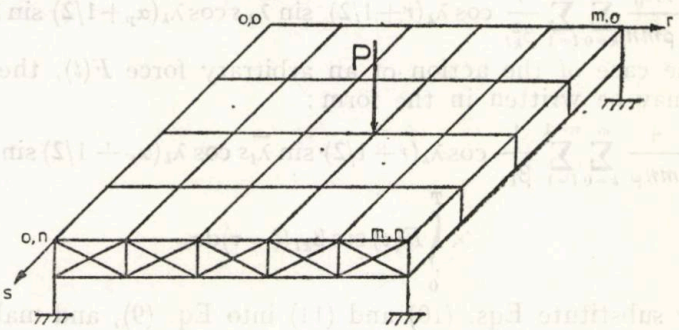


Fig. 1

The solution of the equation (1) can be written by expansion of w and P as double series in r and s with function of t as Euler coefficients:

$$\begin{bmatrix} P(r, s, t) \\ w(r, s, t) \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^{m} \sum_{l=1}^{n-1} \begin{bmatrix} P_{kl}(t) \\ w_{kl}(t) \end{bmatrix} \cos \lambda_k (r + 1/2) \sin \overline{\lambda}_l s, \tag{3}$$

where

$$\lambda_k = \frac{k\pi}{m+1}, \quad \overline{\lambda}_l = \frac{l\pi}{n}. \tag{4}$$

Substitution into Eq. (1) and boundary conditions (2) and matching coefficients gives the following equation for the Euler functions:

$$(5)\qquad (D_t^2+\beta_{kl}^2)w_{kl}(t)=\frac{1}{\rho}P_{kl}(t)\qquad \text{with}\qquad (6)\qquad \beta_{kl}^2=\frac{2}{\rho}(K\gamma_k+\overline{K}\,\overline{\gamma}_l)$$

and

$$(7)\qquad \gamma_k=1-\cos\lambda_k,\quad \overline{\gamma}_l=1-\cos\overline{\lambda}_l.$$

The external load can be taken as a control parameter. Thus, varying $P(r, s, t)$ we obtain the optimal (from a certain point of view) characteristics of the dynamic process.

2. Let $P(r, s, t)=P(t)\delta(r-\alpha_p)\delta(s-\beta_p)$, where δ is the Dirac delta function; α_p and β_p are the coordinates of the point of application of $P(t)$. It is necessary to find the control action $P(t)$ that, in the minimum possible time, T, eliminates the vibrations of the lattice structures, the state of which is described by Eq. (1) for known initial and boundary conditions.

The total energy of the control device expended in extinguishing of the vibrations is bounded by the value l^2:

$$(8)\qquad \int_0^T P^2(t)\,dt\leqslant l^2.$$

The conditions for the absence of vibrations at $t=T$ are

$$(9)\qquad \begin{cases} w(r, s, t)=w_0(r, s, T)+w_1(r, s, T)=0,\\ \dot{w}(r, s, t)=\dot{w}_0(r, s, T)+\dot{w}_1(r, s, T)=0.\end{cases}$$

If the lattice structure, initially at rest, is loaded by the force $P=P_0\delta(r-\alpha_p)\delta(s-\beta_p)$, which is suddenly removed, the solution is:

$$(10)\qquad w_0=\frac{4P_0}{\rho mn}\sum_{k=0}^{m}\sum_{l=1}^{n-1}\frac{1}{\beta_{kl}^2}\cos\lambda_k(r+1/2)\,\sin\overline{\lambda}_l s\cos\lambda_k(\alpha_p+1/2)\sin\overline{\lambda}_l\beta_p\cos\beta_{kl}t$$

In the case of the action of an arbitrary force $F(t)$, the condition $w_1(r, s, t)$ may be written in the form:

$$(11)\qquad w_1=\frac{4}{mn\rho}\sum_{k=0}^{m}\sum_{l=1}^{n-1}\frac{1}{\beta_{kl}}\cos\lambda_k(r+1/2)\sin\overline{\lambda}_l s\cos\lambda_k(\alpha_F+1/2)\sin\overline{\lambda}_l\beta_F\times$$
$$\times\int_0^T F(\tau)\sin\beta_{kl}(t-\tau)d\tau.$$

If we substitute Eqs. (10) and (11) into Eq. (9), and make a term-by-term comparison, then we obtain the relations:

$$(12)\qquad -\frac{P_0}{\beta_{kl}}\gamma_{kl}\cos\beta_{kl}T=\int_0^T F(t)\sin\beta_{kl}(T-t)dt,$$
$$\frac{P_0}{\beta_{kl}}\gamma_{kl}\sin\beta_{kl}T=\int_0^T F(t)\cos\beta_{kl}(T-t)d\tau,$$
$$\gamma_{kl}=\frac{\cos\lambda_k(\alpha_p+1/2)\sin\overline{\lambda}_l\beta_p}{\cos\lambda_k(\alpha_F+1/2)\sin\overline{\lambda}_l\beta_F}$$

We introduce the notations:

$$a=\cos\beta_{kl}T, \quad b=\sin\beta_{kl}T, \quad c=\frac{P_0}{\beta_{kl}}\gamma_{kl};$$

$$x_1=\int_0^T F(t)\cos\beta_{kl}t\,dt; \quad x_2=\int_0^T F(t)\sin\beta_{kl}t\,dt.$$

Then system (12) takes the form

$$-ac=bx_1-ax_2, \quad ac=ax_1+bx_2. \tag{13}$$

Solving (13) w.r.t. x_1 and x_2, we can write Eqs. (12) in the equivalent form

$$\int_0^T F(t)\cos\beta_{kl}t\,dt=0, \quad \int_0^T F(t)\sin\beta_{kl}t\,dt=\frac{P_0}{\beta_{kl}}\gamma_{kl}, \tag{14}$$

in which the unknown quantity T appears only in the upper limit.

Thus, it is necessary to find an action $F(t)$, satisfying the constraint (8), for which relations (14) hold for minimum T.

Following the method of moments elaborated by Krein [4], for the solution of the formulated problem we consider an auxiliary problem, namely, to find

$$\min_{\xi_1,\ldots,\xi_i} J=\int_0^T\left|\sum_{k=1}^{i}\xi_k g_k'(t)\right|^2 dt, \tag{15}$$

with the condition

$$\sum_{k=1}^{i}\xi_k\alpha_k'=1. \tag{16}$$

Here α_k' and $g_k'(t)$ are the right sides of the coefficients for the function $F(t)$ in Eqs. (14); in this case the minimum time T is determined from the equation

$$\min_{\xi_1,\ldots,\xi_i} J=l^{-2}, \tag{17}$$

and the control action is determined from the equation

$$F(t)=l^2\left|\sum_{k=1}^{i}\xi_k g_k'(t)\right|\operatorname{sign}\sum_{k=1}^{i}\xi_k g_k'(t). \tag{18}$$

Retaining a finite number of terms in relations (14), we can extinguish any combination of forms of vibrations.

The dangerous vibrations are based on the kl-th form, and will be extinguished in minimum time. T. Then the auxiliary problem can be written as follows:

$$\min_{\xi_1,\xi_2} J=\int_0^T|\xi_1\cos\beta_{kl}t+\xi_2\sin\beta_{kl}t|^2dt \tag{19}$$

with the condition

$$\xi_2 \frac{P_0}{\beta_{kl}} \gamma_{kl} = 1; \tag{20}$$

the stationary part of the functional (19) with account of (20) is determined from the condition $dJ/d\xi_1 = 0$ and is given by

$$\xi_1 = -\frac{\beta_{kl}(1 - \cos\delta)}{P_0 \gamma_{kl}(\delta + \sin\delta)}; \quad \delta = 2\beta_{kl} T. \tag{21}$$

Relation (17) allows us to formulate the equation

$$\frac{2\cos\delta - 2 + \delta^2}{4(\delta + \sin\delta)} = \frac{P_0^2 \gamma_{kl}^2}{\beta_{kl} l^2} = \text{const.}, \tag{22}$$

the root of which represent the unknown time, T. The right side of (22) indicates the dangerous frequency β_{kl}, subject to extinguishing, the magnitude of the perturbing force P_0 and the constraint on the energy, l. The coefficient γ_{kl} indicates the reciprocal situation between P_0 and the control action $F(t)$, which is calculated from the equation

$$F(t) = \frac{l^2 \beta_{kl}}{P_0 \gamma_{kl}} \left(-\frac{1 + \cos\delta}{\delta + \sin\delta} \cos\beta_{kl} t + \sin\beta_{kl} t \right). \tag{23}$$

In these way we have obtained an optimal control for the vibrational process, in which the time T of extinguishing an arbitrary kl-th form of the double layer framework vibrations will be a minimum and the energy of the control device is bounded.

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanics

Received, November 28, 1980

REFERENCES

1. Dean D. L., *Discrete Field Analysis of Structural Systems.* Springer Verlag, Wien—New York — CISM Udine, 1976.
2. Dean D. L., *Field Solutions for Shear Grids.* J. Structural Div., Proc. ASCE, 97, 12, 2 845—2 860 (1971).
3. Mangeron D., Poteraşu V. F., Vulpe A., *Teoria optimizării structurilor cu aplicaţii.* Ed. Junimea, Iaşi, 1980.
4. Сиразетдинов, Т.К., *Оптимизация систем с распределенными параметрами.* Изд. Наука, Москва, 1977.

EXTINCŢIA ÎN TIMP MINIM A VIBRAŢIILOR UNEI STRUCTURI SPAŢIALE DE ACOPERIŞ ÎN DUBLU STRAT

(Rezumat)

Pentru o structură spaţială de acoperiş în dublu strat, în condiţiile de modelare indicate de D. L. Dean, se determină valoarea controlului optim, marcat prin forţa concentrată, periodică, pentru care vibraţiile se amortizează total în timp minim. Energia dezvoltată de forţa exterioară este mărginită.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 531.32 : 531.2

A METHOD FOR DETERMINING THE VIBRATION EIGENMODES OF THE STRUCTURES BY SUCCESIVE COORDINATE DECOUPLING

BY

FLORIN MACAVEI

1. Introduction

Let be $[K]$, $[M]$ and $[\Phi]$ the stiffness, inertial and modal matrices of a structure, expressed in the coordinates $\{\Delta\}$. If is performed the transformation

$$\{\Delta\}=[\Phi]\ \{q\} \tag{1}$$

in the new coordinates $\{q\}$, the matrices $[K^*]$ and $[M^*]$ are diagonal ones according to the orthogonality theorem of the eigenvectors w.r.t. the $[K]$ and $[M]$ matrices [1] ··· [3] ;

$$^*]=[\Phi]^T\,[K][\Phi]=\begin{bmatrix} K^*_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K^*_{2,2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & K^*_{n,n} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

$$[M^*]=[\Phi]^T[M]\ [\Phi]=\begin{bmatrix} M^*_{1,} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M^*_{2,2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & K^*_{n,n} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

In [4] was demonstrated the reciprocity of this theorem, namely if a matrix $[\Phi]$ simultaneously diagonalises $[K]$ and $[M]$, then $[\Phi]$ is the modal matrix of the structure.

In what follows a method for eigenvalues and eigenvectors calculation, for building structures, is presented. The method is based on the orthogonality property of the eigenvectors w.r.t. to the stiffness and inertial matrices.

2. Initial Dynamic Uncoupling of the Structure

The i and j coordinates are dynamic uncoupled if

$$K_{i,j}=M_{i,j}=0. \tag{4}$$

All eigencoordinates are dynamic uncoupled. But some *initial* coordinates may be uncoupled too. When two or more groups of coordinates are dynamic uncoupled, the structure consists of two or more subsystems that vibrate independently. For eigenmodes determination these subsystems will be treated separately. In the general case, the null coefficients distribution in the $[K]$ and $[M]$ matrices is the same one. To detect the initial dynamic uncoupling it is therefore enough to examine the $[K]$ matrix. It may be proceed as follows: starting from any nonzero coefficient, for example $K_{1,1}$, it is looked over the corresponding row (column); for each new nonzero coefficient that is encountered, it is looked over the corresponding column (row), a.s.o., until all meeting coefficients are null ones. The row and column indices looked over form an initial uncoupled group. The proceeding is illustrated in Fig. 1.

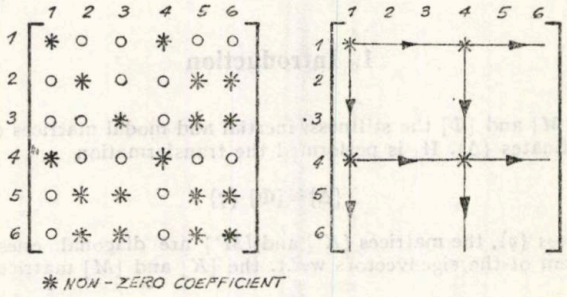


Fig. 1

3. The First Coordinate Dynamic Decoupling

It is performed the coordinate transformation:

$$\{\Delta\}=[\Phi]^{(1)}\{q\}^{(1)}, \tag{5}$$

in such a manner that the q_1 coordinate becomes dynamic uncoupled from the $q_2, q_3, \ldots, q_n$ ones:

$$[K]^{(1)}=\begin{bmatrix} K^{(1)}_{1,1} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & K^{(1)}_{2,2} & \ldots & K^{(1)}_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & K^{(1)}_{n,2} & \ldots & K^{(1)}_{n,n} \end{bmatrix}, \qquad [M]^{(1)}=\begin{bmatrix} M^{(1)}_{1,1} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & M^{(1)}_{2,2} & \ldots & M^{(1)}_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & M^{(1)}_{n,2} & \ldots & M^{(1)}_{n,n} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

where

$$[K]^{(1)}=[\Phi]^{(1)T}[K]\,[\Phi]^{(1)}, \qquad [M]^{(1)}=[\Phi]^{(1)T}[M]\,[\Phi]^{(1)}. \tag{7}$$

It is imposed $2(n-1)$ conditions: the off-diagonal coefficients in the first line of $[K]^{(1)}$ and $[M]^{(1)}$ to be zero; in the $[\Phi]^{(1)}$ matrix will be $2(n-1)$ unknowns. The $[\Phi]^{(1)}$ matrix must be non-singular. It is proposed the following matrix that answers to these restrictions:

$$(8) \qquad [\Phi]^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_2 & y_2 & 0 & \dots & 0 \\ x_3 & 0 & y_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n & 0 & 0 & \dots & y_n \end{bmatrix}.$$

Because in the new coordinates all the off-diagonal coefficients of the $[K]^{(1)}$ and $[M]^{(1)}$ matrices are zero ones, it follows that the first column of the $[\Phi]^{(1)}$ matrix is an eigenvector of the structure. The corresponding eigenvalue will be:

$$(9) \qquad \omega^2 = \frac{K_{1,1}^{(1)}}{M_{1,1}^{(1)}}$$

4. The Others Coordinates Dynamic Decoupling

For determining an other eigenmode, the proceeding is repeated on the new stiffness and inertial matrices:

$$(10) \qquad \begin{bmatrix} K_{2,2}^{(1)} & \dots & K_{2,n}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ K_{n,2}^{(1)} & \dots & K_{n,n}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} M_{2,2}^{(1)} & \dots & M_{2,n}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ M_{n,2}^{(1)} & \dots & M_{n,n}^{(1)} \end{bmatrix},$$

which are of order $(n-1)$.

The second eigenvector, in the $q_2, q_3, \dots, q_n$ coordinates is expressed, while $q_1=0$. For expressing in the initial coordinates $\{\Delta\}$, it must be multiplied to the left by $[\Phi]^{(1)}$ matrix. After dynamic decoupling of the two coordinates, the stiffness and inertial matrices become the form:

$$(11) \qquad [\Phi]^{(2)T}[K]^{(1)}[\Phi]^{(2)} = \begin{bmatrix} K_{1,1}^{(1)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_{2,2}^{(2)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & K_{3,3}^{(2)} & \dots & K_{3,n}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & K_{n,3}^{(2)} & \dots & K_{n,n}^{(2)} \end{bmatrix},$$

$$(12) \qquad [\Phi]^{(2)T}[M]^{(1)}[\Phi]^{(2)} = \begin{bmatrix} M_{1,1}^{(1)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{2,2}^{(2)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & M_{3,3}^{(2)} & \dots & M_{3,n}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & M_{n,3}^{(2)} & \dots & M_{n,n}^{(2)} \end{bmatrix}.$$

For determining an other eigenmode, it is used the $(n-2)\times(n-2)$ matrices obtained from matrices (11) and (12) by omission of the first two rows and columns, a.s.o. After $n-1$ decoupling the stiffness and inertial matrices become diagonal ones:

$$(13) \qquad [K^*] = [\Phi]^{(n-1)T} \dots [\Phi]^{(1)T}[K][\Phi]^{(1)} \dots [\Phi]^{(n-1)},$$

$$(14) \qquad [M^*] = [\Phi]^{(n-1)T} \dots [\Phi]^{(1)T}[M][\Phi]^{(1)} \dots [\Phi]^{(n-1)}.$$

Comparing relations (2), (3), (13) and (14), it follows that the modal matrix is :

$$[\Phi]=[\Phi]^{(1)}[\Phi]^{(2)}\ldots[\Phi]^{(n-1)}, \tag{15}$$

where :

$$[\Phi]^{(i)}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \ldots & 0 & 0 & \ldots 0 \\ 0 & 1 \ldots & 0 & 0 & \ldots 0 \\ 0 & 0 \ldots & 1 & 1 & \ldots 1 \\ 0 & 0 \ldots & x_{i+1} & y_{i+1} & \ldots 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 \ldots & x_n & 0 & \ldots y_n \end{bmatrix}^{(i)}, \quad (i=1,\ldots,n-1).$$

One may observe that in each stage the stiffness and inertial matrices are symmetrical ones, and theirs order diminish from a stage to other.

5. Iterative Determination of the Transformation Matrix

Two manners for iterative determination of the transformation matrix $[\Phi]^{(1)}$, namely of the values $x_2,\ldots,x_n$, $y_2,\ldots,y_n$ (expression (8)) are presented. In a similar way may be calculated the matrices $[\Phi]^{(i)}$, $(i=2,\ldots,n-1)$, (expression (16)).

The following notations will be used : $\{X\}$ — the first column of the matrix $[\Phi]^{(1)}$, $K_i.$ — the i row of the $[K]$ matrix, $M_i.$ — the i row of the $[M]$ matrix.

The orthogonality conditions between the $\{X\}$ vector and i vector (column i) of $[\Phi]^{(1)}$ w.r.t. $[K]$ and $[M]$ matrices are expressed as follows

$$K_1.\{X\}+y_iK_i.\{X\}=0, \tag{17}$$

$$M_1.\{X\}+y_iM_i.\{X=0 \tag{18}$$

2.1. The First Variant

From (18) it su

$$y_i=-\frac{M_1.\{X\}}{M_i.\{X\}}. \tag{19}$$

Substituting (19) in (17) we obtain :

$$M_i.\{X\}=\frac{M_1.\{X\}}{K_1.\{X\}}K_i.\{X\}. \tag{20}$$

One may observe that when the vector $\{X\}$ approach an eigenvector, the ratio $M_1.\{X\}/K_1.\{X\}$ approach the inverse of the square of the pulsation corresponding to that eigenvector. Hence this ratio has a finite, positive value. Relations (20) form a $n-1$ simultaneous equations with $n-1$ unknowns. The main coefficient from each equation is M_{ii},$(i=2,\ldots,n)$. It is

considered a step, k, of the iterative solution, ($k=1, 2,...$). From relation (20) may be obtained the following recurrence relation :

$$M_i.\{X\}^{(k+1)}=\frac{M_1.\{X\}^{(k)}}{K_1.\{X\}^{(k)}}K_i.\{X\}^{(k)}, \tag{21}$$

or

$$[\overline{M}]\{X\}^{(k+1)}=\frac{M_1.\{X\}^{(k)}}{K_1.\{X\}^{(k)}}[\overline{K}]\{X\}^{(k)}, \tag{22}$$

where $[\overline{M}]$ and $[\overline{K}]$ matrices are obtained from $[M]$ and $[K]$ ones by omission of the first row. At the limit it results :

$$[\overline{M}]\{X\}=\frac{1}{\omega^2}[\overline{K}]\{X\}. \tag{23}$$

The convergence is assured by the analogy with the matrix iterative method [2], [3], called too the power or S t o d o l a method [1] and vector iteration [5].

In comparison whit this method, the proceeding proposed herein has the following advantages :

a) Operates upon symmetric matrices.

b) Replaces the solution of an ill-conditioned system of algebraic equations at passing from an eigenmode to another, with well-conditioned system of algebraic equations for each eigenmode.

c) Eliminates the requirement of normalizing the vector at each iterative step.

The unknowns $y_2,...,y_n$ are directhy obtained from the relation (19).

5.2. The Second Variant

From (17) it result :

$$y_i=-\frac{K_1.\{X\}}{K_i.\{X\}}. \tag{24}$$

Substituting (24) in (18) we obtain :

$$K_i.\{X\}=\frac{K_1.\{X\}}{M_1.\{X\}}M_i.\{X\}. \tag{25}$$

In this case the recurrence relation is

$$[\overline{K}]\{X\}^{(k+1)}=\frac{K_1.\{X\}^{(k)}}{M_1.\{X\}^{(k)}}[\overline{M}]\{X\}^{(k)}. \tag{26}$$

At the limi

$$[\overline{K}]\{X\}=\omega^2[M]\{X\}. \tag{27}$$

In the case of lumped masses, the first variant has the advantage of a diagonal coefficient matrix. In the first variant is obtained first the high-

est eigenmode and in the second variant is obtained first the lowest eigenmode.

6. Numerical Example

Let be a structure with three degree of freedom :

$$[M]=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{bmatrix},\quad [K]=\begin{bmatrix}2&-1&0\\-1&2&-1\\0&-1&1\end{bmatrix},\quad \{X\}=\begin{Bmatrix}1\\x_2\\x_3\end{Bmatrix}. \tag{28}$$

In the first variant the recurence relation (22) is

$$\begin{bmatrix}0&2&0\\0&0&3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\x_2\\x_3\end{Bmatrix}^{(k+1)}=\frac{1}{2-x_2^{(k)}}\begin{bmatrix}-1&2&-1\\0&-1&1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\x_2\\x_3\end{Bmatrix}^{(k)}, \tag{29}$$

or

$$\begin{Bmatrix}x_2\\x_3\end{Bmatrix}^{(k+1)}=\frac{1}{2-x_2^{(k)}}\begin{Bmatrix}-0.5+x_2-0.5x_3\\-\frac{x_2}{3}+\frac{x_3}{3}\end{Bmatrix}^{(k)}. \tag{30}$$

Starting from $x_2=x_3=0$, it may be obtained succesively ;

$$\begin{array}{llllllll} x_2= & -0.25\,; & -0.333\,; & -0.365\,; & -0.377\,; & -0.381\,; & -0.383\,; & -0.383\,; \\ x_3= & 0\;\; ; & 0.037\,; & 0.053\,; & 0.059\,; & 0.061\,; & 0.062\,; & 0.062. \end{array}$$

Hence

$$[\Phi]^{(1)}=\begin{bmatrix}1&1&1\\-0.383&1.303&0\\0.062&0&-5.344\end{bmatrix}. \tag{31}$$

According to the relations (7), the inertial and stiffness matrices become:

$$[M]^{(1)}=[\Phi]^{(1)T}[M][\Phi]^{(1)}=\begin{bmatrix}1.306&0&0\\0&4.394&1\\0&1&86.662\end{bmatrix}, \tag{33}$$

$$[K]^{(1)}=[\Phi]^{(1)T}[K][\Phi]^{(1)}=\begin{bmatrix}3.114&0&0\\0&2.789&7.659\\0&7.659&30.554\end{bmatrix}. \tag{34}$$

The reduced inertial, stiffness and $[\Phi]^{(2)}$ matrices will be :

$$\begin{bmatrix}4.394&1\\1&86.662\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}2.789&7.659\\7.659&30.554\end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix}1&1\\x_3&y_3\end{bmatrix}, \tag{35}$$

respectively.

The recurrence relation (22) is in this case :

$$[1\quad 86.662]\begin{Bmatrix}1\\x_3\end{Bmatrix}^{(k+1)}=\frac{4.394+x_3^{(k)}}{2.789+7.659x_3^{(k)}}[7.659\quad 30.554]\begin{Bmatrix}1\\x_3\end{Bmatrix}^{(k)}. \tag{36}$$

Starting from $x_3=0$, it may be obtained succesively :

$$x_3=0.128\,;\ 0.149\,;\ 0.151\,;\ 0.152\,;\ 0.152\,.$$

From expression (19) it results :

$$y_3=-0.321.$$

Hence :

$$[\Phi]^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0.152 & -0.321 \end{bmatrix}. \tag{37}$$

At this moment, the inertial and stiffness matrices become diagonal ones :

$$[M]^{(2)} = [\Phi]^{(2)T}[M]^{(1)}[\Phi]^{(2)} = \text{diag.}\{1.306 \quad 6.692 \quad 12.701\}, \tag{38}$$

$$[K]^{(2)} = [\Phi]^{(2)T}[K]^{(1)}[\Phi]^{(2)} = \text{diag.}\{3.114 \quad 5.815 \quad 1.022\}. \tag{39}$$

Teh eigenpulsations are :

$$\sqrt{\frac{3.114}{1.306}} = 1.544, \quad \sqrt{\frac{5.815}{6.692}} = 0.932, \quad \sqrt{\frac{1.022}{12.701}} = 0.284.$$

The modal matrix will be :

$$[\Phi] = [\Phi]^{(1)}[\Phi]^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1.152 & 0.679 \\ -0.383 & 1.303 & 1.303 \\ 0.062 & -0.811 & 1.717 \end{bmatrix} \tag{40}$$

6. Conclusions

The proposed method allows to calculate all eigenmodes of the structures. In the first variant the iteration converges first to the highest eigenmode and in the last one to the lowest eigenmode. In each stage only symmetric matrices are involved and vector normalizing is not required.

Received, March 17, 1980

Institute of Civil Engineering, Bucharest,
Department of Theoretical
and Applied Mechanics

REFERENCES

1. Clough R. W., Penzien J., *Dynamics of Structures.* Mc. Graw—Hill, 1975.
2. Hurty W. C., Rubinstein M. F., *Dynamics of Structures.* Prentice—Hall Inc., 1964.
3. Ifrim M., *Analiza dinamică a structurilor și ingineria seismică.* EDP, Buc., 1973.
4. Macavei Fl., *Contribuții privind caracteristicile dinamice proprii structurilor.* Presented at the Scientific Session, Civil Eng. Inst., Bucharest, Oct. 1979.
5. Bathe K. J., Wilson E. L., *Numerical Methods in Finite Element Analysis.* Prentice—Hall, Inc., 1976.

O METODĂ PENTRU DETERMINAREA MODURILOR PROPRII DE VIBRAȚIE PRIN DECUPLAREA SUCCESIVĂ A COORDONATELOR

(Rezumat)

Se prezintă o metodă pentru calculul modurilor proprii de vibrație a structurilor, bazată pe proprietatea de ortogonalitate a vectorilor proprii în raport cu matricile de rigiditate și de inerție. În prima variantă iterația converge întîi la modul cel mai înalt, iar în ultima la modul fundamental. Față de metoda matricial-iterativă sau metoda puterii, procedeul propus prezintă următoarele avantaje :

a) Operează asupra unor matrici simetrice.

b) Se reduc erorile de rotunjire prin înlocuirea rezolvării unui sistem de ecuații slab condiționat la trecerea de la un mod propriu la altul, prin rezolvarea unui sistem bine condiționat pentru fiecare mod.

c) Elimină necesitatea normalizării vectorilor în fiecare pas al iterației.

Procedeul este ilustrat printr-un exemplu numeric.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.K. 531.2 ; 624.01

BERECHNUNG DER TRAGWERKE AUS DURCH DAS BILINIÄRE MODELL APPROXIMIERTEN MATERIALIEN UNTER PROPORTIONALER BELASTUNG

VON

ŞT. JERCA und FELIX SCHÄRF

1. Einführung

Das physische und mechanische Verhalten der Materialien ist ein bedeutender Faktor, welcher die Tragwerksantwort unter statischer und dynamischer Belastung beeinflußt. Die elasto-plastischen Eigenschaften der Baumaterialien werden durch rheologische Modelle mit stetigen und unstetigen Zustandsgleichungen approximiert [2], [3].

Die vorliegende Arbeit bringt eine statische Berechnungsmethode der durch statisch anwachsenden proportionalen Kräften belasteten Tragwerke, wenn die Momentfläche realer Krümmung, theoretisch oder experimentell bestimmt, durch das unstetige biliniäre Modell oder das P r a n d t l-sche Modell approximiert ist.

2. Steifigkeitsmatrix des Stabes und des Tragwerkes

Für die Biegebeanspruchung wird das biliniäre Modell $M—\Phi$, welches für die Approximierung des elasto-plastischen Verhaltens des Materialien verwendet wird durch folgende Parameter definiert : k — Biegesteifigkeit des Querschnittes ; p — Steifigkeitsabbaukoeffizient ; M_e und M_r — elastisches bzw. Bruchbiegemoment ; Φ_e und Φ_r — entsprechende Querschnittsdrehungen (Abb. 1).

Die Gleichung dieses Modells ist :

$$M=k\Phi \quad \text{für} \quad 0\leqslant\Phi\leqslant\Phi_e, \tag{1}$$

$$M=k(\Phi—q\eta) \quad \text{für} \quad \Phi_e\leqslant\Phi\leqslant\Phi_r, \tag{2}$$

wobei $q=1—p$ und $\eta=\Phi—\Phi_e$ — plastische Drehung sind. Verwendet man die Symbole δ_{ij} und δ_{ji} [1] so kann man die vier möglichen Steifigkeitsmatrixen des an beiden Enden durch Momente belasteten Stabes (Abb. 2) unter kompakter Form, folgendermassen wiedergeben :

$$k_{ij}=(p+q\delta_{ij}\delta_{ji})\frac{EI}{l}\begin{bmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}+q\frac{3EI}{l}\begin{bmatrix}\delta_{ij}(1—\delta_{ji}) & 0\\ 0 & (1—\delta_{ij})\end{bmatrix}. \tag{3}$$

Falls der Stab $i—j$ auch relative Verschiebungen der Enden aufweisst so ist die Steifigkeitmatrix:

$$k_{ij}=(p+q\delta_{ij}\delta_{ji})k_{ij}^1+q\delta_{ij}(1+\delta_{ji})k_{ij}^2+q\delta_{ji}(1-\delta_{ji})k_{ij}^3+k_{ij}^4, \tag{4}$$

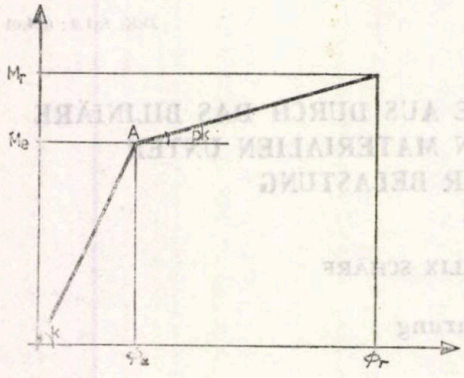


Abb. 1

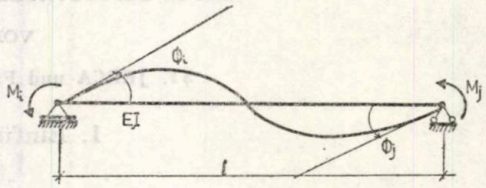


Abb. 2

wobei

$$(5)\quad \begin{cases} k_{ij}^1=\dfrac{EI}{l^3}\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6l & 0 & -12 & 6l \\ 0 & 6l & 4l^2 & 0 & -6l & 2l^2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6l & 0 & 12 & -6l \\ 0 & 6l & 2l^2 & 0 & -6l & 4l^2 \end{array}\right], \quad k_{ij}^2=\dfrac{3EI}{l^3}\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & l & l^2 & 0 & -l & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -l & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right], \\ k_{ij}^3=\dfrac{3EI}{l^3}\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -l \\ 0 & l & 0 & 0 & -l & l^2 \end{array}\right], \quad k_{ij}^4=\dfrac{EA}{l}\left[\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right], \end{cases}$$

Die Steifigkeitsmatrix des Stabes bezüglich des Koordinatensystems des Tragwerkes ist:

$$k_{ij,s}=k_{ij,s}^1+k_{ij,s}^2+k_{ij,s}^3+k_{ij,s}^4 \tag{6}$$

wobei

$$\begin{cases} k_{ij,s}^1=(p+q\delta_{ij}\delta_{ji})R_{ij}^T k_{ij}^1 R_{ij}, \; k_{ij,s}^2=q\delta_{ij}(1-\delta_{ji})R_{ij}^T k_{ij}^2 R_{ij}, \\ k_{ij,s}^3=q\delta_{ji}(1-\delta_{ij})R_{ij}^T k_{ij}^3 R_{ij}, \; k_{ij,s}^4=R_{ij}^T k_{ij}^4 R_{ij}. \end{cases} \tag{7}$$

Die Steifigkeitsmatrix des Tragwerkes ist :

$$k_s = k_s^1 + k_s^2 + k_s^3 + k_s^4, \tag{8}$$

wobei

$$\begin{cases} k_s^1 = \begin{bmatrix} k_{12,s}^1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{NB,s}^1 \end{bmatrix}, \quad k_s^2 = \begin{bmatrix} k_{12,s}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{NB,s}^2 \end{bmatrix}, \\ k_s^3 = \begin{bmatrix} k_{12,s}^3 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{NB,s}^3 \end{bmatrix}, \quad k_s^4 = \begin{bmatrix} k_{12,s}^4 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_{NB,s}^4 \end{bmatrix}. \end{cases} \tag{9}$$

Nach der Berechnung der Knotenpunktverschiebungen $\{D\}$ erhält man die Schnittgrößen an den Stabenden mit der Beziehung :

$$\{S_{ij}\} = k_{ij,s}\{D\}. \tag{10}$$

3. Berechnungsverfahren

Man geht vom Tragwerk (S), belastet durch proportionell anwachsende Kräfte mit einheitlichem Belastungsfaktor (λ) aus (Abb. 3). Im Vorbehalt daß die Beziehung $M—\Phi$ abschnittsweise linear ist, bestimmt man ein zyklisches Berechnungsverfahren für die Bestimmung der Werte des Belas-

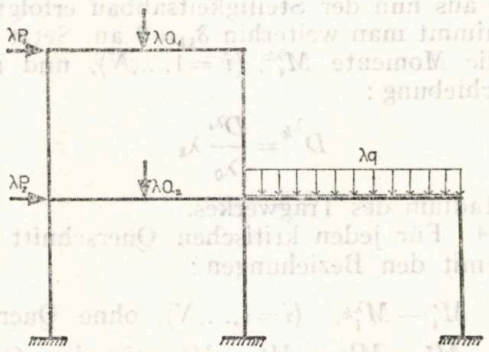


Abb. 3

tungsfaktors (λ), welcher in den kritischen Querschnitten die elastischen Grenzmomente und in dem beanspruchteten Querschnitt das Bruchmoment verursacht, d.h. das Tragwerk erreicht den Versagungszustand. Dieses Verfahren besteht aus folgenden Etappen :

E t a p p e 1. Man bestimmt die Steifigkeitsmatrix des gegebenen Tragwerkes, $K_{(s)}^{(1)}$, unter Bezugsnahme der dem eingespannten oder gelankigen Stabende dazugehörigen Koeffizienten $\delta_{ij}=1$ bzw. $\delta_{ij}=0$. Man berechnet das Tragwerk für einen willkürlichen Belastungswert (z.B. $\lambda_0=100$ oder $\lambda_0=1\,000$ usw.) indem man die Momente in den kritischen Querschnit-

ten $M_i^{\lambda_0}$, $(i=1,...,N;\ N$—Anzahl der kritischen Querschnitte), die Knotenpunktverschiebungen D^{λ_0}, die Determinanten der Matrix $K_s^{(1)}$ und die Periode des ersten Schwingungsgrades $T_s^{(1)}$ bestimmt. Die durch eine willkürliche Belastung hervorgerufenen Biegemomente erhält man mit der Gleichung :

$$M_i^{\lambda} = \frac{M_i^{\lambda_0}}{\lambda_0}\lambda, \quad (i=1,...,N).$$

E t a p p e 2. Für jeden kritischen Querschnitt berechnet man das elastische Grenzbiegemoment M_i^e und das Bruchbiegemoment M_i^r, $(i=1,...,N)$, für die Belastung durch λ_0, welche gleiches Vorzeichen mit $M_i^{\lambda_0}$ haben.

E t a p p e 3. Man setzt die elastischen Grenzbiegemomente mit den durch die willkürliche Belastung erhaltenen Momente gleich und erhält die Werte :

$$\lambda_i = \frac{M_i^e}{m_i}, \quad (i=1,...,N). \tag{12}$$

Der kleinste dieser Werte :

$$\lambda_k = \min(\lambda_i) = \min\left(\frac{M_i^e}{m_i}\right), \quad = 1,...,N), \tag{13}$$

stellt den Wert des Belastungsfaktors, welcher in dem kritischen meißt beanspruchsten Querschnitt das elastische Grenzbiegemoment M_k^e hervorruft dar. Im Diagramm M—Φ dieses Querschnittes erreicht man also den Punkt A von wo aus nun der Steifigkeitsabbau erfolgt (Abb. 1) und für dieses Stabende nimmt man weiterhin $\delta_{kl}=0$ an. Setzt man λ_k in (11) ein, bestimmt man die Momente $M_i^{\lambda k}$, $(i=1,...,N)$, und man berechnet die Knotenpunktverschiebung :

$$D^{\lambda_k} = \frac{D^{\lambda_0}}{\lambda_0}\lambda_k \tag{14}$$

für dieses Grenzstadium des Tragwerkes.

E t a p p e 4. Für jeden kritischen Querschnitt bestimmt man die Reservemomente mit den Beziehungen :

$$\begin{cases} M_i^{\text{rez. 1}} = M_i^e - M_i^{\lambda_k}, & (i=1,...,N), \text{ ohne Querschnitt } k, \\ M_i^{\text{rez. 1}} = M_k^r - M_k^{\lambda k} = M_k^r - M_k^e, & \text{für den Querschnitt } k. \end{cases} \tag{15}$$

Dieser vier Etappen-Zyklus wird in folgenden Zyklen wiederholt, wobei folgende Bemerkungen zu machen sind :

a) bei der Bestimmung der Tragwerksteifigkeitsmatrix $K_s^{(2)}$ nimmt man an daß aus vorhergehendem Zyklus für den Stab k—l, $\delta_{k-l}=0$ ist ;

b) die Bestimmung des Belastungsfaktors, welcher in dem nächsten kritischen Querschnitt, dem meißt beanspruchsten, das elastische Grenzbiegemoment oder Bruchmoment hervorruft, erfolgt mit der Beziehung :

$$\lambda_t = \min\left(\frac{M_i^{\text{rez. 1}}}{m_i}\right), \quad (i=1,...,N), \tag{16}$$

wobei m_i in der ersten Etappe des zweiten Zykluses bestimmt wurde;

c) nach der Bestimmung der Momente $M_i^{\lambda_t}$ und der Knotenpunktverschiebung D^{λ_t}, durch λ_t hervorgerufen, werden diese mit den vorhergehend bestimmten, durch λ_k hervorgerufenenen, addiert, und man erhält $M_i^{\lambda_k+\lambda_t}$, $(i=1,...,N)$, und $D^{\lambda_k+\lambda_t}$.

Die Reservemomente bestimmt man nun mit den Gleichungen:

$$(17)\quad \begin{cases} M_i^{rez.2}=M_i^e-M_i^{\lambda_k+\lambda_t}, \quad (i=1,...,N;\ i\neq k,t), \\ M_k^{rez.2}=M_k^r-M^{\lambda_k+\lambda_t}, \qquad M_t^{rez.2}=M_t^r-M_t^{\lambda_k+\lambda_t}=M_t^r-M_t^e. \end{cases}$$

Die Zyklen wiederholen sich bis man in dem kritischen, meißt beanspruchsten Querschnitt das Bruchmoment erhält, was das Versagen des Tragwerkes darstellt.

4. Betrachtungen bezüglich des Tragwerkverhaltens

Mit den Belastungsfaktoren λ_k, λ_t usw. und den dazugehörigen Knotenpunktverschiebungen D^{λ_k}, D^{λ_t} usw. zeichnet man das Diagramm λ—D welches Aufschlüsse über die Duktilität des Tragwerkes liefert, die für die Bewertung des seismisch Verhaltens des Tragwerkes benötigt wird (Abb. 4) $(\rho=D^{rup.}/D^{\lambda_k})$. Ebenfalls nimmt man den Wert des Determinanten der Steifigkeitsmatrix des Tragwerkes als Maß der Tragwerksteifigkeit an, so kann man das Diagramm $\mathrm{Det}[K_s^{(i)}]$—$T_s^{(i)}$ (Abb. 5) aufzeichnen, welches

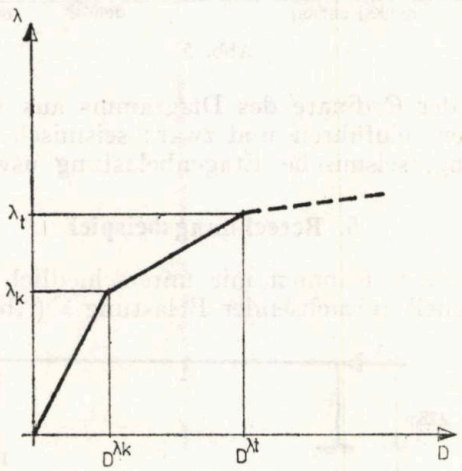


Abb. 4

Aufschlüsse über der Einfluß der Steifigkeitsveränderung des Tragwerkes auf die Eigenschwingperiode und somit implizit auf die seismische Antwort des Tragwerkes liefert. Dieses Diagramm könnte man auch für die Bewertung des Steifigkeitsabbaugrades des Tragwerkes anwenden, nachdem dieses kritischen Situationen ausgestzt worden ist (ungleiche Stetzungen, schwere Erdbeben usw.).

Man bestimmt experimentell die Eigenschwingperiode des Tragwerkes $T_s^{(e)}$, welche in der Ordinate (Abb. 5) aufgezeichnet wird und man erhält aus dem Diagramm den Determinanten der Steifigkeitsmatrix des Tragwerkes, Det $[K_s^{(e)}]$, welcher, verglichen mit den Ausgangswerten und denan beim Versagen Aufschlüsse über die Tragreserven des Tragwerkes bietet.

Als Maß der Tragwertssteifigkeit kann man auch andere Faktoren einführen, wie z.B. Matrixsprur $k_s^{(i)}$, die potentielle gespeicherte Energie im Tragwerk, das Verhältniß zwischen dem Belastungsfaktors λ und den entsprechenden Verschiebung, usw. Welches immer angewandt wird, bleibt der Eigenschwingungsperiodenverlauf gleich dem aus Abb. 5.

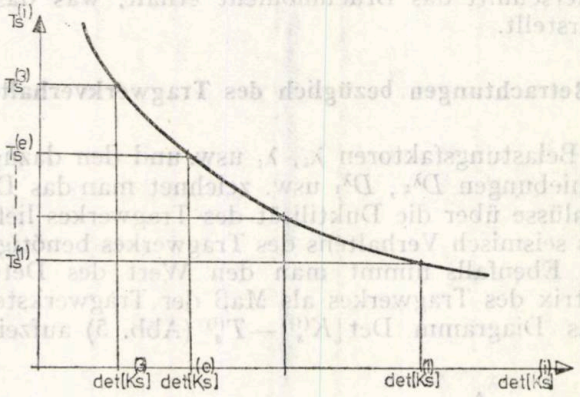


Abb. 5

Ebenfalls in der Ordinate des Diagramms aus Abb. 5 könnte man auch andere Größen einführen und zwar: seismischer Koeffizient, totale seismische Belastung, seismische Etagenbelastung usw.

5. Berechnungsbeispiel

Man nimmt einen Rahmen mit unterschiedlich langen Stielen und mit einer proportionell anwachsender Belastung λ (Abb. 6) an. Die beiden

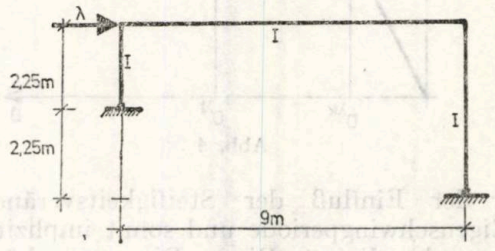


Abb. 6

Modelle $M—\Phi$ die für die Berechnung des Tragwerkes verwendet wurden und die dazugehörigen Diagramm $P—D$, erhalten durch das vorgeschla-

gene Berechnungsverfahren, sind in Abb. 7 und die Endmomente in Abb. 8 wiedergegeben.

In Abb. 9 zeigt man den Eigenschwingperiodenverlauf des Tragwerkes in Abhängigkeit von dem Steifigkeitsabbau, gemessen durch den Determinanten der Steifigkeitsmatrix.

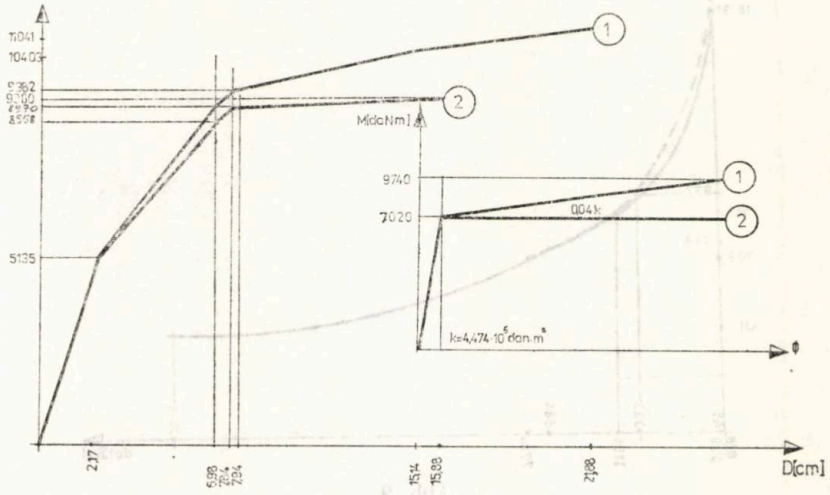


Abb. 7

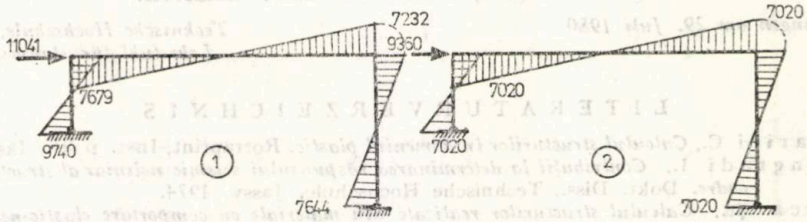


Abb. 8

6. Schlußfolgerungen

Man zeigt ein biografisches Berechnungsverfahren der Tragwerkes unter proportionell anwachsenden Kräften, falls das mechanischer Verhalten des Materials durch ein biliniäres Modell, und im Einzelfall durch das P r a n d t lsche Modell approximiert wird.

Die Elemente der Steifigkeitsmatrix des Tragwerkes sind mit Koeffizienten multipliziert, deren Wert aus dem Materialienverhalten abgeleitet wird.

Das Verfahren ermöglicht die Beurteilung der Tragreserve des Tragwerkes durch den Duktilitätsfaktor, Veränderung der Eigenschwingperiode in Abhängigkeit von dem Steifigkeitsabbau des Tragwerkes usw. Für beste-

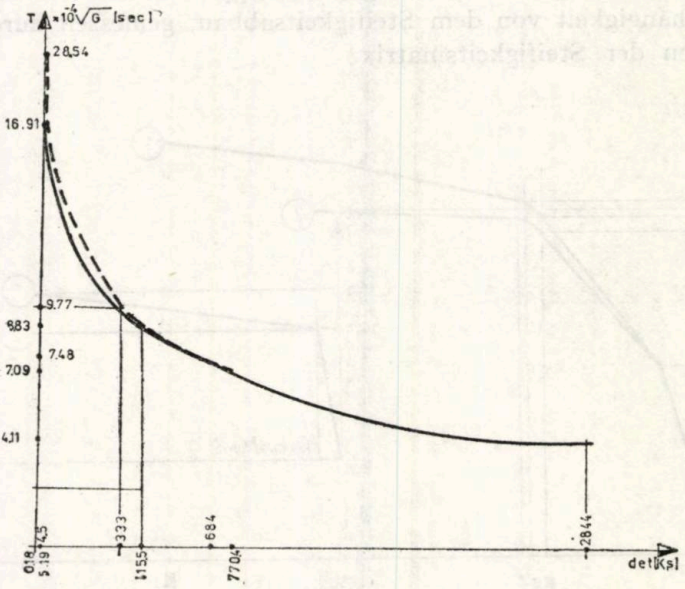


Abb. 9

hende Tragwerke kann man Ausschlüße bezüglich des Steifigkeitsabbaus dieser unter Auflagersetzungen, Erdbeben usw. erhalten.

Eingegangen am 29. Juli 1980

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Baumechanik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Amariei C., *Calculul structurilor în domeniul plastic.* Rotraprint, Inst. polit., Iaşi, 1974.
2. Ciongradi I., *Contribuţii la determinarea răspunsului seismic neliniar al structurilor în cadre.* Dokt. Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1974.
3. Jerca Şt., *Calculul structurilor realizate din materiale cu comportare elastic-neliniară sau visco-elastică.* Dokt. Diss., Inst. für Bauwesen, Bukarest, 1976.
4. Lazan B. J., *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics.* Pergamon Press, 1968.

CALCULUL STRUCTURILOR LA SARCINI PROPORŢIONALE, REALIZATE DIN MATERIALE APROXIMATE PRIN MODELUL BILINIAR

(Rezumat)

Se prezintă un procedeu de calcul biografic al structurilor încărcate cu sarcini proporţional crescătoare, cînd comportarea mecanică a materialului este aproximată prin modelul biliniar şi în particular prin modelul Prandtl. Procedeul permite stabilirea unor elemente de apreciere a rezervei de capacitate portantă a structurii prin factorul de ductibilitate, variaţia perioadei de vibraţie în funcţie de degradarea rigidităţii structurii etc. Pentru structuri în exploatare se pot obţine informaţii asupra degradării rigidităţilor acestora datorită unor eventuale cedări de reazeme, acţiuni seismice extraordinare etc.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 628.1

OPTIMIZAREA FILTRELOR DE CONTACT

DE

EMANOIL BÂRSAN și VIOREL ARNĂUTU

1. Introducere

entru limpezirea apei necesare unui centru populat sau unei industrii, având diferite conținuturi de suspensii coloidale, schema clasică de tratare cuprinde coagularea suspensiilor, decantarea și filtrarea lor.

Pentru apele cu concentrații reduse de suspensii coloidale, procesul de coagulare—floculare realizat în condițiile obișnuite din stațiile de tratare se desfășoară cu un randament scăzut [1].

Ca urmare, în practica mondială se propune eliminarea treptelor distincte de coagulare—floculare și decantare și trecerea directă a apei la filtrarea rapidă, după ce s-a introdus în prealabil un coagulant. În acest caz filtrul rapid joacă rolul și de cameră de amestec și reacție. Modul de funcționare al filtrului constă într-o avansare frontală a stratului în care are loc efectiv filtrarea (fig. 1).

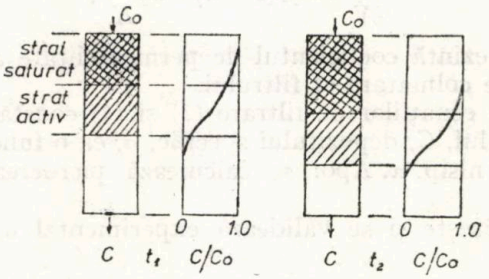


Fig. 1.—Modul de funcționare al unui filtru.

2. Considerații teoretice

Filtrarea apei face parte din familia de procese de acumulare artificiale sau naturale cum ar fi adsorbția sau schimbarea de ioni. Natura generală a acestor procese este cunoscută și se poate explica prin modelul de adsorbție—desorbție (reținere—detașare). Deși există o asemănare mare între diferitele procese de acumulare, există și anumite diferențe. În timp

ce în procesul de adsorbție porozitatea stratului rămîne constantă, la filtrarea rapidă materialul care se acumulează conduce la o creștere a pierderii de sarcină și în consecință la apariția de gradienți de presiune. Gradienții reprezintă forțe tăietoare hidrodinamice care acționează asupra particulelor atașate sau semiatașate (forțe de detașare) și contracarează mecanismul de reținere.

Pentru procesul de filtrare, considerat ca un proces macroscopic aparținînd familiei de procese de acumulare—detașare, ecuațiile fundamentale sînt :

a) Ecuația transferului de masă

$$(1) \qquad v\frac{\partial C}{\partial x}+\frac{\partial \sigma}{\partial t}=0 \quad \text{sau} \quad (2) \qquad \frac{\partial C}{\partial x}+\frac{\partial C}{\partial V}=0.$$

b) Ecuația cinetică a filtrării

$$(3) \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial t}=k_1 vC(F-\sigma)-k_2\sigma J,$$

unde : C reprezintă cantitatea de suspensii în unitatea de volum, [mg/dm^3] ; σ — cantitatea de suspensii reținute de stratul de nisip, [mg/dm^3] ; v — viteza de filtrare, [cm/s] ; $V=vt$ — volumul de lichid care străbate unitatea de suprafață a filtrului, [cm^3/cm^2] ; k_1 — coeficientul de acumulare ; k_2 — coeficientul de detașare ; F — capacitatea teoretică a filtrului (cantitatea de material reținută pe unitatea de volum care colmatează complet porii stratului de nisip) ; J — gradientul hidraulic.

În ecuația (3) primul termen din membrul drept corespunde acumulării iar termenul al doilea, detașării.

Împărțind ecuația (3) la v se obține :

$$(4) \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial V}=k_1 C(F-\sigma)-k_2\frac{\sigma}{K},$$

unde $K=v/J$ reprezintă coeficientul de permeabilitate a stratului filtrant, indicînd gradul de colmatare al filtrului.

Soluționarea ecuațiilor de filtrare (2) și (4) constă în stabilirea concentrației efluentului, C, depozitului specific, σ, ca o funcție de t și de adîncimea stratului de nisip, x. Apoi se calculează pierderea de sarcină ca o funcție de σ.

În [2] se găsește și se validează experimental următoarea expresie pentru K :

$$(5) \qquad K=K(\sigma)=K_0[1-(\sigma/F)^{1/2}]^3,$$

în care K_0 este coeficientul de permeabilitate a stratului la începutul procesului de filtrare.

Introducînd relația (5) în ecuația (4) se obține :

$$(6) \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial V}=k_1 C(F-\sigma)-\frac{k_2}{K_0}\sigma[1-(\sigma/F)^{1/2}]^{-3}.$$

Ecuațiile (2) și (6) conțin constantele k_1, k_2, F, K_0 care se pot determina experimental și variabilele C, σ, v (sau t) și x.

Metodologia de stabilire a constantelor este expusă în [2].

Ecuația (2) împreună cu (6) se pot rezolva prin metode analitice sau numerice.

Analitic, ecuația (2) implică existența unei funcții u în care:

$$du = C\,dv - \sigma\,dx \tag{7}$$

și

$$C = \frac{\partial u}{\partial V}, \tag{8}$$

$$\sigma = -\frac{\partial u}{\partial x}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial V}. \tag{10}$$

Substituind ecuațiile (6), (8)...(10) în ecuația (2) se obține:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial V} + k_1\left(F + \frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial v}{\partial V} + \frac{k_2}{K_0}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\left[1 - \left(\frac{-\partial u/\partial x}{F}\right)^{1/2}\right]^{-3} = 0, \tag{11}$$

care este o ecuație cu derivate parțiale, hiperbolică, cvasiliniară, de ordinul doi, de tipul:

$$B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial V} + D = 0, \tag{12}$$

în care

$$B = 1 \tag{13}$$

$$D = D\left[\frac{\partial u}{\partial V}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial v}{\partial V}\right] = \tag{14}$$

$$= k_1\left(F + \frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial V} + \frac{k_2}{K_0}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\left[1 - \left(\frac{-\partial u/\partial x}{F}\right)^{1/2}\right]^{-3}.$$

Ecuația (11) se poate integra numeric folosind metoda caracteristicilor.

Pornind de la o ecuație hiperbolică de tip general descrisă prin:

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + M\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D = 0, \tag{15}$$

direcțiile curbelor caracteristice într-un plan xV pot fi găsite folosind expresia:

$$A\dot{V}^2 - B\dot{x}\dot{V} + M\dot{x}^2 = 0, \tag{16}$$

în care punctul reprezintă derivatele parțiale în raport cu o variabilă generală τ.

Deoarece în cazul filtrării $A = M = 0$ (din comparația ecuațiilor (12) cu (15)) ecuația (16) devine:

$$\dot{x}\dot{V} = 0. \tag{17}$$

Rezultă:

$$\dot{V} = 0, \quad V = \text{const.}; \tag{18}$$

$$\dot{x} = 0, \quad x = \text{const.} \tag{19}$$

Ecuațiile (18) și (19) arată că, în acest caz, curbele caracteristice sînt drepte și formează o rețea bidimensională în planul xV.

Notînd

$$p = \frac{\partial u}{\partial x}, \tag{20}$$

$$q = \frac{\partial u}{\partial V} \tag{21}$$

şi substituind în ecuaţia (12) se obţine:

$$\frac{dq}{dx} = -D, \qquad (22)$$

$$\frac{dp}{dV} = -D. \qquad (23)$$

Combinînd ecuaţiile (8), (21), (23) şi (9), (20), (23) rezultă:

$$\frac{dC}{dx} = -D, \qquad (24)$$

$$\frac{d\sigma}{dV} = D, \qquad (25)$$

în care, în baza ecuaţiei (14), avem:

$$D = k_1 C(F-\sigma) - \frac{k_2}{K_0}\sigma[1-(\sigma/F)^{1/2}]^{-3}. \qquad (26)$$

Dispunerea caracteristicilor ecuaţiilor filtrării este arătată în fig. 2.

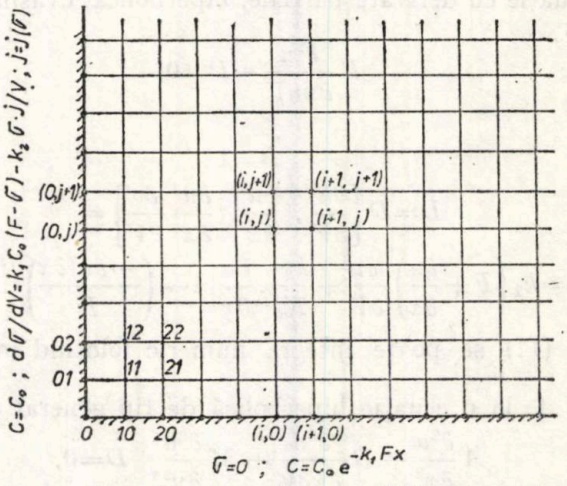


Fig. 2.—Diagrama schematică a condiţiilor de contur.

Condiţiile de contur (fig. 2) în cazul filtrării sînt următoarele:

1. Concentraţia suspensiilor la intrarea în filtru este egală cu concentraţia influentului, care se consideră constantă pentru o apă brută, dată de expresia

$$x=0, \quad V\geqslant 0, \quad C=C_0. \qquad (27)$$

2. La începutul ciclului de filtrare filtrul este curat, adică

$$x\geqslant 0, \quad V=0, \quad \sigma=0. \qquad (28)$$

Combinînd ecuaţiile (25)...(27) se obţine:

$$x=0, \quad \frac{d\sigma}{dV} = k_1 C_0(F-\sigma) - \frac{k_2}{K_0}\sigma[1-(\sigma/F)^{1/2}]^{-3}$$

sau sub o formă mai generală

$$\sigma' = f(\sigma, V). \qquad (29)$$

Ecuaţia (29) poate fi rezolvată cu aproximaţie suficientă folosind metoda **Runge — Kutta**.

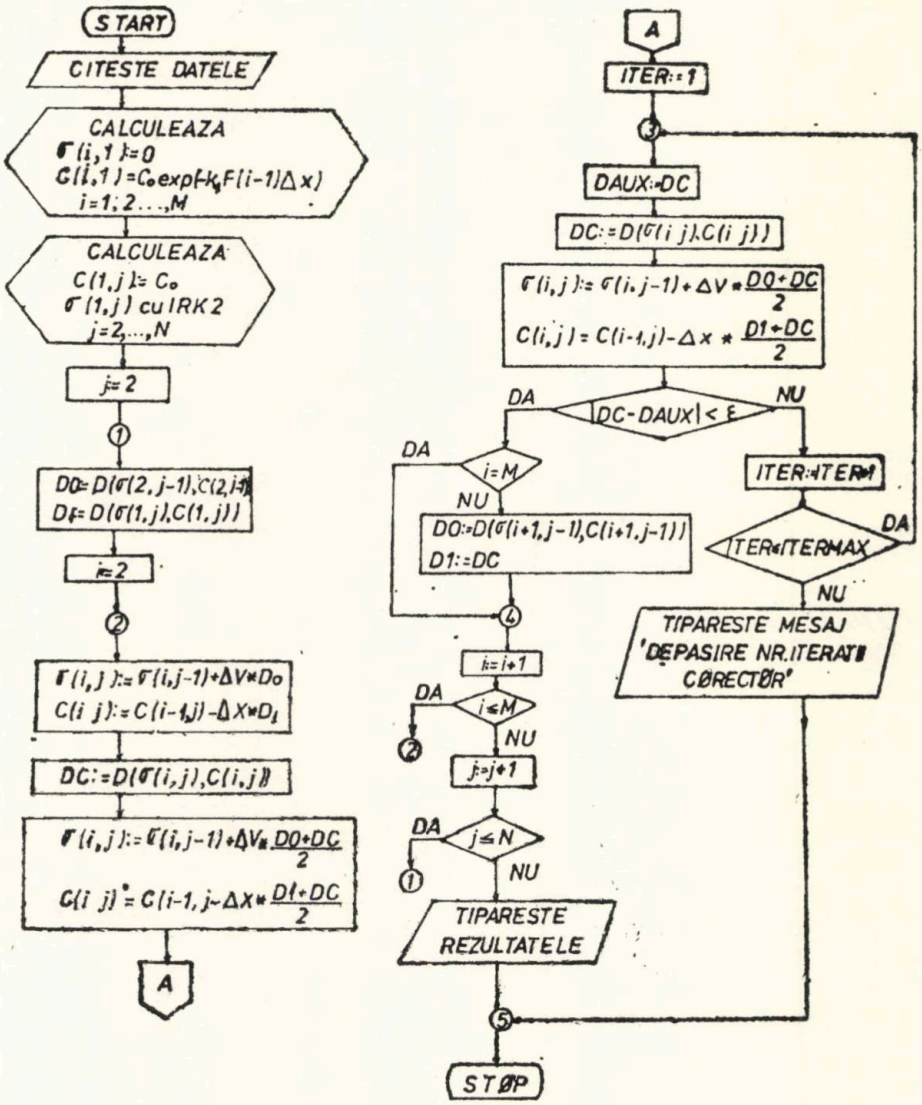
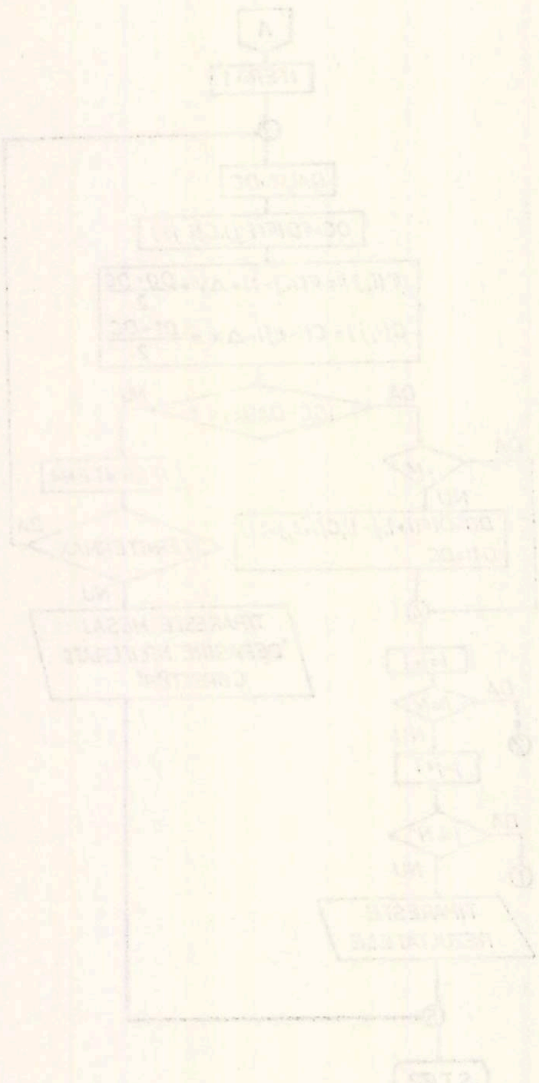


Fig. 3.—Schema logică pentru integrarea ecuaţiei filtrării.



Substituind ecuaţia (28) în (24) şi (25) se obţine:

$$V=0,\quad \frac{dC}{dx}=-k_1FC \tag{30}$$

şi deci

$$\frac{dC}{C}=-K_1F\,dx \tag{31}$$

care prin integrare conduce la modelul I w a s a k i — I v e s:

$$C=C_0\exp\left[-(k_1F)x\right]. \tag{32}$$

Ecuaţia (32) pune în evidenţă faptul că modelul I w a s a k i — I v e s reprezintă un caz particular al modelului de ataşare — detaşare. Modelul I w a s a k i — I v e s poate fi folosit pentru iniţializarea ciclului de filtrare sau pentru un proces de acumulare mai redus cum ar fi filtrarea particulelor nefloculate.

3. Rezolvarea numerică a ecuaţiei filtrării

Schema logică pentru rezolvarea ecuaţiei filtrării, prin metoda caracteristicilor, este arătată în fig. 3. $\sigma(x, 0)$, $C(x, 0)$, $\sigma(0, V)$, $C(0, V)$ s-au determinat din condiţiile de contur. $\sigma(0, V)$ s-a calculat integrînd ecuaţia dată de condiţiile de contur cu ajutorul unei metode de tip R u n g e — K u t t a (subrutina IRK2 din MATHLIB). Ciclul de rezolvare a ecuaţiilor cu diferenţe se realizează după V (pasul ΔV). Pe fiecare nivel după V se calculează toate valorile lui x (pasul Δx), folosind o metodă de tip predictor—corector. Ieşirea din bucla de corecţie se realizează normal (testul cu ε prestabilit) sau forţat (prin depăşirea unui număr dat de iteraţii). Calculul gradientului hidraulic total pentru un nivel a lui V s-a realizat cu o metodă de cuadratură. Timpul de execuţie a programului, scris în limbaj FORTRAN, pentru un set de date, a fost de 15...20 s.

4. Optimizarea filtrelor de contact

Pentru filtrele de contact s-a ales drept criteriu de optimizare atingerea în acelaşi timp a valorilor prestabilite ale concentraţiei efluentului şi pierderii de sarcină înregistrate la trecerea apei prin filtrul de contact. Determinarea acestui optim se realizează secvenţial.

5. Exemplu numeric

Se admite că trebuie optimizat un filtru de contact avînd următoarele caracteristici: $K_0=800$ cm/h, $F=30{,}25$ mg/cm^3, $k_1=0{,}002$ mg^{-1}cm^2, $k_2=0{,}001$ h^{-1}. În acest filtru se introduce apă conţinînd $C_0=70$ mg/dm^3. Procesul de filtrare se desfăşoară cu o viteză $v=5$ m/h. Se cere la sfîrşitul ciclului de filtrare să se obţină $C/C_0=0{,}05$ şi $H=150$ cm. În acest scop se calculează, pentru diferite înălţimi ale filtrului şi diverse valori ale timpului, valorile lui C/C_0 şi H (tabelul 1).

Condiţiile cerute efluentului şi pierderii de sarcină înregistrate ca urmare a filtrării de contact se realizează la un filtru avînd înălţimea stratului filtrant de $L=60$ cm şi un ciclu de filtrare de 6 h.

Tabelul 1

L cm	t h	0	6	12	18
100	H, [cm]	65,625	203,92	517,77	970,8
	C/C_0	0,002358	0,0035	0,0609	0,0121
90	H, [cm]	56,25	173,60	437,06	885,65
	C/C_0	0,0043	0,0065	0,0113	0,0220
80	H, [cm]	50,0	165,95	429,17	857,33
	C/C_0	0,0079	0,0121	0,0269	0,0402
70	H, [cm]	43,75	157,86	420,49	
	C/C_0	0,0144	0,0223	0,0378	
60	H, [cm]	37,0	149,062	397,76	800,58
	C/C_0	0,0265	0,0489	0,0836	0,1367
50	H, [cm]	31,250	139,178	385,39	811,52
	C/C_0	0,0485	0,0741	0,1240	0,2258
40	H, [cm]	25,0	127,53	369,29	791,584
	C/C_0	0,08	0,132	0,212	0,361

6. Concluzii

1. Folosind un model macroscopic de atașare—detașare pentru descrierea procesului de filtrare în filtrele de contact se poate analiza numeric comportarea acestui tip de filtru în timpul unui ciclu de filtrare.

2. Admițînd drept criteriu de optimizare atingerea în același timp a valorilor prestabilite pentru concentrația efluentului și a pierderii de sarcină la trecerea apei prin filtru se poate dimensiona optim un filtru de contact prin încercări secvențiale.

Primită la 13 noiembrie 1980

Institutul politehnic, Iași, Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Adin A., Rebhun M., *High-Rate Contact Flocculation-Fibration with Cationic Polyelectrolytes.* J. AWWA, 66, 2 (1974).
2. Adin A., Rebhun M., *A Model to Predict Concentration and Head Profiles in Filtration.* J. AWWA, 69, 8 (1977).
3. Adin A., *Sclution of Granular Bed Filtration Equations.* J. of the Environmental Eng. Div., 104, *EE3* (1978).
4. Rusu G., Rojanschi V., *Filtrarea în tehnica tratării apei și epurarea apelor* .Ed. Tehn., Buc., 1980.

OPTIMIZATION OF THE CONTACT FILTERS

(Summary)

Using an attachement — detachement macroscopic model for the description of the filtration process in contact filters, a numerical analysis of this type of filter during a run of filtration is given.

Taking into account as optimization criterion the reachment in the same time of the preestablished values for the efluent concentration and loss of head when water passes through the filter, it can be optimally designed a contact filter by sequential analysis.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 526 : 624.07

PHOTOGRAMMETRIC SURFACE CONFORMITY MEASUREMENT OF LARGE HYPERBOLIC TOWER*)

BY

IULIAN C. BARBĂLATĂ

1. Introduction

An accurate knowledge of the detailed deviation of the surface of a cooling tower from a perfect figure can be of great value into the civil engineering. The determination of surface conformity by conventional methods employing a theodolite or other angle measuring devices is inadequate or unsatisfactory in many of the more stringent applications.

The solution of this problem is provided by the analytical photogrammetry wherein the coordinates of the photographic images of special target points attached to the surface of the structure are measured. The relative spatial coordinates X, Y, Z of the target points are obtained by means of photogrammetric triangulation of the corresponding rays from two or more suitably distributed camera stations. The solution, in any way, depends upon an accurate knowledge of either the location of each exposure station or the orientation of each camera. Since in the present application the only control points available are relative control points on the tower, the primary photogrammetric triangulation is most readily performed in a coordinate system associated with any one of the cameras.

The tower is photographed from two or more suitably distributed stations by a camera of 400 mm focal lenght and images are recorded on photographic plates within a 130×180 mm format. The remarcable success and superior results obtained by the use of long focal lenght cameras constitute a significant achievement in photogrammetric technology, for never before have comparable accuracies been attained in similar applications.

The photogrammetric theory employed in our study for the least squares adjustment and error propagation of analytical photogrammetric triangulation is based on projective methods (Direct Linear Transformation (DLT)). The Projective Transformation Parameters (PTP) are computed by an iterative way using relative control points by considering as unknowns not only the PTP coefficients of the cameras, but also the X, Y, Z coordinates corresponding to some of the measured images.

2. The Mathematical Model of Analytical Stereotriangulation

2.1. The Condition and Constraint Equations

The fundamental projective relations between the cartesian space coordinates x_{ij}, y_{ij} of its photographic image, may be put into the form :

$$(2.1) \qquad x_{ij} = \frac{a_1^i X_j + a_2^i Y_j + a_3^i Z_j + a_4^i}{a_9^i X_j + a_{10}^i Y_j + a_{11}^i Z_j + 1}, \qquad y_{ij} = \frac{a_5^i X_j + a_6^i Y_j + a_7^i Z_j + a_8^i}{a_9^i X_j + a_{10}^i Y_j + a_{11}^i Z_j + 1}.$$

*) Presented at the XIVth Congress of the International Society for Photogrammetry, Hamburg, July, 1980.

The relations (2.1) are the basic equations for the DLT, where the eleven parameters are considered as being independent. In order to obtain an exact solution for the triangulation it is necessary to establish five constraints between them, which must be enforced for each station i:

$$F_1^i=\left(Q_1-Q_2+\frac{Q_5^2-Q_4^2}{Q_3}\right)_i=0, \quad F_2=\left(Q_6-\frac{Q_4Q_5}{Q_3}\right)_i=0,$$

(2.2)

$$F_3^i=\left(\frac{Q_4}{Q_3}-x_p\right)_i=0, \quad F_4^i=\left(\frac{Q_5}{Q_3}-y_p\right)_i=0, \quad F_5^i=\left(\frac{Q_1}{Q_3}-c^2\right)_i=0,$$

in which:

$$\begin{cases} Q_1^i=(a_1^2+a_2^2+a_3^2)_i, & Q_4^i=(a_1a_9+a_2a_{10}+a_3a_{11})_i, \\ Q_2^i=(a_5^2+a_6^2+a_7^2)_i, & Q_5^i=(a_5a_9+a_6a_{10}+a_7a_{11})_i, \\ Q_3^i=(a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2)_i, & Q_6^i=(a_1a_5+a_2a_6+a_3a_7)_i\ , \end{cases} \tag{2.3}$$

x_{p_i}, y_{p_i}, c_i are the precalibrated parameters of the interior orientation.

When two or more cameras photograph common points, it is possible to go further by considering as unknowns not only the PTP, but also the coordinates corresponding to some of the measured images. In what follows the unknown coordinates of the relative control points are not eliminated from the original condition equations, but instead are carried through the solution as unknowns along with the unknown coefficients of PTP. As a consequence, the final solution would involve only the inversion of a $11m\times 11m$ matrix, despite the fact that many more unknowns ($2mn$ condition equations $+5m$ constraint equations) have been involved in the original equations.

2.2. The Least Squares Adjustment

The photogrammetric model under consideration is assumed to involve m exposure stations, $(i=1, 2,...,m)$, and a total of n relative control points, $(j=1, 2,....n)$. It is assumed that approximations are known for each of the unknown coordinates of the control points. According to (2.1) the liniarized conditions equations arising from all n control points and all m stations may be formulated. The appropriate matrix equation for this ensemble is:

$$\underset{(2mn\times 1)}{v}+\underset{(2mn\times 11m)}{B}\ \underset{(11m\times 1)}{\Delta}+\underset{(2mn\times 3)}{\overline{B}}\ \underset{(3n\times 1)}{\overline{\Delta}}=\underset{(2mn\times 1)}{E}. \tag{2.4}$$

For stereotriangulation the all constraint equations (2.2) are interpreted as additional observations with a suitable high weight which enforces the zero variances. The liniarized constraint equations arising from all m stations are expressed by the system:

$$\underset{(5m\times 1)}{\mathring{v}}+\underset{(5m\times 11m)}{\mathring{B}}\ \underset{(11m\times 1)}{\Delta}=\underset{(5m\times 1)}{G}. \tag{2.5}$$

Taking in account that the condition and constraint equations have been defined by (2.4) and (2.5), the general system of error equations may be expressed in matrix form as:

$$(2.6)\qquad \underset{(2mn\times 1)}{\begin{bmatrix} v \\ \end{bmatrix}} + \underset{(2mn\times 11m)}{\begin{bmatrix} B \\ \end{bmatrix}} \underset{(2mn\times 3n)}{\begin{bmatrix} \overline{B} \\ \end{bmatrix}} \underset{(5m\times 11m)}{\begin{bmatrix} \mathring{B} \\ \end{bmatrix}} \underset{(5m\times 3n)}{\begin{bmatrix} 0 \\ \end{bmatrix}} \underset{(11m\times 1)}{\begin{bmatrix} \Delta \\ \end{bmatrix}} \underset{(3n\times 1)}{\begin{bmatrix} \overline{\Delta} \\ \end{bmatrix}} = \underset{(2mn\times 1)}{\begin{bmatrix} E \\ \end{bmatrix}} \underset{(5m\times 1)}{\begin{bmatrix} \mathring{v} \\ \end{bmatrix}} \underset{(5m\times 1)}{\begin{bmatrix} G \\ \end{bmatrix}}.$$

The weight matrix associated with the merged observation equations is :

$$(2.7)\qquad \underset{(2mn+5m)\times(2mn+5m)}{\widetilde{W}} = \begin{bmatrix} \underset{(2mn\times 2mn)}{W} & 0 \\ 0 & \underset{(5m\times 5m)}{\mathring{W}} \end{bmatrix},$$

where :

$$(2.8)\qquad \begin{cases} \underset{(2n\times 2mn)}{W} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(2m\times 2m)}{W_1}, \underset{(2m\times 2m)}{W_2}, \ldots, \underset{(2m\times 2m)}{W_n}\Big), & \underset{(2m\times 2m)}{W_j} = \underset{(2m\times 2m)}{Q_j^{-1}}, \quad \underset{(2m\times 2m)}{Q_j} = \frac{1}{\sigma_0^2}\underset{(2m\times 2m)}{\Sigma_j}, \\ \underset{(2m\times 2m)}{W_j} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(2\times 2)}{W_{1j}}, \underset{(2\times 2)}{W_{2j}}, \ldots, \underset{(2\times 2)}{W_{mj}}\Big), & \underset{(2\times 2)}{W_{ij}} = \underset{(2\times 2)}{Q_{ij}^{-1}}, \quad \underset{(2\times 2)}{Q_{ij}} = \frac{1}{\sigma_0^2}\underset{(2\times 2)}{\Sigma_{ij}}, \\ \underset{(5m\times 5m)}{\mathring{W}} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_1}, \underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_2}, \ldots, \underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_i}\Big), & \underset{(5\times 5)}{\mathring{W}_i} = \underset{(5\times 5)}{\mathring{Q}_i^{-1}}, \quad \underset{(5\times 5)}{\mathring{Q}_i} = \underset{(5\times 5)}{\mathring{\Sigma}_i}. \end{cases}$$

The covariance matrix $\tilde{\Sigma}$ is:

$$(2.9)\qquad \underset{(2mn+5m)\times(2mn+5m)}{\widetilde{\Sigma}} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(2mn\times 2mn)}{\Sigma}, \underset{(5m\times 5m)}{\mathring{\Sigma}}\Big),$$

with :

$$(2.10)\qquad \begin{cases} \underset{(2mn\times 2mn)}{\Sigma} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(2m\times 2m)}{\Sigma_1}, \underset{(2m\times 2m)}{\Sigma_2}, \ldots, \underset{(2m\times 2m)}{\Sigma_n}\Big), & \underset{(5m\times 5m)}{\mathring{\Sigma}} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(5\times 5)}{\mathring{\Sigma}_1}, \underset{(5\times 5)}{\mathring{\Sigma}_2}, \ldots, \underset{(5\times 5)}{\mathring{\Sigma}_m}\Big), \\ \underset{(2m\times 2m)}{\Sigma_j} = \mathrm{Diag.}\Big(\underset{(2\times 2)}{\Sigma_{1j}}, \underset{(2\times 2)}{\Sigma_{2j}}, \ldots, \underset{(2\times 2)}{\Sigma_{mj}}\Big), & \\ \underset{(2\times 2)}{\Sigma_{ij}} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}, \quad \underset{(5\times 5)}{\mathring{\Sigma}_i} = K\ \mathrm{Diag.}\,(1, 1, \ldots, 1), & K = 10^{-6}\ldots 10^{-8}. \end{cases}$$

The normal equations for a least squares solution are then given by the following expression :

$$(2.11)\qquad \underset{(11m\times 11m)}{\begin{bmatrix} N+\mathring{N} \\ \end{bmatrix}} \underset{(11m\times 3n)}{\begin{bmatrix} \hat{N} \\ \end{bmatrix}} \underset{(3n\times 11m)}{\begin{bmatrix} \hat{N}^T \\ \end{bmatrix}} \underset{(3n\times 3n)}{\begin{bmatrix} \overline{N} \\ \end{bmatrix}} \underset{(11m\times 1)}{\begin{bmatrix} \Delta \\ \end{bmatrix}} \underset{(3n\times 1)}{\begin{bmatrix} \overline{\Delta} \\ \end{bmatrix}} = \underset{(11m\times 1)}{\begin{bmatrix} C+\mathring{C} \\ \end{bmatrix}} \underset{(3n\times 1)}{\begin{bmatrix} \overline{C} \\ \end{bmatrix}}.$$

In actual computation the Δ matrix is first solved from a set of reduced normal equations and then the $\overline{\Delta}_j$ matrices inside the $\overline{\Delta}$ matrix are solved for one at a time. The solutions of the normal equations are thus provided by :

$$(2.12)\qquad \begin{cases} \underset{(11m\times 1)}{\Delta} = \Big[\underset{(11m\times 11m}{N+\mathring{N}} - \underset{(11m\times 11m)}{\hat{N}}\ \underset{}{\overline{N}^{-1}}\ \hat{N}^T\Big]^{-1}\Big[\underset{(11m\times 1)}{C+\mathring{C}} - \underset{(11m\times 1)}{\hat{N}}\ \overline{N}^{-1}\ \overline{C}\Big], \\ \underset{(3\times 1)}{\overline{\Delta}_j} = \underset{(3\times 1)}{\overline{N}^{-1}\overline{C}_j} - \underset{(3\times 11m)}{\overline{N}^{-1}\hat{N}_j^T}\ \underset{(11m\times 1)}{\overline{\Delta}}. \end{cases}$$

An iterative procedure is us ed ; the iteration is stopped when the corrections in the Δ and $\overline{\Delta}$ matrices become negligibly small.

A computer program, called PROIECT 5, was developped by the author and its formulation is based on the principle of the observation equations as described in the above paragraph.

3. Simultaneous Calibration and Block Triangulation

As a result of the determination afforded by convergent photographs, a complete calibration of the inner cone may be recovered without absolute control in the object space. Because the method requires no knowledge of object space coordinates or knowledge of other object space relationships, we refer to it as constituting a process of self-calibration.

The mathematical formulation specifically allowed, introduces supplementary constraints on ground points by treating *a priori* knowledge as direct observations of these parameters.

Since x_{p_i}, y_{p_i}, c_i are incorporated in PTP, the new model makes provision for coefficients K_1, K_2, K_3 for Gaussian symmetric radial distortion and for coefficients P_1, P_2, for decentering distortion, both assumed constant over all photographs. Inasmuch as the parameters K_1, K_2, K_3, P_1, P_2 of the inner cone are to be recovered simultaneously in a block triangulation, the projective equations (2.1) are augmented with these parameters, as follows:

$$(3.1)\quad \begin{cases} F_{x_{ij}} = x_{ij} + \bar{x}_{ij}(\bar{r}_{ij}^2 K_1 + \bar{r}_{ij}^4 K_2 + \bar{r}_{ij}^6 K_3) + P_1(\bar{r}_{ij}^2 + 2\bar{x}_{ij}^2) + 2P_2 \bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij} - \left(\frac{m}{q}\right)_{ij} = 0, \\ F_{y_{ij}} = y_{ij} + \bar{y}_{ij}(\bar{r}_{ij}^2 K_1 + \bar{r}_{ij}^4 K_2 + \bar{r}_{ij}^6 K_3) + 2P_1 \bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij} + P_2(\bar{r}_{ij}^2 + 2\bar{y}_{ij}^2) - \left(\frac{n}{q}\right)_{ij} = 0, \end{cases}$$

in which:

$$(3.2)\quad \begin{cases} \bar{x}_{ij} = x_{ij} - x_{p_i} \\ \bar{y}_{ij} = y_{ij} - y_{p_i}, \\ \bar{r}_{ij}^2 = \bar{x}_{ij}^2 + \bar{y}_{ij}^2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} m \\ n \\ q \end{bmatrix}_{ij} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}_j .$$

To obtain an exact solution for the calibration it is necessary to establish for each station only two constraints between PTP ($F_1^i = 0$ and $F_2^i = 0$). In this case the relative control points must be suitably distributed along the area of the image plates. If all liniarizated equations arising from all n points and all m stations are gathered, the set of equations may be written in matrix form as:

$$(3.3)\quad \underset{(2mn\times 1)}{\begin{bmatrix} v \\ \circ \\ v \end{bmatrix}} + \underset{(2mn\times(5+11m))\ (2mn\times 3n)}{\begin{bmatrix} B & \bar{B} \\ \mathring{B} & 0 \end{bmatrix}} \underset{(3n\times 1)}{\begin{bmatrix} \Delta \\ \bar{\Delta} \end{bmatrix}} = \underset{(2mn\times 1)}{\begin{bmatrix} E \\ G \end{bmatrix}},$$

where:

$$(3.4)\quad \begin{cases} \underset{(2mn\times 1)}{v} = \underset{(2m\times 1)\ (2m\times 1)\ (2m\times 1)}{\begin{bmatrix} v_1 & v_2 \dots & v_n \end{bmatrix}^T}, \quad \underset{2mn\times(5+11m)}{B} = \underset{2m\times(5+11m)\ 2m\times(5+11m)\ 2m\times(5+11m)}{\begin{bmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_n \end{bmatrix}^T}, \\ \underset{(2mn\times 3n)}{\bar{B}} = \mathrm{Diag.}\underset{(2m\times 3)\ (2m\times 3)\ (2m\times 3)}{\left(\bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_n\right)}, \quad \underset{2m\times(5+11m)}{\mathring{B}} = \mathrm{Diag.}\underset{(2\times 5)\ (2\times 11)\ (2\times 11)\ (2\times 11)}{\left(0, \mathring{B}_1, \mathring{B}_2, \dots \mathring{B}_m\right)}, \\ \underset{(5+11m)\times 1}{\Delta} = \underset{(5\times 1)\ (11\times 1)\ (11\times 1)\ (11\times 1)}{\begin{bmatrix} \Delta_{\mathrm{Distors.}} & \Delta_1 & \Delta_2 \dots & \Delta_m \end{bmatrix}^T}, \quad \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}} = \underset{(3\times 1)\ (3\times 1)\ (3\times 1)}{\begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 & \bar{\Delta}_2 & \dots \bar{\Delta}_n \end{bmatrix}^T}, \\ \underset{(2m\times 1)}{\overset{\circ}{v}} = \underset{(2\times 1)(2\times 1)\ (2\times 1)}{\begin{bmatrix} \overset{\circ}{v}_1 & \overset{\circ}{v}_2 \dots \overset{\circ}{v}_m \end{bmatrix}^T}, \quad \underset{(2mn\times 1)}{E} = \underset{(2m\times 1)\ (2m\times 1)\ (2m\times 1)}{\begin{bmatrix} E_1 & E_2 & \dots E_n \end{bmatrix}^T}, \quad \underset{(2m\times 1)}{G} = \underset{(2\times 1)\ (2\times 1)\ (2\times 1)}{\begin{bmatrix} G_1 & G_2 \dots G_m \end{bmatrix}^T}, \end{cases}$$

in which the primary matrices B'_{ij}, B''_{ij}, $\bar{B}_{ij}$, $\mathring{B}_i$ are defined by the Jacobians :

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\underset{(2\times 5)}{B'_{ij}}=\frac{\partial(F^0_x,\ F^0_y)_{ij}}{\partial(u'_i)^{00}_{k'=1,2,\ldots,5}},\quad \underset{(2\times 11)}{B''_{ij}}=\frac{\partial(F^0_x,\ F^0_y)_{ij}}{\partial(u''_i)^{00}_{k''=1,2,\ldots,11}},\quad \underset{(2\times 1)}{E_{ij}}=\begin{bmatrix}-F^0_x\\ -F^0_y\end{bmatrix}_{ij},\\
&\underset{(2\times 3)}{\bar{B}_{ij}}=\frac{\partial(F^0_x,\ F^0_y)_{ij}}{\partial(\bar{u}_j)^{00}_{\bar{k}=1,2,3}},\quad \underset{(2\times 11)}{\mathring{B}_i}=\frac{\partial(F^0_1,\ F^0_2)_i}{\partial(u''_i)^{00}_{k''=1,2,\ldots,11}},\quad \underset{(3\times 1)}{\bar{\Delta}_j}=[\delta X\ \ \delta Y\ \ \delta Z]^T_j,\\
&\begin{bmatrix}F^0_x\\ F^0_y\end{bmatrix}_{ij}=\begin{bmatrix}x^0+\Delta x^{00}-\dfrac{m^{00}}{n^{00}}\\ y^0+\Delta y^{00}-\dfrac{q^{00}}{n^{00}}\end{bmatrix}_{ij},\quad \underset{(2\times 1)}{G_i}=\begin{bmatrix}-F^0_1\\ -F^0_2\end{bmatrix}_i,\quad \begin{aligned}u'_1&=K_1,\quad u'_4=P_1,\\ u'_2&=K_2,\quad u'_5=P_2,\\ u'_3&=K_3,\end{aligned}\\
&\underset{(5\times 1)}{\Delta_{\text{Distors.}}}=[\delta K_1\ \ \delta K_2\ \ \delta K_3\ \ \delta P_1\ \ \delta P_2]^T,\quad \underset{(11\times 1)}{\Delta_i}=[\delta a_1\ \ \delta a_2\ \ldots\ \delta a_{11}]^T_i\\
&u''_i=(a_1,\ a_2,\ldots,a_{11})_i\,,
\end{aligned}
\right. \tag{3.5}
$$

where :

$$
\begin{aligned}
&\Delta x^{00}_{ij}=\bar{x}_{ij}(\bar{r}^2_{ij}K^{00}_1+\bar{r}^4_{ij}K^{00}_2+\bar{r}^6_{ij}K^{00}_3)+(\bar{r}^2_{ij}+2\bar{x}^2_{ij})P^{00}_1+2\bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij}P^{00}_2\,,\\
&\Delta y^{00}_{ij}=\bar{y}_{ij}(\bar{r}^2_{ij}K^{00}_1+\bar{r}^4_{ij}K^{00}_2+\bar{r}^6_{ij}K^{00}_3)+2\bar{x}_{ij}\bar{y}_{ij}P^{00}_1+(\bar{r}^2_{ij}+2\bar{y}^2_{ij})P^{00}_2\,,\\
&\bar{x}_{ij}=x^0_{ij}-x^{00}_{p_i},\quad \bar{y}_{ij}=y^0_{ij}-y^{00}_{p_i},\quad \bar{r}^2=\bar{x}^2_{ij}+\bar{y}^2_{ij}\,.
\end{aligned}
$$

The quantities $x^0_{ij}+\Delta x^{00}_{ij}$, $y^0_{ij}+\Delta y^{00}_{ij}$ represent values of measured plate coordinates referred to the approximate principal point and corrected approximately for radial and decentering distortion.

The primary matrices defined above may be used to define the set of condition equations arising from the j th control point and all m stations, respectively :

$$
\underset{(2m\times 1)}{v_j}+\underset{2m\times(5+11m)}{B_j}\ \underset{(5+11m)\times 1}{\Delta}+\underset{(2m\times 3)}{\bar{B}_j}\ \underset{(3\times 1)}{\bar{\Delta}_j}=\underset{(2m\times 1)}{E_j}\,, \tag{3.6}
$$

where :

$$
\underset{(2m\times 1)}{v_j}=\begin{bmatrix}v_{1j}\\ v_{2j}\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ v_{mj}\end{bmatrix}_{(2\times 1)},\quad \underset{2m\times(5+11m)}{B_j}=\begin{bmatrix}B'_{1j} & B''_{1j} & 0 & \ldots & 0\\ B'_{2j} & 0 & B''_{2j} & \ldots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ B'_{mj} & 0 & 0 & & B''_{mj}\end{bmatrix}_{(2\times 5)\ (2\times 11)},\quad \underset{(2m\times 3)}{\bar{B}_j}=\begin{bmatrix}\bar{B}_{1j}\\ \bar{B}_{2j}\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ \bar{B}_{mj}\end{bmatrix}_{(2\times 3)},\quad \underset{(2m\times 1)}{E_j}=\begin{bmatrix}E_{1j}\\ E_{2j}\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ E_{mj}\end{bmatrix}_{(2\times 1)}. \tag{3.7}
$$

Following the procedure introduced by B r o w n [13] we admit supplementary observation equations arising from *a priori* knowledge regarding the X_j, Y_j, Z_j parameters carried in equation (3.1). The supplementary equations are grouped according to the set of parameters involved :

$$
\underset{(3n\times 1)}{\bar{v}}-\underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}}=\underset{(3n\times 1)}{\bar{E}}\,, \tag{3.8}
$$

where :

$$(3.9)\qquad \begin{cases} \bar{v}_j=[\bar{v}_X \quad \bar{v}_Y \quad \bar{v}_Z]_j^T, \qquad \bar{E}_j=[-e_X^0 \quad -e_Y^0 \quad -e_Z^0]_j^T, \\ e_{X_j}^0=X_j^0-X_j^{00}, \quad e_{Y_j}^0=Y_j^0-Y_j^{00}, \quad e_{Z_j}^0=Z_j^0-Z_j^{00}\ ; \end{cases}$$

X_j^0, Y_j^0, Z_j^0 are the observed values of the object space coordinates of the jth ground point ; $X_j^{00}, Y_j^{00}, Z_j^{00}$ are the current values of the X_j, Y_j, Z_j parameters.

The entire set of observation equations (3.3) can be merged into the composite equation :

$$(3.10)\qquad \underset{(k\times 1)}{\tilde{V}}+\underset{(k\times l)}{\tilde{B}}\ \underset{(l\times 1)}{\tilde{\Delta}}=\underset{(k\times 1)}{\tilde{E}}\ ,$$

in which :

$$(3.11)\qquad \underset{(k\times 1)}{\tilde{v}}=\begin{bmatrix} v \\ \mathring{v} \\ \bar{v} \end{bmatrix},\quad \underset{(k\times l)}{\tilde{B}}=\begin{bmatrix} B & \bar{B} \\ \mathring{B} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\quad \underset{(l\times 1)}{\tilde{\Delta}}=\begin{bmatrix} \Delta \\ \\ \bar{\Delta} \end{bmatrix},\quad \underset{(k\times 1)}{\tilde{E}}=\begin{bmatrix} E \\ G \\ \bar{E} \end{bmatrix},$$

$k=2mn+2m+3n,\ l=5+11m+3n.$

The covariance matrix $\tilde{\Sigma}$ associated with the merged observation equations is :

$$(3.12)\qquad \tilde{\Sigma}=\begin{bmatrix} \Sigma & & 0 \\ & \mathring{\Sigma} & \\ 0 & & \bar{\Sigma} \end{bmatrix},$$

where $\bar{\Sigma}$ is the covariance matrix for the coordinates of the ground points, 3×3 block diagonal, where independence of ground points is assumed.

The normal equations for a least squares solution are then given by the following matrices :

$$(3.13)\qquad \begin{bmatrix} \underset{(5+11m)\times(5+11m)}{N+\mathring{N}} & \underset{(5+11m)\times 3n}{\hat{N}} \\ \underset{3n\times(5+11m)}{\hat{N}^T} & \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}+\bar{W}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{(5+11m)\times 1)}{\Delta} \\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{\Delta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{(5+11m)\times 1}{C+\mathring{C}} \\ \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}-\bar{W}\bar{E}} \end{bmatrix},$$

in which the weight matrices are :

$$(3.14)\qquad \begin{cases} \underset{(2mn\times 2mn)}{W}=\underset{(2mn\times 2mn)}{Q^{-1}}\ ,\ \underset{(2m\times 2m)}{\mathring{W}}=\underset{(2m\times 2m)}{\mathring{Q}^{-1}}\ ,\ \underset{(3n\times 3n)}{\bar{W}}=\mathrm{Diag.}\left(\underset{(3\times 3)}{\bar{W}_1},\ \underset{(3\times 3)}{\bar{W}_2},\ldots,\underset{(3\times 3)}{\bar{W}_n}\right) \\ \underset{(2mn\times 2m)}{Q}=\frac{1}{\sigma_0^2}\underset{(2mn\times 2mn)(2m\times 2m)}{\sum}\ ,\ \underset{(2m\times 2m)}{\mathring{Q}}=\underset{(2m\times 2m)}{\mathring{\sum}}\ ,\ \underset{(3\times 3)}{\bar{W}_j}=\underset{(3\times 3)}{\bar{Q}_j^{-1}},\ \underset{(3\times 3)}{\bar{Q}_j}=\frac{1}{\sigma_0^2}\underset{(3\times 3)}{\bar{\sum}_j} \end{cases}, \qquad \underset{(3\times 3)}{\bar{\sum}_j}=\begin{vmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_Z^2 \end{vmatrix}.$$

The computational flow itself is actualy quite short and consists of the following major steps :

1. The basic matrices $B_j, \bar{B}_j, E_j$ are evaluated from the observed plate coordinates x_{ij}^0, y_{ij}^0, the approximations $(u')_{k'}^{00}$, $(k'=1, 2,\ldots,5)$, $(u_i'')_{k''}^{00}$, $(k''=1, 2,\ldots,11)$, of the projective parameters $K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, (a_1, a_2,\ldots, a_{11})_i$ and from the approximations $(\bar{u}_j)_{\bar{k}}^{00}$, $(\bar{k}=1, 2, 3,$ (s. Eqs. (3.5) and (3.7)).

2. In terms of the computed matrices $B_j, \bar{B}_j, E_j$, together with the given weight matrices W_j (Eqs. (2.7) and (2.10)), are generated $N_j, \hat{N}_j, \bar{N}_j, C_j, \bar{C}_j, \bar{N}, \bar{C}$, by the matrices :

$$(3.15)\quad \begin{cases} \underset{(5+11m)\times(5+11m)}{N_j} = \underset{(5+11m)\times 2m}{B_j^T}\ \underset{2m\times 2m}{W_j}\ \underset{(2m\times(5+11m)}{B_j}, \quad \underset{(5+11m)\times 3}{\hat{N}_j} = \underset{(5+11m)\times 2m}{B_j^T}\ \underset{(2m\times 2m)}{W_j}\ \underset{(2m\times 3)}{\hat{B}_j}, \\ \underset{3\times(5+11m)}{\hat{N}_j^T} = \underset{(3\times 2m)}{\bar{B}_j^T}\ \underset{(2m\times 2m)}{W_j}\ \underset{2m\times(5+11m)}{B_j}, \quad \underset{(3\times 3)}{\bar{N}_j} = \underset{(3\times 2m)}{\bar{B}_j^T}\ \underset{(2m\times 2m)}{W_j}\ \underset{(2m\times 3)}{\bar{B}_j} = \sum_{i=1}^{m} \underset{(3\times 3)}{N_{ij}}, \\ \underset{(5+11m)\times 1}{C_j} = \underset{(5+11m)\times 2m}{B_j^T}\ \underset{(2m\times 2m)}{W_j}\ \underset{(2m\times 1)}{E_j}, \quad \underset{(3\times 1)}{\bar{C}_j} = \underset{(3\times 2m)}{\bar{B}_j^T}\ \underset{(2m\times 2m)}{W_j}\ \underset{(2m\times 1)}{E_j} = \sum_{i=1}^{m} \underset{(3\times 1)}{\bar{C}_{ij}}, \\ \underset{(3n\times 3n)}{\bar{N}} = \mathrm{Diag.}\left(\underset{(3\times 3)}{\bar{N}_1}, \underset{(3\times 3)}{\bar{N}_2}, \ldots, \underset{(3\times 3)}{\bar{N}_n}\right), \quad \underset{(3n\times 1)}{\bar{C}} = \left[\underset{(3\times 1)}{\bar{C}_1}\ \underset{(3\times 1)}{\bar{C}_2}\ \ldots\ \underset{(3\times 1)}{\bar{C}_n}\right]^T. \end{cases}$$

3. As each pair N_j, $\hat{N}_j$ is formed, it is added to the sum of its predecessor, thereby ultimately generating the matrices N, $\hat{N}$, C in (3.13).

4. The basic matrices $\mathring{B}_i$, G_i are evaluated from the approximations $(u_i'')_{k''}^{00}$, $(k''=1, 2, \ldots, 11)$, of the projective parameters $(a_1, a_2, \ldots, a_{11})_i$, (s. Eqs. (3.5)).

5. In terms of the computed matrices $\mathring{B}_i$, G_i, together with the given weight matrices $\mathring{W}_i$, (Eqs. (2.7) and (2.8)), are generated the matrices $\mathring{N}_i$, $\mathring{C}_i$, $\mathring{N}$, $\mathring{C}$, respectively:

$$(3.16)\quad \begin{cases} \underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_i} = \underset{(11\times 2)}{\mathring{B}_i^T}\ \underset{(2\times 2)}{\mathring{W}_i}\ \underset{(2\times 11)}{\mathring{B}_i}, \quad \underset{(11m\times 11m)}{\mathring{N}} = \mathrm{Diag.}\left(\underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_1}, \underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_2}, \ldots, \underset{(11\times 11)}{\mathring{N}_m}\right). \\ \underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_i} = \underset{(11\times 2)}{\mathring{B}_i^T}\ \underset{(2\times 2)}{\mathring{W}_i}\ \underset{(2\times 1)}{G_i}, \quad \underset{(11m\times 1)}{\mathring{C}} = \left[\underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_1}\ \underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_2}\ \ldots\ \underset{(11\times 1)}{\mathring{C}_m}\right]^T. \end{cases}$$

6. From *a priori* given values $(\bar{u}_j)_{\bar{k}}^{00}$, $(\bar{k}=1, 2, 3)$, and the associated covariance matrix $\bar{\sum}_j$ (Eqs. (3.14)), the terms $\bar{W}_j$, $\bar{W}_j\bar{E}_j$ and the matrices $\bar{W}$, $\bar{W}\bar{E}$ can be evaluated in accordance with Eqs. (3.9) and (3.14).

7. From the results of steps 2, 3, 5 and 6, the normal equations (3.13) are formed.

The system of normal equations formed from consistently weighted, independent observations and operating on a common parametric vector $\Delta_{\text{Distors.}}$ are additive. This property of independent systems of normal equations cannot be applied directly to the normal equations written above, because each operates on a different vector Δ_i. This difficulty is easily overcome by a process of zero augmentation to force each system to operate on the total parametric vector Δ to be recovered.

The reduced system of normal equations, a $(5+11m)\times(5+11m)$ one, involving the interior projective parameters K_1, K_2, K_3, P_1, P_2 and PTP for all stations, is of the form:

$$(3.17)\quad \left[\underset{(5+11m)\times(5+11m)}{N+\mathring{N}} - \underset{(5+11m)\times(5+11m)}{\hat{N}(\bar{N}+\bar{W})^{-1}N^T}\right] \underset{(5+11m)\times 1}{\Delta} = \underset{(5+11m)\times 1}{C+C^0} - \underset{(5+11m)\times 3n}{\hat{N}(\bar{N}+\bar{W})^{-1}} \left(\underset{(3n\times 1)}{\bar{C}} - \bar{W}\bar{E}\right).$$

Once the vector Δ thus obtained, each vector of the X_j, Y_j, Z_j parameters can be computed in turn from:

$$(3.18)\quad \underset{(3\times 1)}{\bar{\Delta}_j} = \left(\underset{(3\times 3)}{\bar{N}_j} + \underset{(3\times 3)}{\bar{W}_j}\right)^{-1} \left(\underset{(3\times 3)}{C_j} - \underset{(3\times 3)}{\bar{W}_j\bar{E}_j}\right) - \left(\underset{(3\times 3)}{\bar{N}_j} + \underset{(3\times 3)}{\bar{W}_j}\right)^{-1} \underset{3\times(5+11m)}{\hat{N}_j^T}\ \underset{(5+11m)\times 1}{\Delta}.$$

After the solution has been checked to be a convergent one, the vectors of measuring residuals may be obtained from:

$$v=E, \quad \mathring{v}=G, \quad \bar{v}=\bar{E},$$

in which $E, G, \bar{E}$ denote the final discrepancy vectors of the iterative process.

The estimation of the reference variance would be :

$$\sigma_0^2=\frac{v^T w\, v+\mathring{v}^T \mathring{w}\, \mathring{v}+\bar{v}^T \bar{w}\, \bar{v}}{(2mn+2m+3n)-(5+11m+3n)}. \tag{3.19}$$

A computer program, called ETALON, was developped by the author and its formulation is based on the principle of observation equations as described in the above paragraph. Based on the PTP coefficients derived from the above paragraph, the elements of the interior orientation, x_p, y_p, c, are averaged from :

$$x_{p_i}=\frac{(a_1+a_2+a_3)_i+(u_4-u_5+u_6)_i}{(a_9+a_{10}+a_{11})_i}, \quad y_{p_i}=\frac{(a_5+a_6+a_7)_i+(-u_1+u_2-u_3)_i}{(a_9+a_{10}+a_{11})_i},$$

$$c_i=\sqrt{\left(\frac{u_1^2+u_2^2+u_3^2}{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}\right)_i}=\sqrt{\left(\frac{u_4^2+u_5^2+u_6^2}{a_9^2+a_{10}^2+a_{11}^2}\right)_i},$$

where :

$$u_1^i=(a_2D-a_1E)_i, \quad u_2^i=(a_3D-a_1F)_i, \quad u_3^i=(a_3E-a_2F)_i,$$

$$u_4^i=(a_6D-a_5E)_i, \quad u_5^i=(a_7D-a_5F)_i, \quad u_6^i=(a_7E-a_6F)_i,$$

$$u_i'=\sqrt{(u_1^2+u_2^2+u_3^2)_i}, \quad u_i=\sqrt{(u_4^2+u_5^2+u_6^2)_i},$$

$$D_i=\left(\frac{-a_9}{\sqrt{Q_3}}\right)_i, \quad E_i=\left(\frac{-a_{10}}{\sqrt{Q_3}}\right)_i, \quad F_i=\left(\frac{-a_{11}}{\sqrt{Q_3}}\right)_i.$$

The exterior orientation can also easily be determined from the equations :

$$\begin{bmatrix} X^c \\ Y^c \\ Z^c \end{bmatrix}_i=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_5 & a_6 & a_7 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} \end{bmatrix}_i^{-1}\begin{bmatrix} -a_4 \\ -a_8 \\ -1 \end{bmatrix}_i, \tag{3.22}$$

$$T_i=\underset{(3\times 3)}{\begin{bmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ D & E & F \end{bmatrix}}=\begin{bmatrix} u_6/u & -u_5/u & u_4/u \\ -u_3/u' & u_2/u' & -u_1/u' \\ a_9/\sqrt{Q_3} & -a_{10}/\sqrt{Q_3} & -a_{11}/\sqrt{Q_3} \end{bmatrix}_i.$$

4. Transformation to Tower Coordinate System

The X_j, Y_j, Z_j coordinates, resulting from simultaneous calibration and block triangulation, constitute coordinates of a model of the tower in an arbitrarily defined camera coordinate system. The model can be properly scaled if the true distance between two points of the model is known or alternatively, if the true distance between the two cameras is known. Since the civil engineering is interested primarily in the deviation of the set of triangulated points from a „best fitting" hyperboloid of revolution, the reduction must proceed beyond the photogrammetric triangulation.

We assume that the tower is indeed a true hyperboloid of revolution, defined in the tower coordinate system by the equation:

$$\frac{x^2}{r^2}+\frac{y^2}{r^2}-\frac{z^2}{c^2}-1=0, \tag{4.1}$$

which may also written as:

$$x^2+y^2+z^2=r^2+(1+r^2/c^2)z^2, \tag{4.2}$$

or in matrix notation:

$$s^T s=r^2+(1+r^2/c^2)z^2 \tag{4.3}$$

where:

$$s^T=[x\ y\ z].$$

The relation between the x, y, z and X, Y, Z systems may be written as:

$$\underset{(3\times1)}{s} = \underset{(3\times3)}{T}\ \underset{(3\times1)}{S}, \tag{4.4}$$

where:

$$\underset{(3\times1)}{S}=[X-X_0 \quad Y-Y_0 \quad Z-Z_0]^T, \qquad \underset{(3\times3)}{T}=\begin{bmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ D & E & F \end{bmatrix},$$

$$\underset{(3\times3)}{T} = \tag{4.5}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\varkappa & \cos\omega\sin\varkappa+\sin\alpha\sin\omega\cos\varkappa & \sin\omega\sin\varkappa-\sin\alpha\cos\omega\cos\varkappa \\ -\cos\alpha\sin\varkappa & \cos\omega\cos\varkappa-\sin\alpha\sin\omega\sin\varkappa & \sin\omega\cos\varkappa+\sin\alpha\cos\omega\sin\varkappa \\ \sin\alpha & -\cos\alpha\sin\omega & \cos\alpha\cos\omega \end{bmatrix}.$$

From (4.4) and (4.5) it result:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A & B & C \\ A' & B' & C' \\ D & E & F \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X-X_0 \\ Y-Y_0 \\ Z-Z_0 \end{bmatrix}; \tag{4.6}$$

X_0, Y_0, Z_0 represent the coordinates of the origin of the tower coordinate system (Fig. 1).

Substitution of (4.4) into (4.3) gives:

$$S^T T^T T S=r^2+(1+r^2/c^2)z^2. \tag{4.7}$$

Inasmuch as $T^T T=1$ and since from the third row of T:

$$z=D(X-X_0)+E(Y-Y_0)+F(Z-Z_0)$$

equation (4.3) can be reduced to:

$$e=(X-X_0)^2+(Y-Y_0)^2+(Z-Z_0)^2-r^2-(1+r^2/c^2)z^2=0. \tag{4.8}$$

This represents the equation of the hyperboloid in the camera coordinate system. The equation involves a total of seven unknowns: three translations (X, Y, Z), two rotations $(\alpha, \omega;\ \varkappa=0$, as the hyperboloid is a surface of revolution) and the parameters r and c. Seven distinct points on the

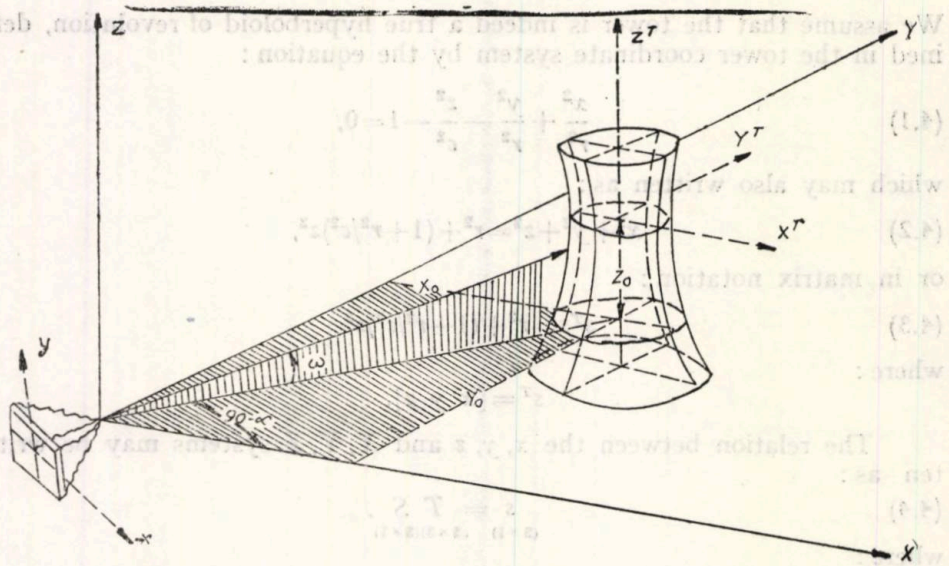


Fig. 1. — The camera and the hyperbolic tower coordinate systems.

hyperboloid are sufficient to generate seven equations of the form (4.8), which could be solved for the seven parameters of the transformation.

The best fitting hyperboloid may be defined as that for which the sum of the squares of the distances from the surface of the observed points is minimum, respectively:

$$\sum_{j=1}^{n} v_j^T Q_j^{-1} v_j = \min., \tag{4.9}$$

wherein

$$\underset{(3\times 1)}{v_j} = \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} X-\overline{X} \\ Y-\overline{Y} \\ Z-\overline{Z} \end{bmatrix}_j ; \tag{4.10}$$

$\overline{X}_j, \overline{Y}_j, \overline{Z}_j$ are the coordinates of the point situated on the surface of the hyperboloid corresponding to the observed point (X_j, Y_j, Z_j) and Q_j is the cofactor matrix computed in analytical stereotriangulation, respectively:

$$\underset{(3\times 3)}{Q_j} = \underset{(3\times 3)}{\overline{N}_j^{-1}} = \begin{bmatrix} \overline{M}_{X^2} & \overline{M}_{XY} & \overline{M}_{XZ} \\ \overline{M}_{YX} & \overline{M}_{Y^2} & \overline{M}_{YZ} \\ \overline{M}_{ZX} & \overline{M}_{ZY} & \overline{M}_{Z^2} \end{bmatrix}. \tag{4.11}$$

It is assumed that approximations are known for each of the unknown parameters of the hyperboloid. The parameters of the best fitting hyperq oloid may then be expressed in terms of the approximations $X_0^0, Y_0^0, Z_0^0, r^0, c^0, \alpha^0, \omega^0$ by:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0^0 \\ Y_0^0 \\ Z_0^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta X_0 \\ \delta Y_0 \\ \delta Z_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} r \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^0 \\ c^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta c \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^0 \\ \omega^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\alpha \\ \delta\omega \end{bmatrix}. \tag{4.12}$$

According to (4.8), the linearized condition equation arising from the jth points is:

$$A_{j\,(1\times3)(3\times1)}\,v_j + B_{j\,(1\times7)(7\times1)}\,\Delta = E_{j\,(1\times1)}, \tag{4.13}$$

where:

$$\begin{cases} A_{j\,(1\times3)} = \dfrac{\partial e_j^0}{\partial (X_j,\ Y_j,\ Z_j)^0}\ ;\quad B_{j\,(1\times7)} = \dfrac{\partial e_j^0}{\partial (X_0,\ Y_0,\ Z_0,\ r,\ c,\ \alpha,\ \omega)^0}\ ; \\ \Delta_{(7\times1)} = [\delta X_0\ \ \delta Y_0\ \ \delta Z_0\ \ \delta r\ \ \delta c\ \ \delta\alpha\ \ \delta\omega]^T, \quad E_j = -e_j^0, \\ e_j^0 = (X_j - X_0^0)^2 + (Y_j - Y_0^0)^2 + (Z_j - Z_0^0)^2 - r^{0^2} - (1+r^2/c^2)^0\, z_j^{0^2}, \\ V_{j\,(3\times1)} = [V_X\ V_Y\ V_Z]^T, \\ z_j^0 = \sin\alpha^0 (X_j - X_0^0) - \cos\alpha^0 \sin\omega^0 (Y_j - Y_0^0) + \cos\alpha^0 \cos\omega^0 (Z_j - Z_0^0). \end{cases} \tag{4.14}$$

The primary matrices, defined above, may be used to obtain the set of conditions equations arising from all n triangulated points. The matrix representation of this ensemble is:

$$A_{(n\times3n)}\ v_{(3n\times1)} + B_{(n\times7)}\ \Delta_{(7\times1)} = E_{(n\times1)}, \tag{4.15}$$

whit

$$A_{(n\times3n)} = \begin{bmatrix} A_{1\,(1\times3)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{2\,(1\times3)} & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & & A_{n\,(1\times3)} \end{bmatrix},\quad v_{(3n\times1)} = \begin{bmatrix} v_{1\,(3\times1)} \\ v_{2\,(3\times1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{n\,(3\times1)} \end{bmatrix},\quad B_{(n\times7)} = \begin{bmatrix} B_{1\,(1\times7)} \\ B_{2\,(1\times7)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_{n\,(1\times7)} \end{bmatrix},\quad E_{(n\times1)} = \begin{bmatrix} -e_1 \\ -e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -e_n \end{bmatrix}. \tag{4.16}$$

The residuals, v, may be expressed with help of the Lagrange multipliers λ, respectively:

$$\begin{bmatrix} v_{1\,(3\times1)} \\ v_{2\,(3\times1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{n\,(3\times1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 A_1^T{}_{(3\times3)(3\times3)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q_2 A_2^T{}_{(3\times3)(3\times1)} & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & & Q_n A_n^T{}_{(3\times3)(3\times1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n \end{bmatrix},\quad v_{j\,(3\times1)} = \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = Q_{j\,(3\times3)} A_j^T{}_{(3\times1)} \lambda_{j\,(1\times1)}. \tag{4.17}$$

The total system of normal equations may be expressed in matrix form as:

$$\begin{bmatrix} A_{(n\times3n)(3n\times3n)(3n\times n)} & Q & A^T & B_{(n\times7)} \\ & & B^T{}_{(7\times n)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{(n\times1)} \\ \Delta_{(7\times1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{(n\times1)} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.18}$$

The solution of the norma equations are thus provided by:

$$(4.19)\quad \begin{cases} \underset{(7\times1)}{\Delta} = \left[\underset{(7\times7)}{B^T}\,\underset{}{G^{-1}}\,\underset{}{B}\right]^{-1}\underset{(7\times1)}{B^T G^{-1}}\,\underset{}{E}, \quad \underset{(n\times1)}{\lambda} = \underset{(n\times n)}{G^{-1}}\,\underset{(n\times1)}{(E-B\Delta)}, \\ \underset{(n\times n)}{G} = \underset{(n\times3n)}{A}\,\underset{(3n\times3n)}{Q}\,\underset{(3n\times n)}{A^T}. \end{cases}$$

Since each point is determined independently, then matrices N and C can be formed by the cumulative addition of N_j and C_j, where :

$$(4.20)\quad \begin{cases} \underset{(7\times7)}{N} = \sum_{j=1}^{n} N_j\,, \quad \underset{(7\times7)}{N_j} = \underset{(7\times1)}{B_j^T}\,\underset{(1\times1)}{G_j^{-1}}\,\underset{(1\times7)}{B_j}\,, \quad \underset{(1\times1)}{G_j} = \underset{(1\times3)}{A_j}\,\underset{(3\times3)}{Q_j}\,\underset{(3\times1)}{A_j^T}, \\ \underset{(7\times1)}{C} = \sum_{j=1}^{n} C_j\,, \quad \underset{(7\times1)}{C_j} = \underset{(7\times1)}{B_j^T}\,\underset{(1\times1)}{G_j^{-1}}\,\underset{(1\times1)}{E_j}\,, \quad \underset{(1\times1)}{\lambda_j} = \underset{(1\times1)}{G_j^{-1}}\,\underset{(1\times7)}{(E_j - B_j\,\Delta)}. \end{cases}$$

In virtue of this fact the internal storage required by the computer is essentially independent of the number of carried points.

Having the value of the parameters Δ we can compute the vector λ from Eq. (4.19) and substitute it into Eq. (4.17), with the purpose to evaluate the vector of residuals, v. With this vector the quadratic form of the residuals may be computed and an unbiased estimation of the reference variance is obtained from :

$$(4.21)\quad \hat{\sigma}_0^2 = \frac{v^T W v}{f},$$

where f is the number of degrees of freedom. In order to compute the *a posteriori* estimation of the reference variance $\hat{\sigma}_0^2$ we must first compute the quadratic form $v^T W v$. To this purpose we recall Eq. (4.17),

$$(4.22)\quad v = QA^T\lambda$$

and from Eq. (4.19) it results

$$(4.23)\quad v = QA^T G^{-1}(E - B\Delta).$$

Thus

$$(4.24)\quad v^T W v = E^T G^{-1} E - \Delta^T C.$$

Since the last correction vector is essentially zero the last term of the right-hand side of Eq. (4.25) can be neglected and use the following relation for computing the quadratic form

$$(4.25)\quad v^T W v = E^T G^{-1} E.$$

The adjustment has been programmed on a FELIX C-256 computer. The output of the program COMFORM provides not only parameters of the transformation and their covariance matrix, but also the x, y, z components of the deviations of the triangulated points from the best fitting hyperboloid. The perpendicular distance from each point to the best fitting hyperboloid may be computed by :

$$(4.26)\quad d_j = \sqrt{v_x^2 + v_Y^2 + v_Z^2}.$$

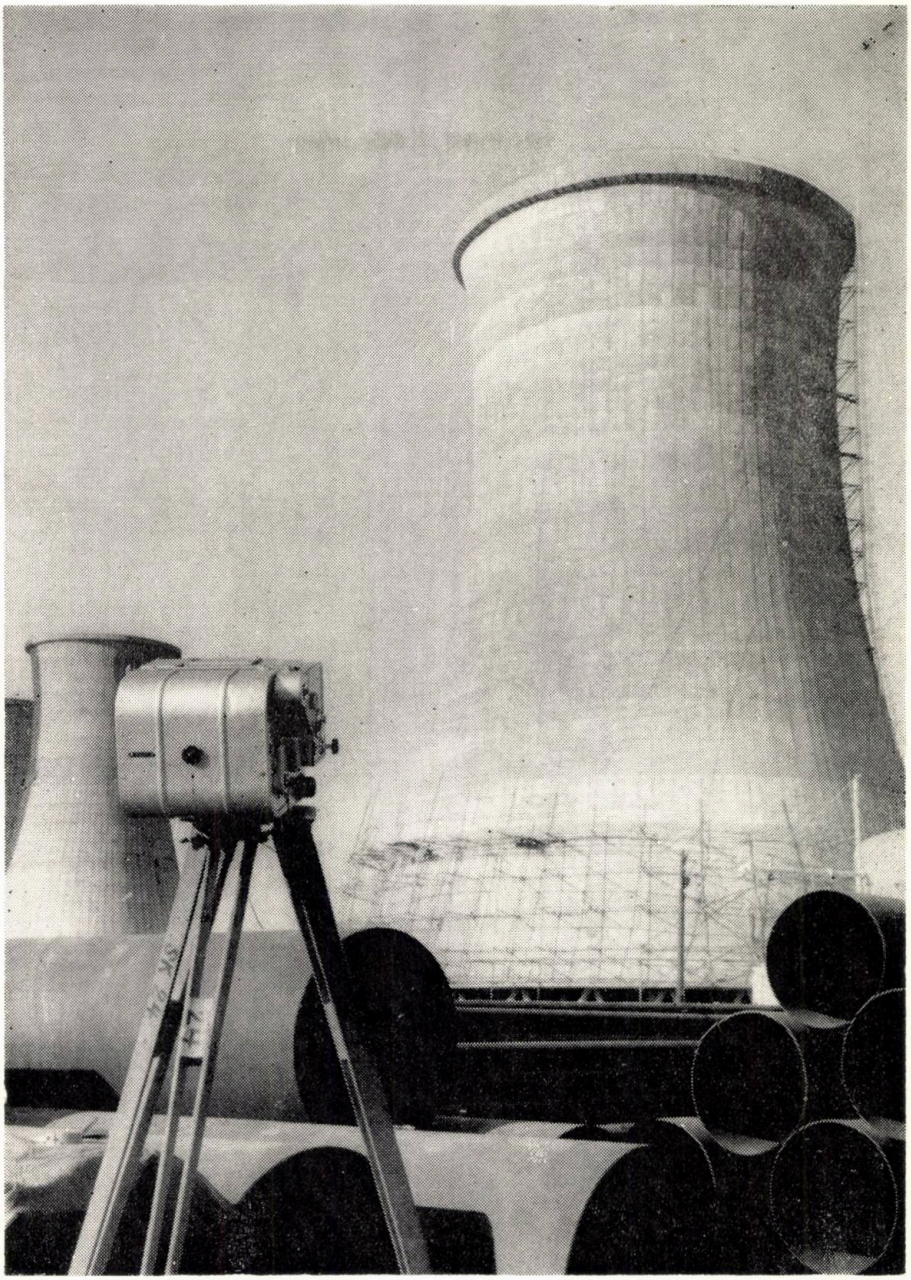


Fig. 2. — The camera and hyperbolic cooling tower.

5. Practical Results

The above method was performed under operational conditions by photogrammetric surface conformity measurements of a cooling tower of the CET, Jassy (Fig. 2). In the absence of a field of target points, an array of artificial targets was used instead. The camera used in this project was a TELEMAR 130×180 mm with a focal length of 400 mm. The camera was refocused to operate at a distance of approximately 120 m. In order to obtain adequate depth of field at this distance it was necessary to stop the lens down to $f/22$. Eight camera sites were established on a circle approximately 120 m from the tower. The plates were measured on a liniar spectrophotometric IZA-2 comparator and the plate coordinates with their weight matrices were obtained by the least squares solutions, using a trilaterated photocoordinates method. The entire set of observations for 932 points was processed through the least squares adjustment. Four iterations were necessary before the adjustment converged to a sufficiently stable solution. The root mean square error of the residuals from the final solution was 18.6 μm and the residual vectors were random from point to point. The minimum variance transformation from camera coordinate system to hyperbolic tower coordinate system was applied to all 932 points.

In order to permit precise scaling of the photogrammetric model, eight calibrated 50 m tapes was stretched along the tower. However the targets on the tapes did not record because of wind. It was thus necessary to employ the distance between the exposure stations for scaling.

Synopsis of key results of photogrammetric calibration:

a) High of Tower . . . . . 50 m
b) Theoretical parameters of hyperboloid $a=b=r=11.00$ m, $c=27.52$
c) Calibrated parameters of hyperboloid $a=b=r=10.963$ m, $c=27.4839$
d) Root mean square deviation of surface from true hyperboloid . . . . . 3.78 cm
e) Maximum positive deviation of surface from best fitting hyperboloid . . 6.31 cm
f) Maximum negative deviation of surface from best fitting hyperboloid . . −5.87 cm
g) Mean error of closure of photogrammetric triangulation . . . . . 18.6 μm
h) Number of target points triangulated . 932
i) Root mean error of target point triangulations,
Relative accuracies . . . . . Sigma $X=1/55\,500$
Sigma $Y=1/62\,500$
Sigma $Z=1/45\,500$

6. Conclusions

The analytical photogrammetric surface conformity measurements of structures offer an economical alternative to the classical field survey. Among the advantages of the structural measurements the following may be underlined:

1. All points on the surface are determined to essentially the same accuracy.

2. All precise measuring is accomplished on a lineal spectrophotometric comparator and the image coordinates are obtained by the least squares using a trilaterated photocoordinate methode.

3. The coordinates of other points, external to the surface of the tower, can readily be determined to the same accuracy as the points situated on surface itself.

4. In the absence of a field of a targeted points, an array of artificial targets may be used instead.

5. Based on the general linear transformation, an exact solution for the orientation and calibration is derived, which leads to a simultaneous least squares adjustment of Projective Transformation Parameters and of Relative Control Point coordinates.

Received, June 7, 1980

Polytechnic Institute, Jassy,
Laboratory of Photogrammetry

REFERENCES

1. Barbălată I., *Study of the Deformations on Models by Photogrammetric Methods.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **16**, (**20**). *1—2*, s. V, 37—42 (1970).
2. Barbălată I., *Determinări stereofotogrametrice privind dinamica eroziunii solurilor* (I). Bul. Inst. polit., Iaşi, **18** (**20**), *3—4*, s. VI, 103—109 (1972).
3. Barbălată I., *Contribuţii la determinarea deformaţiilor în construcţii prin metode fotogrametrice analitice.* Ph. D. Thesis, Civil Eng. Inst., Bucharest, 1978.
4. Barbălată I., *O metodă analitică de stereotriangulaţii în domeniul distanţelor finite* (I). Bul. Inst. polit., Iaşi, **25** (**29**), *3—4*, s. V, 75—85 (1979).
5. Barbălată I., *O metodă de stereotriangulaţie în domeniul distanţelor finite* (II). Bul. Inst. polit., Iaşi, **26**(**30**), *1—2*, s. V, 45—55 (1980).
6. Bopp H., Krauss H., *An Orientation and Calibration Method for Non-Topographic Application.* P.E. & R.S., **44**, *9* (1978).
7. Bopp H., Krauss H., *Extension of the 11 Parameter Solution for On-the-Job Calibration of Non-Metric Cameras.* Proc. of Intern. Congress Symposium, Commission V of ISP, Stockholm, 1978, 5 pp.
8. Brown D. C., *A Matrix Treatment of the General Problem of Least Squares Considering Correlated Observation.* Ballistic Research Laboratories Maryland, Technical Report No. *937*, 1955, 25 pp.
9. Brown D. C., *The Simultaneous Determination of the Orientation and Lens Distortion of a Photogrammetric Camera.* Air Force Missile Test Center, Patrick Air Force Base, Florida, Technical Report No. *33*, 1956, 28 pp.
10. Brown D. C., *A Solution to the General Problem of Multiple Station Analytical Stereotriangulation.* Air Force Missile Test Center, Patrick Air Force Base, Florida, Technical Report No. *43*, 1958, 57 pp.
11. Brown D. C., *Precise Calibration of Surfaces of Large Radio Reflectors by Means of Analytical Photogrammetric Triangulation.* Instrument Corporation of Florida, Melbourne, Technical Report No. *10*, 1962, 52 pp.
12. Brown D. C., *An Advanced Plate Reduction for Photogrammetric Cameras.* Air Force Cambridge Research Laboratories, Final Report No *64—40*, 1964, 115 pp.
13. Brown D. C., *Advanced Methods for the Calibration of Metric Cameras.* U. S. Army Engineer Topographic Laboratories Fort Belvoir, Virginia Final Report, Part **1**, 1968, 120 pp.
14. Brown D. C., *Close-Range Camera Calibration.* P.E. & R.S., **35**, *8* (1971).
15. Davis G. R., *Photogrammetric Calibration of the NASA Rosman 1, 85-Foot Parabolic Antenna.* DBA Inc. Report No. *14*, 1964, 38 pp.
16. Gyer M. S., *The Inversion of the Normal Equations of Analytical Aerotriangulation by the Method of Recursive Partitioning.* Rome Air Development Center, Griffiss Air Force Base, New York, Technical Report No. *RADC-TR-67-69*, 1967, 46 pp.

17. Kenefick J. F., *Photogrammetric Calibration of a 97-Foot Antenna at Jamesburg California*. Communications Satellite Corporation, Washington D. C., Technical Report No. 21 of DBA Systems, 1969, 92 pp.
18. Kenefick J. F., *Ultra-Precise Analytics*. P.E., **37**, 11 (1971).
19. Kenefick J. F., Gyer S. M., Harp I. D., *Analytical Self-Calibration*. P.E., **38**, 11 (1972).
20. Mannen L. M., *Photogrammetric Calibration of the NASA Rosman 1, 85-Foot Parabolic Antenna in Static and Dynamic Modes*. DBA Inc., Report Nr. 17, 1965, 105 pp.
21. Mikhail E. M., *Observations and Least Squares*. IEP-A DUN-Donnelley Publisher, New York, 1975, 496 pp.
22. Thompson E. H., *Space Resection without Interior Orientation*. Photogrammetric Record, **7**, 37, 39—45 (1971).
23. Torlegård K., *On the Determination of Interior Orientation of Closeup Cameras under Operational Conditions using Three-Dimensional Test Objects*. Ph. D. Thesis, Techn. Univ., Stockholm, 1967.
24. Torlegård K., *State-of-the-Art of Close-Range Photogrammetry*. Proc. of XIII-th International Congress of Photogrammetry, Commission V, Helsinki, 1976, 9 pp.
25. Wong W. K., *Mathematical Formulation and Digital Analysis in Close-Range Photogrammetry*. XXII-th International Congress of Photogrammetry, Commission V, Helsinki, 1976, 19 pp.

MĂSURĂTORI STEREOFOTOGRAMETRICE STRUCTURALE ALE TURNURILOR DE RĂCIRE HIPERBOLICE

(Rezumat)

Se prezintă un model fotogrametric generalizat de determinare a abaterilor de la forma proiectată a structurii de rezistență a turnurilor de răcire hiperbolice realizate prin glisare. În acest scop se folosesc metodele proiective analitice prin care suprafața glisată se determină fotogrametric, pe baza înregistrărilor efectuate cu camere metrice terestre.

Abaterile de la forma proiectată sînt determinate cu condiția minimizării sumei ponderate a pătratelor distanțelor de la punctele triangulate fotogrametric, la suprafața cea mai probabilă a hiperboloidului de revoluție.

17. Kenefick J. F., Photogrammetric Calibration of a 97-Foot Antenna at Jamesburg Calibrama. Communications Satellite Corporation, Washington D. C., Technical Report No. 21 of DBA Systems, 1969, 92 pp.
18. Kenefick J. F., Ultra-Precise Analytics. P.E., 37, 11 (1971).
19. Kenefick J. F., Gyer S. M., Harp I. D., Analytical Self-Calibration. P.E., 38, 11 (1972).
20. Mannen L. M., Photogrammetric Calibration of the NASA Rosman 1, 85-Foot Parabolic Antenna in Static and Dynamic Modes. DBA Inc., Report Nr. 17, 1965, 105 pp.
21. Mikhail E. M., Observations and Least Squares. IEP-A DUN-Donnelley Publisher, New York, 1975, 496 pp.
22. Thompson E. H., Space Resection without Interior Orientation. Photogrammetric Record, 7, 37, 39—45 (1971).
23. Torlegård K., On the Determination of Interior Orientation of Closerp Cameras under Operational Conditions using Three-Dimensional Test Objects. Ph. D. Thesis, Techn. Univ., Stockholm, 1967.
24. Torlegård K., State-of-the-Art of Close-Range Photogrammetry. Proc. of XIII-th International Congress of Photogrammetry, Commission V, Helsinki, 1976, 9 pp.
25. Wong W. K., Mathematical Formulation and Digital Analysis in Close-Range Photogrammetry. XXII-th International Congress of Photogrammetry, Commission V, Helsinki, 1976, 19 pp.

MĂSURĂTORI STEREOFOTOGRAMETRICE STRUCTURALE ALE TURNURILOR DE RĂCIRE HIPERBOLICE

(Rezumat)

Se prezintă un model fotogrametric generalizat de determinare a abaterilor de la forma proiectată a structurii de rezistență a turnurilor de răcire hiperbolice realizate prin glisare. În acest scop se folosesc metodele proiective analitice prin care suprafața glisată se determină fotogrametric, pe baza înregistrărilor efectuate cu camere metrice terestre.

Abaterile de la forma proiectată sînt determinate cu condiția minimizării sumei pondelate a pătratelor distanțelor de la punctele triangulate fotogrametric, la suprafața cea mai probabilă a hiperboloidului de revoluție.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 526: 624

CONTRIBUŢII LA CALCULUL DEPLASĂRILOR CONSTRUCŢIILOR FOLOSIND MĂSURĂRI INDIRECTE CORELATE

DE

GH. NISTOR

1. Introducere

Urmărirea comportării construcţiilor mari, supuse acţiunii unor factori interni sau externi, se realizează prin metode geodezice în cadrul cărora se raportează poziţia anumitor puncte fixate pe construcţie, numite puncte de control, la o reţea de puncte fixe, situate în afara construcţiei, care constituie reţeaua punctelor de microtriangulaţie. Urmărirea comportării construcţiilor necesită măsurări ciclice ale reţelei de microtriangulaţie, cu aceeaşi precizie cu care a fost construită iniţial.

Calculele de compensare trebuie executate riguros prin metoda celor mai mici pătrate, cu scopul de a obţine valorile cele mai probabile ale coordonatelor punctelor, dispunînd de posibilitatea aprecierii precizi eirezultatelor. La calculul deplasărilor şi deformaţiilor orizontale ale construcţiilor, elementele provenite din compensarea ciclului iniţial devin elemente de referinţă, faţă de care se raportează toate elementele obţinute în ciclurile următoare de observaţii.

La studiul comportării construcţiilor prin metoda intersecţiei multiple înainte, vectorul deplasării orizontale (incluzînd atît deplasări cît şi deformaţii) se calculează pe baza variaţiei unghiurilor orizontale măsurate în punctele fixe ale reţelei de microtriangulaţie, în fiecare ciclu de observaţie [1]. Întrucît pe teren se măsoară mărimile direcţiilor şi nu unghiurile, compensarea prin metoda măsurărilor indirecte, în condiţiile în care se consideră unghiurile orizontale ca mărimi independente, duce la obţinerea unor rezultate mai puţin riguroase în sensul metodei celor mai mici pătrate.

Obţinerea unor soluţii riguroase este posibilă prin introducerea unor corelaţii matematice. Pe baza teoriei compensării măsurărilor corelate, elaborată de J. M. T i e n s t r a, se poate ajunge la soluţii unice, indiferent de metoda de compensare a observaţiilor [2]. Această problemă reprezintă de fapt obiectivul urmărit în cele de mai jos. Se face precizarea că, pînă în prezent, după informaţiile deţinute de autor, nu s-au mai folosit măsurări corelate în lucrările geodeziei aplicate în importantul domeniu al urmăririi comportării construcţiilor.

2. Stabilirea algoritmului de calcul

Se consideră un şir de observaţii independente $l_1, l_2,...,l_n$, obţinute prin măsurare directă şi corecţiile corespunzătoare acestor mărimi, $v_1, v_2,...,v_n$.

Mărimile independente, rezultate în urma compensării, sînt exprimate prin vectorul

$$(L) = L + v, \tag{1}$$

sau :

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}.$$

Se notează cu $u_1, u_2,\ldots,u_n$ șirul de elemente dependente (corelate) de cele măsurate direct și cu $e_1, e_2,\ldots,e_n$ corecțiile corespunzătoare. Mărimile dependente rezultate din compensare sînt exprimate prin vectorul

(2) $$(U) = U + e,$$

sau

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}.$$

Se supun cele n elemente dependente ale matricii U la o transformare liniară în funcție de cele n elemente independente ale matricii L,

(3) $$U = FL,$$

unde F este o matrice pătratică. Din relația de mai sus va rezulta :

(4) $$L = F^{-1}U, \text{ pentru det. } F \neq 0.$$

Obținerea unor rezultate identice din compensările celor două categorii de mărimi este exprimată de egalitatea

(5) $$(L+V) = F^{-1}(U+e)$$

de unde va rezulta legătura dintre cei doi vectori de corecție :

(6) $$V = F^{-1}e$$

Deoarece mărimile independente se compensează cu condiția

(7) $$V^T P V = \min,$$

rezultă că mărimile dependente vor trebui compensate cu condiția

(8) $$(F^{-1}e)^T P (F^{-1}e) = e^T (F^T)^{-1} P F^{-1} e = \min$$

și deoarece

(9) $$(F^T)^{-1} P F^{-1} = (F P^{-1} F^T)^{-1} = Q_u^{-1} = \overline{Q}^{-1},$$

condiția în care se vor compensa măsurările dependente (corelate) va fi :

(10) $$e^T \overline{Q}^{-1} e = \min.$$

Se analizează determinarea componentelor deplasărilor orizontale ale unui număr de N puncte de control, fixate pe construcția luată în studiu, dintr-un număr de P puncte fixe, din rețeaua de bază, în funcție de n măsurări dependente (de exemplu unghiuri orizontale β) măsurate pe teren.

În ciclul inițial de observații, pentru determinarea poziției punctelor de control pe baza mărimilor

(11) $$l_{0,i} = (\theta_{0,i+1} - \theta_{0,i}) - \beta_{0,i}. \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

unde $\theta_{0,i+1}-\theta_{0,i}$ sînt unghiurile calculate din coordonatele provizorii iar $\beta_{0,i}$ — unghiurile măsurate pe teren, în ciclul inițial, se scrie sistemul relațiilor de erori care este exprimat de relația matricială :

$$A_{nk}X^0_{k1}+L^0_{n1}=V^0_{n1}, \tag{12}$$

cu matricea pondere P^0_{nn}.

În relația de mai sus s-a notat cu : n — numărul unghiurilor orizontale, egal cu numărul relațiilor de erori ; k — numărul corecțiilor coordonatelor, egal cu numărul necunoscutelor ($k=2N$) ; A_{nk} — matricea coeficienților relațiilor de erori, unde $n>k$; X^0_{k1} — vectorul corecțiilor ce se vor aplica coordonatelor aproximative ale punctelor de control pentru a se obține coordonatele compensate ; L^0_{n1} — vectorul termenilor liberi ai relațiilor de erori ; V^0_{n1} — vectorul corecțiilor. Aceste matrici se pot scrie sub forma :

$$A_{nk}=\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & \dots & k_1 \\ a_2 & b_2 & \dots & k_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & \dots & k_n \end{bmatrix}, \quad X^0_{k1}=\begin{bmatrix} X_{11}-X_{01} \\ Y_{11}-Y_{01} \\ \vdots \\ X_{1N}-X_{0N} \\ Y_{1N}-Y_{0N} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta X_{01} \\ \Delta Y_{01} \\ \vdots \\ \Delta X_{0N} \\ \Delta Y_{0N} \end{bmatrix},$$

$$L^0_{n1}=\begin{bmatrix} l_{01} \\ l_{02} \\ \vdots \\ l_{0n} \end{bmatrix}, \quad V^0_{n1}=\begin{bmatrix} v_{01} \\ v_{02} \\ \vdots \\ v_{0n} \end{bmatrix}, \quad P^0_{nn}=\begin{bmatrix} p_{01} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{02} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_{0n} \end{bmatrix}.$$

Deoarece pentru determinarea pozițiilor punctelor de control prin intersecție înainte, tratată prin metoda măsurărilor indirecte, unghiurile orizontale sînt mărimi dependente (corelate) de direcțiile măsurate pe teren, relația de erori (12), corespunzătoare cazului măsurărilor independente, se înlocuiește cu relația de erori pentru cazul măsurărilor corelate :

$$\bar{A}_{nk}X^0_{k1}+\bar{L}^0_{n1}=e^0_{n1}, \text{ (matricea de corelație } \bar{Q}^0_{nn}), \tag{13}$$

unde

$$\bar{A}_{nk}=FA_{nk}, \quad \bar{L}^0_{n1}=FL^0_{n1}, \quad \bar{Q}^0_{nn}=F(P^0_{nn})^{-1}F^T. \tag{14}$$

Matricea F depinde de geometria rețelei de triangulație și are în componența ei coeficienții de legătură a direcțiilor :

$$F=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Matricea de corelație, $\bar{Q}^0_{nn}$, este cvasidiagonală, pătratică, simetrică față de diagonala principală, avînd numărul celulelor egal cu cel al stațiilor iar dimensiunea celulelor este egală cu numărul unghiurilor din stația respectivă. Această observație simplifică foarte mult determinarea inversei $(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}$.

Compensarea măsurărilor corelate se efectuează cu condiția (10) astfel încît

$$(e^0_{1n})^T(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}e^0_{n1}=\min.$$

Această condiție va fi îndeplinită prin anularea derivatelor parțiale

$$\frac{\partial(e^0_{1n})^T(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\,e^0_{n1}}{\partial X^0_{k1}}=0, \tag{16}$$

rezultînd

$$\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\bar{A}_{nk}X^0_{k1}+\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\bar{L}^0_{n1}=0. \tag{17}$$

Ecuația matricială astfel obținută corespunde sistemului de ecuații normale ale corecțiilor de adus coordonatelor aproximative ale punctelor de control și este similară ecuației care corespunde cazului cînd măsurările sînt independente. Utilizîndu-se notația:

$$\bar{N}^0_{kk}=\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\bar{A}_{nk} \tag{18}$$

ecuația (17) se poate scrie sub forma echivalentă

$$\bar{N}^0_{kk}X^0_{k1}+\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\bar{L}^0_{n1}=0. \tag{19}$$

Prin înmulțirea la stînga a ecuației (19) cu inversa matricei $\bar{N}^0_{kk}$ se obține vectorul corecțiilor:

$$X^0_{k1}=-(\bar{N}^0_{kk})^{-1}\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\bar{L}^0_{n1}=-\bar{Q}^0_{kk}\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^0_{nn})^{-1}\bar{L}^0_{n1}, \tag{20}$$

unde $\bar{Q}^0_{kk}=(\bar{N}^0_{kk})^{-1}$ reprezintă matricea coeficienților de pondere.

Coordonatele compensate ale punctelor de control X_{1j}, $(j=1, 2,...,k)$, corespunzătoare ciclului inițial, se calculează prin adăugarea la coordonatele aproximative, X_{0j}, a corecțiilor date de relația (20):

$$X_{1j}=X_{0j}+\Delta X_{0j}. \tag{21}$$

În ciclul actual de observații, pentru determinarea poziției punctelor de control pe baza mărimilor:

$$l_{1,i}=(\theta_{0,i+1}-\theta_{0,i})-\beta_{1,i}, \quad (i=1, 2,...,n), \tag{22}$$

unde $\theta_{0,i+1}-\theta_{0,i}$ sînt unghiurile calculate din coordonatele aproximative iar $\beta_{1,i}$ — unghiurile măsurate pe teren în ciclul actual, se scrie sistemul relațiilor de erori, exprimat prin relația matricială

$$A_{nk}X^1_{k1}+L^1_{n1}=V^1_{n1}, \tag{23}$$

cu matricea pondere P^1_{nn}, unde matricea A_{nk} este identică cu cea din ciclul inițial iar celalalte sînt

$$X^1_{k1}=\begin{bmatrix}X_{21}-X_{01}\\ Y_{21}-Y_{01}\\ \vdots\\ X_{2N}-X_{0N}\\ Y_{2N}-Y_{0N}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta X_{11}\\ \Delta Y_{11}\\ \vdots\\ \Delta X_{1N}\\ \Delta Y_{1N}\end{bmatrix},\quad L^1_{n1}=\begin{bmatrix}l_{11}\\ l_{12}\\ \cdots\\ l_{1n}\end{bmatrix},\quad V^1_{n1}=\begin{bmatrix}v_{11}\\ v_{12}\\ \vdots\\ v_{1n}\end{bmatrix},\quad P^1_{nn}=\begin{bmatrix}p_{11} & 0 & \ldots & 0\\ 0 & p_{22} & \ldots & 0\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ 0 & 0 & \ldots & p_{nn}\end{bmatrix}.$$

În ciclul actual de observații unghiurile orizontale fiind de asemenea mărimi dependente (corelate) de direcțiile măsurate pe teren se înlocuiește

relația de erori (23), corespunzătoare cazului măsurărilor independente, cu relația de erori corespunzătoare cazului măsurărilor corelate :

$$\bar{A}_{nk}X^1_{k1}+\bar{L}^1_{n1}=e^1_{n1}, \quad \text{(matricea de corelație } \bar{Q}^1_{nn}\text{)}, \tag{24}$$

unde

$$\bar{A}_{nk}=FA_{nk}, \quad \bar{L}^1_{n1}=FL^1_{n1}, \quad \bar{Q}^1_{nn}=F(P^1_{nn})^{-1}F^T. \tag{25}$$

Matricea F depinde de geometria rețelei de microtriangulație și este aceeași ca în cazul ciclului inițial.

Deoarece în ciclul actual compensarea măsurărilor corelate se efectuează cu satisfacerea condiției (10), rezultă :

$$(e^1_{1n})^T(\bar{Q}^1_{nn})^{-1}e^1_{n1}=\min.$$

Prin anularea derivatelor parțiale se ajunge la ecuația matricială care exprimă sistemul de ecuații normale ale corecțiilor din ciclul actual :

$$\bar{N}^1_{kk}X^1_{k1}+\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^1_{nn})^{-1}\bar{L}^1_{n1}=0. \tag{26}$$

Ecuația (26) se înmulțește la stînga cu inversa matricei $\bar{N}^1_{kk}$ obținîndu-se vectorul corecțiilor :

$$X^1_{k1}=-(\bar{N}^1_{kk})^{-1}\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^1_{nn})^{-1}\bar{L}^1_{n1}=-\bar{\bar{Q}}^1_{kk}\bar{A}^T_{kn}(\bar{Q}^1_{nn})^{-1}\bar{L}^1_{n1}, \tag{27}$$

unde $\bar{\bar{Q}}^1_{kk}=(\bar{N}^1_{kk})^{-1}$ reprezintă matricea coeficienților de pondere.

Coordonatele compensate ale punctelor de control X_{2j}, $(j=1, 2,...,k)$, corespunzătoare ciclului actual de observații, se calculează cu ajutorul corecțiilor date de relația (27), aplicate coordonatelor aproximative X_{0j} :

$$X_{2j}=X_{0j}+\Delta X_{1j}. \tag{28}$$

Pe baza coordonatelor punctelor de control, rezultate din compensarea măsurărilor corelate din cele două cicluri de observații, se calculează vectorul componentelor deplasărilor orizontale ale punctelor de-a lungul celor două axe de coordonate. Astfel

$$X_{k1}=\begin{bmatrix} X_{21}-X_{11} \\ Y_{21}-Y_{11} \\ \vdots \\ X_{2N}-X_{1N} \\ Y_{2N}-Y_{1N} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta Y_1 \\ \vdots \\ \Delta X_N \\ \Delta Y_N \end{bmatrix}. \tag{29}$$

De fapt, în cazul urmăririi comportării construcțiilor nu mai este necesar să se calculeze coordonatele compensate, pentru cele două cicluri de observații ; cu relațiile (21) și (28), deoarece componentele deplasărilor orizontale rezultă direct din diferențele corecțiilor rezultate în cele două cicluri :

$$X_{k1}=\begin{bmatrix} (X_{21}-X_{01})-(X_{11}-X_{01}) \\ (Y_{21}-Y_{01})-(Y_{11}-Y_{01}) \\ \vdots \\ (X_{2N}-X_{0N})-(X_{1N}-X_{0N}) \\ (Y_{2N}-Y_{0N})-(Y_{1N}-Y_{0N}) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta X_{11}-\Delta X_{01} \\ \Delta Y_{11}-\Delta Y_{01} \\ \vdots \\ \Delta X_{1N}-\Delta X_{0N} \\ \Delta Y_{1N}-\Delta Y_{0N} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta Y_1 \\ \vdots \\ \Delta X_N \\ \Delta Y_N \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Vectorul deplasării orizontale a fiecărui punct de control se va calcula pe baza componentelor deplasărilor orizontale de-a lungul celor două axe cu relația :

$$\mathcal{L}_{N,1}=\mathcal{L}_{\frac{k}{2},1}=\begin{bmatrix}L_1\\L_2\\\dots\\L_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{\Delta X_1^2+\Delta Y_1^2}\\\sqrt{\Delta X_2^2+\Delta Y_2^2}\\\vdots\\\sqrt{\Delta X_N^2+\Delta Y_N^2}\end{bmatrix}. \tag{31}$$

În funcție de aceleași elemente se calculează și orientările vectorilor deplasării :

$$\theta_{N,1}=\theta_{\frac{k}{2},1}=\begin{bmatrix}\theta_{L_1}\\\theta_{L_2}\\\vdots\\\theta_{L_N}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\text{arctg}\,(\Delta Y_1/\Delta X_1)\\\text{arctg}\,(\Delta Y_2/\Delta X_2)\\\vdots\\\text{arctg}\,(\Delta Y_N/\Delta X_N)\end{bmatrix}. \tag{32}$$

În acest mod problema propusă este complet rezolvată.

3. Concluzii

1. Algoritmul general de calcul a deplasărilor și deformațiilor construcțiilor, elaborat pe baza teoriei compensării măsurărilor corelate, reprezintă singura modalitate de obținere a unor soluții riguroase, unice, indiferent de metoda de compensare.

2. Introducerea unor corelații matematice în prelucrarea măsurărilor geodezice folosite la calculul deplasărilor orizontale ale construcțiilor, reprezintă un element nou, permițînd cunoașterea cît mai exactă a parametrilor care caracterizează starea de eforturi și deformații a construcțiilor luate în studiu.

3. Folosirea calculului matricial permite elaborarea unui program de calcul la mașinile electronice de calcul cifrice.

Primită la 10 iulie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de topografie și fotogrammetrie

BIBLIOGRAFIE

1. Nistor Gh., Braier A., *Determinarea vectorului deplasării construcțiilor prin măsurări indirecte ponderate.* Bul. Inst. polit. Iași, **XXIII (XXVII)**, 3—4, s. I (1977).
2. Ghițău D., *Geodezie — Triangulație.* EDP, Buc., 1972.

ВКЛАД К РАСЧЕТУ СМЕЩЕНИЙ СООРУЖЕНИЙ ИСПОЛЬЗУЯ КОСВЕННЫЕ ЗАВИСИМЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

(Резюме)

Представляеться общий алгоритм вычислении смещений и деформаций сооружений введеный на основе теории компенсации зависимых измерений. Это представляет единственное решение для получения точных результатов, независимо от метода уравновешивания.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 529:6

RAŢIONALIZĂRI ÎN CALCULUL DEPLASĂRILOR ORIZONTALE ALE CONSTRUCŢIILOR, FOLOSIND MĂSURĂRILE TOPOGEODEZICE

DE

N. ORLOVSCHI, GH. NISTOR şi ANETA BRAIER

1. Introducere

În cadrul unor studii întreprinse la Facultatea de construcţii referitoare la comportarea structurilor cu planşee de tip dală chesonată, s-au efectuat încercări experimentale pe un model la scara 1 : 3 şi pe o construcţie la scară naturală, măsurarea deplasărilor orizontale şi verticale fiind realizată prin metode topogeodezice [1].

Într-o lucrare anterioară [2] s-au prezentat structurile studiate şi aspectele teoretice ale metodelor topogeodezice folosite la studiul comportării lor.

Modelul la scara 1 : 3 a fost studiat în opt ipoteze, fiecare cuprinzînd mai multe trepte de încărcare şi descărcare. Dintre acestea, ipotezele I. . . IV şi VIII au avut în vedere numai acţiunea sarcinilor verticale, ipotezele V şi VI numai acţiunea sarcinilor orizontale iar ipoteza VII acţiunea combinată a sarcinilor orizontale şi verticale.

Din ansamblul lucrărilor topogeodezice efectuate la urmărirea comportării structurii, în cele ce urmează se va prezenta doar metodica determinării deplasărilor orizontale ale punctelor de control de pe modelul studiat, în raport cu o bază de lungime fixă.

2. Determinarea deplasărilor orizontale

Deplasările orizontale ale punctelor de control, fixate pe structură, s-au determinat prin măsurări unghiulare ciclice, efectuate din capetele A şi B ale unei baze de lungime fixă (fig. 1). Ciclurile de observaţii au corespuns treptelor de încărcare—descărcare. Mai întîi s-a măsurat, pe cale directă, lungimea bazei în raport cu care s-au efectuat măsurările, obţinîndu-se $b=6\,911$ mm. În continuare, corespunzător fiecărui ciclu de observaţii, în cele două puncte de staţie, A şi B, s-au măsurat toate direcţiile unghiulare, cu două serii complete, atît pentru cele nouă puncte de control a_1, a_6, a_{10}, b_1, b_4, b_7, c_1, c_6 şi c_{10} cît şi pentru fiecare din cele două puncte de staţie. Compensarea în staţie a direcţiilor măsurate s-a efectuat prin metoda măsurărilor indirecte.

Calculul mărimilor deplasărilor orizontale şi evaluarea preciziei rezultatelor s-a realizat cu ajutorul relaţiilor stabilite în lucrarea [3].

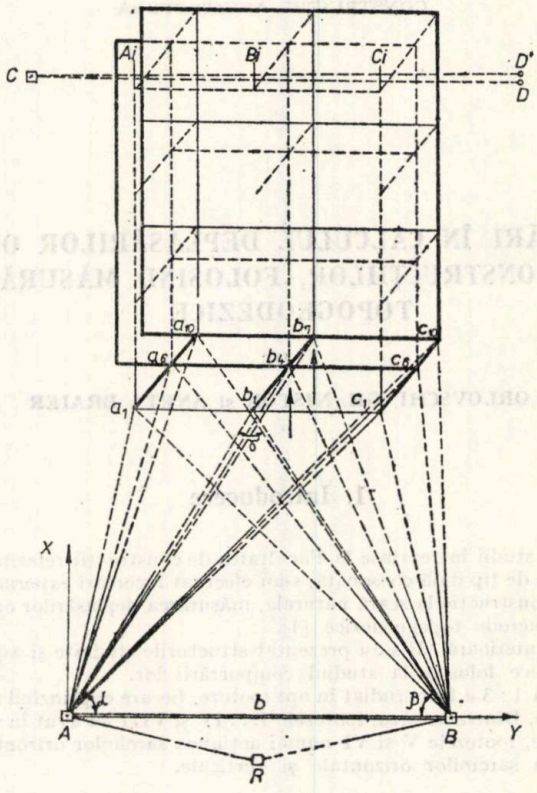


Fig. 1

Componentele ΔX şi ΔY ale vectorului deplasării orizontale a unui punct de control, în raport cu baza fixă, se determină în funcţie de elementele măsurate în ciclul iniţial, b, α, β şi în ciclul actual, α_1 şi β_1, cu relaţiile :

$$\Delta X = K_2 \Delta\alpha^{cc} + L_2 \Delta\beta^{cc}, \quad \Delta Y = -K_1 \Delta\alpha^{cc} + L_1 \Delta\beta^{cc}, \tag{1}$$

unde s-au utilizat notaţiile :

$$\Delta\alpha^{cc} = \alpha_1 - \alpha, \quad \Delta\beta^{cc} = \beta_1 - \beta,$$

$$K_2 = G \sin^2\beta, \quad L_2 = G \sin^2\alpha, \quad K_1 = G \sin\beta \cos\beta,$$

$$L_1 = G \sin\alpha \cos\alpha, \quad G = \frac{b}{\rho^{cc} \sin^2(\alpha+\beta)}.$$

Pentru fiecare punct de control mărimile K_1, L_1, K_2, L_2 sînt calculate cu elementele măsurate în ciclul iniţial şi sînt constante pentru toate ciclurile de observaţii ulterioare.

Vectorul deplasării orizontale a punctului de control, din poziţia iniţială în poziţia actuală, este dat de relaţia :

$$L = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}. \tag{2}$$

Dat fiind volumul mare de observații, operațiile de calcul s-au condus în cadrul unor tabele. Astfel, pentru calculul deplasărilor orizontale ale punctelor de control a_{10}, b_7, c_{10}, în ipoteza V, cînd structura a fost supusă numai la acțiunea sarcinilor orizontale, calculul s-a desfășurat după cum urmează :

1. Compensarea în stație a direcțiilor măsurate în fiecare ciclu de observații, corespunzător următoarelor trepte de încărcare : 0 kgf, 500 kgf, 1 000 kgf, 3 000 kgf și din nou 0 kgf (fig. 2).

2. Calculul mărimilor constantelor K_1, L_1, K_2 și L_2, pentru fiecare punct de control, folosind elementele măsurate în ciclul inițial de observații (tabelul 1).

3. Calculul diferențelor unghiulare $\Delta\alpha^{cc}$ și $\Delta\beta^{cc}$ și în funcție de acestea, a componentelor ΔX și ΔY, precum și al vectorului deplasării orizontale, L (tabelul 2).

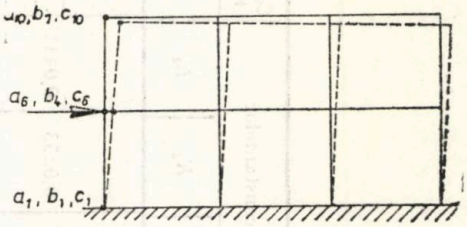


Fig. 2

Tabelul 1

Punct de control	α / β / $\alpha+\beta$	$\sin\alpha$ / $\sin\beta$ / $\sin(\alpha+\beta)$	$\cos\alpha$ / $\cos\beta$ / $\sin^2(\alpha+\beta)$	$\frac{b}{\rho}$	G	K_1	L_1	K_2	L_2
a_{10}	75°55′	0,9699	0,2433						
	45°24′	0,7121	0,7021		0,0459	−0,0230	0,0108	0,0233	0,0432
	121°19′	0,8542	0,7297						
b_7	58°11′	0,8498	0,5271	$\frac{6\,911}{206\,265}=$					
	58°15′	0,8504	0,5260		0,0418	−0,0187	0,0187	0,0302	0,0302
	116°26′	0,8953	0,8016	$=0{,}0335$					
c_{10}	45°35′	0,7144	0,6997						
	75°31′	0,9682	0,2502		0,0457	−0,0111	0,0228	0,0428	0,0233
	121°06′	0,8562	0,7331						

Pe baza datelor numerice astfel obținute au fost întocmite grafice privind deplasările orizontale ale stîlpilor (fig. 3).

Analiza datelor finale, ca și a graficelor, arată că stîlpii, împreună cu întreaga structură, au suferit atît deformații elastice cît și deformații remanente. Acestea din urmă au fost puse în evidență după anularea sarcinii orizontale de împingere, observîndu-se că stîlpii n-au mai revenit complet la poziția inițială.

Din această cauză, în ipoteza VII, cînd structura a fost supusă concomitent la acțiunea forțelor orizontale și verticale (fig. 4), mărimile constantelor, calculate pentru ciclul inițial al ipotezei V, nu mai corespundeau (se face observația că deplasările orizontale în ipoteza VI au fost determinate prin metoda aliniamentului [2]). S-ar părea că ar fi necesară recalcularea mărimilor constantelor, cu elementele măsurate în ciclul inițial al

Tabelul 2

Punct de control	Trepte de încărcare kgf	Unghiul orizontal α	Δα″ cumulat	Δα″ redus	Unghiul orizontal β	Δβ″ cumulat	Δβ″ redus	Mărimile constantelor				Componentele vectorului deplasării		Vectorul deplasării orizontale L_i [mm]
								K_1	L_1	K_2	L_2	ΔX mm	ΔY mm	
a_{10}	0	75°55′03″,3			45°24′20″,5			−0,0229	0,0108	0,0233	0,0433	0	0	0
	500	75°55′35″,4		32″,1	45°24′21″,1		0″,6					0,78	0,73	1,07
	1 000	—		—	—		—					—	—	—
	3 000	75°55′28″,9		25″,6	45°24′52″,5		32″,0					1,98	−0,24	1,99
	0	75°55′37″,5		34″,6	45°24′16″,4		−4″,1					0,63	−0,83	1,04
b_7	0	58°11′13″,8			58°15′40″,7			−0,0187	0,0187	0,0302	0,0302	0	0	0
	500	58°11′37″,3		23″,5	58°15′40″,0		−0″,7					0,69	−0,45	0,82
	1 000	58°11′37″,7		23″,9	58°15′37″,9		−2″,8					0,64	−0,50	0,81
	3 000	58°11′52″,1		38″,3	58°16′11″,3		30″,6					2,08	−0,15	2,09
	0	58°11′39″,0		25″,2	58°15′32″,7		−8″,0					0,52	−0,62	0,81
c_{10}	0	45°35′36″,8			75°30′43″,7			−0,0111	0,0228	0,0428	0,0233	0	0	0
	500	45°35′51″,1		14″,3	75°,30′44″,7		1″,0					0,64	−0,14	0,66
	1 000	—		—	—		—					—	—	—
	3 000	45°36′14″,7		37″,9	75°31′04″,3		20″,6					2,10	0,05	2,10
	0	45°35′51″,1		14″,3	75°30′39″,0		−4″,7					0,51	−0,27	0,58

ipotezei VII. Pentru cele nouă puncte de control această recalculare ar fi necesitat un volum important de muncă. S-a renunțat la recalcularea lor procedînd într-un mod mult mai eficace.

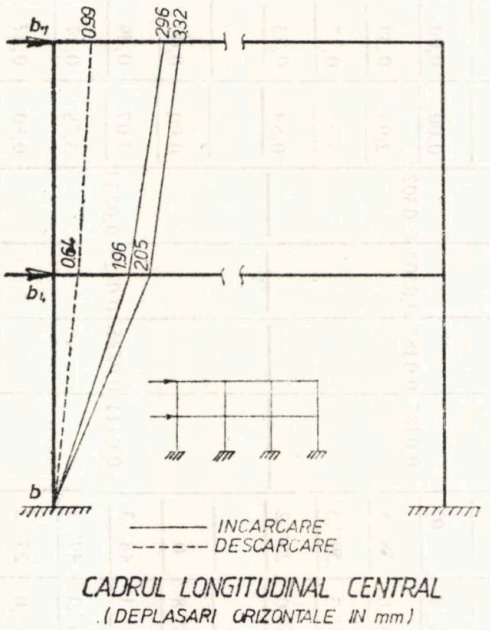


Fig. 3

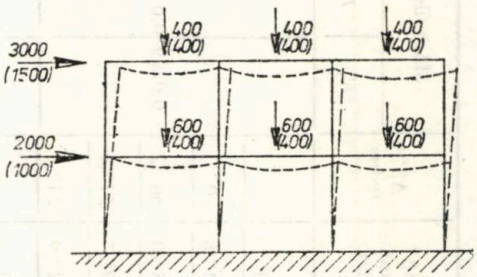


Fig. 4

S-a considerat ca treaptă inițială a ipotezei VII treapta inițială a ipotezei V, pentru care au fost calculate mărimile constantelor. Toate diferențele unghiulare s-au determinat între elementele măsurate în treapta inițială a ipotezei V și elementele măsurate în fiecare din treptele ipotezei VII. S-au calculat diferențele unghiulare reale ale ipotezei VII prin operația de reducere la cazul acestei ipoteze ; s-a scăzut din fiecare diferență unghiulară corespunzătoare treptelor ipotezei VII, diferențele unghiulare corespunzătoare treptei inițiale a acestei ipoteze.

În funcție de diferențele unghiulare reduse la cazul ipotezei VII — diferențe reale — s-au calculat componentele și vectorul deplasării cu ajutorul constantelor de la ipoteza V (tabelul 3). Dacă numărul ipotezelor ar fi fost mai mare modul de a proceda ar fi fost identic.

Posibilitatea păstrării mărimilor constantelor, aceleași pentru orice număr de ipoteze de studiu, reprezintă raționalizarea de calcul urmărită. Această raționalizare a calculelor reprezintă un avantaj în plus al metodei propuse [3], [4].

3. Evaluarea preciziei rezultatelor

Evaluarea preciziei de măsurare a unghiurilor orizontale s-a efectuat calculînd următoarele erori :

Tabelul 3

Punct de control	Trepte de încărcare kgf	Unghi orizontal α	$\Delta\alpha''$ cumulat	$\Delta\alpha''$ redus	Unghi orizontal β	$\Delta\beta''$ cumulat	$\Delta\beta''$ redus	Mărimile constantelor				Componentele vectorului deplasării		Vectorul deplasării orizontale L, [mm]
								K_1	L_1	K_2	L_2	ΔX mm	ΔY mm	
	Inițial													
	Ipoteza V	(75°55′03″,3)	0		(45°24′20″,4)	0								
	0 — 0													
	0 — 0	75°55′38″,4	35″,1	0	45°24′22″,3	1″,8	0					0,00	0,00	0,00
	2 000 — 400													
a_{10}	1 000 — 400	75°55′58″,1	54″,8	19″,7	45°25′18″,5	58″,0	56″,2	−0,0229	0,0108	0,0233	0,0432	2,89	0,16	2,89
	3 000 — 400													
	1 500 — 600	75°56′02″,5	59″,2	24″,1	45°25′20″,2	59″,7	57″,9					3,06	0,07	3,06
	0 — 0													
	0 — 0	75°55′32″,9	29″,6	−5″,5	45°24′43″,4	22″,9	21″,1					0,78	0,36	0,86
	Inițial													
	Ipoteza V	(58°11′13″,8)	0		(58°15′40″,7)	0								
	0 — 0													
	0 — 0	58°11′41″,6	27″,8	0	58°15′38″,5	−2″,2	0					0,00	0,00	0,00
b_7	2 000 — 400							−0,0187	0,0187	0,0302	0,0302			
	1 000 — 400	58°12′19″,6	65″,8	38″,0	58°16′37″,3	56″,6	58″,8					2,93	0,39	2,96
	3 000 — 400													
	1 500 — 600	58°12′31″,8	78″,0	50″,2	58°16′38″,0	57″,3	59″,5					3,32	0,17	3,32
	0 — 0													
	0 — 0	58°11′41″,4	27″,6	−0″,02	58°16′06″,7	26″,0	28″,2					0,84	0,53	0,99
	Inițial													
	Ipoteza V	(45°35′36″,8)	0		(75°30′43″,7)	0								
	0 — 0													
	0 — 0	45°35′52″,4	15″,6	0	75°30′47″,5	3″,8	0					0,00	0,00	0,00
	2 000 — 400													
c_{10}	1 000 — 400	45°36′37″,8	61″,0	45″,4	75°31′35″,8	52″,1	48″,3	−0,0111	0,0228	0,0428	0,0233	3,07	0,59	3,13
	3 000 — 400													
	1 500 — 600	45°36′59″,1	82″,3	66″,7	75°31′36″,8	53″,1	49″,3					3,78	0,17	3,78
	0 — 0													
	0 — 0	45°35′56″,4	19″,6	−4″,0	75°31′14″,7	31″,0	27″,2					0,80	0,57	0,98

1° Eroarea unităţii de pondere, egală cu eroarea medie pătratică a unei singure direcţii, măsurată într-o singură serie

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[dd] - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=t} [d]_i [d]_i}{(t-1)(s-1)}}, \tag{3}$$

unde $t=2$, $s=10$ pentru ambele puncte de staţii.

2° Eroarea medie pătratică a unei singure direcţii compensate

$$(m_\alpha) = \pm \frac{m_0}{\sqrt{t}}. \tag{4}$$

3° Eroarea medie pătratică a unui unghi compensat

$$m_\alpha = \pm m_0 \sqrt{\frac{2}{t}}. \tag{5}$$

Pentru cazul punctului de control b_7 unghiurile orizontale s-au măsurat în ambele cicluri de observaţii cu două serii complete, cu erorile medii pătratice :

$$m_\alpha = \pm 2'',98, \quad m_{\alpha_1} = \pm 2'',54, \quad m_\beta = \pm 2'',80, \quad m_{\beta_1} = \pm 2'',83.$$

Erorile medii pătratice ale diferenţelor unghiurilor orizontale, $\Delta\alpha''$ şi $\Delta\beta''$, sînt

$$m_{\Delta\alpha} = \pm 3'',91, \quad m_{\Delta\beta} = \pm 3'',98.$$

Lungimea bazei fixe s-a obţinut dintr-un şir de patru măsurări directe, efectuate cu ajutorul unei rulete de oţel, cu o eroare medie pătratică $m_b = \pm 0{,}4$ mm.

Erorile medii pătratice ale componentelor vectorului deplasării orizontale a punctului b_7 s-au calculat pe baza relaţiilor (14) şi (15) din [3], obţinînd

$$m_{\Delta X} = \pm 0{,}14 \text{ mm}, \quad m_{\Delta Y} = \pm 0{,}10 \text{ mm}.$$

Eroarea medie pătratică a vectorului deplasării orizontale este exprimată de

$$m_L = \sqrt{m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2} = \sqrt{0{,}14^2 + 0{,}10^2} = 0{,}17 \text{ mm}.$$

Deoarece $m_{\Delta\alpha} \approx m_{\Delta\beta}$ s-a calculat eroarea medie pătratică a vectorului deplasării şi cu relaţia [4] :

$$m_L = \frac{m_{\Delta\alpha}}{\rho L} \sqrt{\Delta X^2 (K_2^2 + L_2^2) + \Delta Y^2 (K_1^2 + L_1^2) - 2\Delta X \Delta Y (K_1 K_2 + L_1 L_2)}, \tag{6}$$

obţinîndu-se aceeaşi mărime, ceea ce dovedeşte că se poate considera că eroarea vectorului deplasării depinde în cea mai mare măsură de erorile medii pătratice ale diferenţelor unghiulare.

În acelaşi mod se calculează elementele care caracterizează precizia de determinare a deplasării orizontale a fiecărui punct de control.

4. Concluzii

1. Folosirea metodei propuse în [2] la determinarea deplasărilor orizontale ale structurii studiate a permis obținerea unor rezultate care au corespuns pe deplin condițiilor de precizie cerute în cazul unor astfel de lucrări.

2. Raționalizările privind calculele, în cazul unui număr mai mare de ipoteze de studiu, permit sporirea rapidității de obținere a parametrilor ce caracterizează starea de efort și deformare a structurii studiate.

3. Modelul matematic elaborat în scopul evaluării complete a preciziei rezultatelor [3], [5] permite studiul anticipat al acestei precizii precum și alegerea preciziei cu care se vor efectua măsurările din teren.

Primită la 17 octombrie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanica construcțiilor,
Laboratorul de topografie și fotogrammetrie
și
Catedra de geometrie descriptivă și desen

BIBLIOGRAFIE

1. Orlovschi N. și colab., Referat faza III, etapa 2 și 3 din 1975 și 1976 la contractul nr. 17 773/1973, cu M.C. Ind., Iași, 1976.
2. Nistor Gh., Orlovschi N., *Metode topogeodezice în studiul experimental al structurilor.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXIII (XXVII)**, *3—4*, s. V (1977).
3. Nistor Gh., *O metodă analitică de calcul a deplasărilor orizontale ale construcțiilor folosind măsurările topogeodezice.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXII (XXVI)**, *1—2*, s. I (1976).
4. Nistor Gh., *Asupra unor metode topografo-geodezice de urmărire a comportării construcțiilor.* Teză de doctorat, Universitatea din Brașov, 1979.
5. Nistor Gh., Braier An., *Condiții optime de determinare a deplasării orizontale a construcțiilor din punctul de vedere al erorilor medii pătratice.* Bul. Inst. polit., Iași, **XXV (XXIX)**, *3—4*, s. I (1979).

RATIONALISATIONS DU CALCUL DES DÉPLACEMENTS HORIZONTAUX DES CONSTRUCTIONS, EN UTILISANT DES MESURES TOPOGÉODESIQUES

(Résumé)

On propose quelques rationalisations du calcul des déplacements horizontaux des constructions sur modèle à échelle réduite et nombre élevé d'hypothèses d'étude, en utilisant des mesures topogéodésiques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D.624.07; 629.1

L'ANALYSE DES RÉSEAUX DE POUTRES APPUYÉES SUR TERRAINS DÉFORMABLES, PAR LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES

PAR

IULIAN IONESCU et NORINA DONEA

1. Introduction

Le vecteur d'état des systèmes structuraux formés par des éléments linéaires ou plans et du support d'appui continu peut être déterminé, dans les cas plus complexes, à l'aide de l'analyse numérique.

Dans ce qui suit on présente un nouveau procédé de calcul des réseaux de poutres fondés sur terrains déformables par différences finies, qui permet l'emploi avantageux des ordinateurs.

2. Établissement des algorithmes de calcul

Soit un système de poutres orthogonales, sur lequel on trace un réseau de points nodeaux, avec le pas constant, λ (fig. 1).

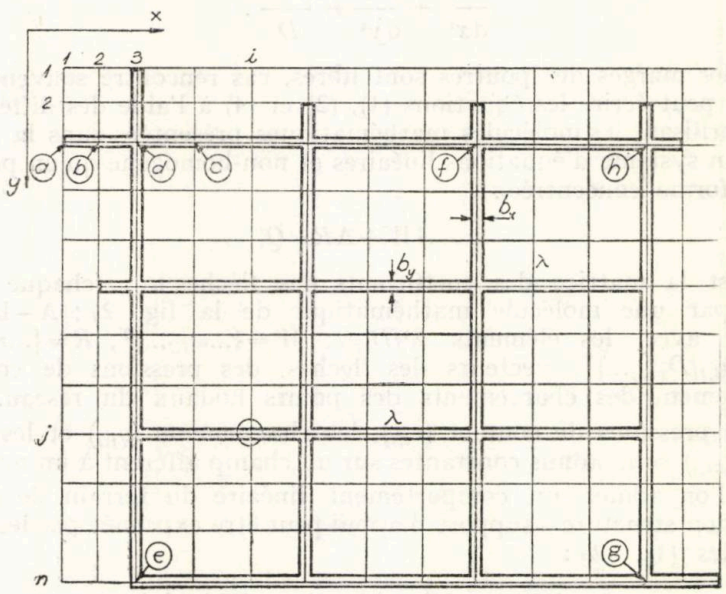


Fig. 1

Pour ce système structural on suppose que les fonctions des déplacements (w_x, w_y), des chargements (q_x, q_y) et des pressions de contact (r_x, r_y) des poutres, qui correspondent aux deux directions, dépendent d'une seule variable , x et respectivement y. La déformée de ce réseau peut être déterminée en employant l'équation différentielle du quatrième ordre de la fibre moyenne déformée, qui pour les éléments linéaires a la forme connue ;

$$(1) \qquad D_y \frac{d^4 w}{dx^4} = q_x - r_x, \qquad (2) \qquad D_x \frac{d^4 w}{dy^4} = q_y - r_y,$$

où D_x et D_y représentent les rigidités des poutres.

L'interaction entre les poutres impose que dans les points d'intersection des axes déformés, les flèches soient égales et la somme des intensités des chargements et des pressions de contact dans les deux directions soient egales avec l'intensité du chargement et de la pression de contact du point. Sous forme analytique ces conditions s'expriment par les relations suivantes :

$$(3) \qquad w_x = w_y = w, \quad q_x + q_y = q, \quad r_x + r_y = r.$$

En additionant les équations (1) et (2) on obtient l'équation différentielle suivante pour les points d'intersection des poutres:

$$(4) \qquad \frac{d^4 w}{dx^4} + \alpha \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{q - r}{D_x},$$

où $\alpha = D_x/D_y$; quand $D_x = D_y = D$ il résulte :

$$(5) \qquad \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{q - r}{D}.$$

Si les marges des poutres sont libres, cas rencontré souvent en pratique, on peut écrire les équations (1), (2) et (4) à l'aide des différences finies en utilisant les molécules mathématiques présentées dans la fig. 2. On obtient un système d'équations linéaires et non-homogène qu'on peut écrire sous la forme concentrée :

$$(6) \qquad AW + \Lambda R = Q,$$

où : A est la matrice des coefficients des flèches $w_{i,j}$ (chaque ligne est donnée par une molécule mathématique de la fig. 2) ; Λ—la matrice diagonale avec les éléments $\lambda^4/D_{x;i,j}$; $W = \{...w_{i,j}...\}^T$, $R = \{...r_{i,j}...\}^T$ et $Q = \{...\lambda^4 q_{i,j}/D_{x;i,j}...\}^T$—vecteurs des flèches, des pressions de contact et respectivement des chargements des points nodaux du réseau.

Les pressions de contact ($r_{i,j}$), les chargements ($q_{i,j}$) et les rigidités ($D_{x;i,j}$, $D_{y;i,j}$) sont admis constantes sur un champ afférent à un noeud (i, j).

Si l'on admet un comportement linéaire du terrain de fondation l'intéraction structure—support d'appui peut être exprimée par les relations matricielles [1], [2] :

$$(7) \qquad R = KW, \text{(modèle mécanique Winkler)},$$

(8) $W = BR$, (modèle mécanique linéaire déformable),

dans lesqulles : W et R cnt les significations de (6), K et B en étant la matrice de rigidité et respectivement de flexibilité du terrain de fondation.

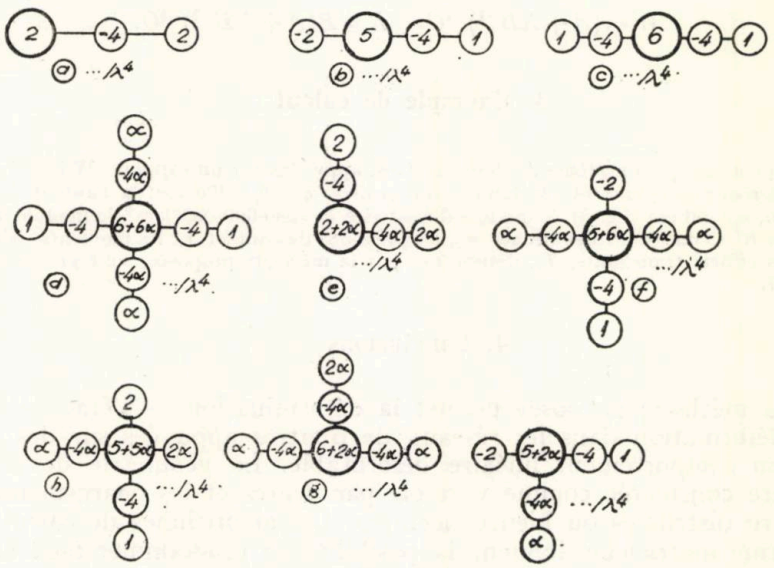


Fig. 2

On recommande, pour faciliter **la** génération de la matrice de flexibilité, l'approximation de la surface de contact qui correspond à un domaine avec un cercle ayant le rayon $c_{i,j} = \sqrt{\lambda b_{x(y);i,j}/\pi}$, $b_{x(y);i,j}$ étant la larguer de la poutre

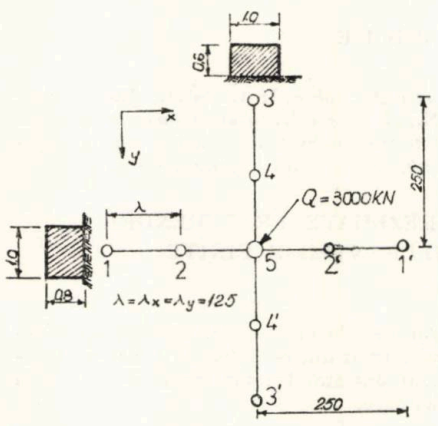


Fig. 3

Tableau 1

Point	w_i cm	r_i daN/cm²	M_i kN m	T_i kN
1	1,05	3,16	0	0
2	1,18	3,51	254	417
3	0,85	2,35	0	0
4	1,09	3,26	213	363
5x	1,25	3,75	1 055	0
5y	1,25	3,75	932	0

sur le champ nodal i, j. Le comportement du terrain de fondation peut être approximé à l'aide d'un modèle mécanique de type Winkler (1867), Boussinesq (1885), Michell (1900), Egorov (1938) ou Klein (1956).

Les équations (6)...(8) forment un système qui a les solutions suivantes :

$$W=(A+\Lambda K)^{-1}Q, \quad R=K(A+\Lambda K)^{-1}Q ; \tag{9}$$

$$W=(A+\Lambda B^{-1})^{-1}Q, \quad R=B(A+\Lambda B^{-1})^{-1}Q. \tag{10}$$

3. Exemple de calcul

On considère un système de deux poutres, appuyées sur un support Winkler, ayant les caractéristiques suivantes : la larguer des poutres $b_x=b_y=100$ cm, la hauteur des poutres $h_x=80$ cm, $h_y=60$ cm (fig. 3), le module d'élasticité $E=240\,000$ daN/cm^2, le module de rigidité du terrain $K=3$ daN/cm^3. Les flèches, w_i, les pressions de contact, r_i, les moments fléchissants, M_i, et les efforts tranchants, T_i, déterminés par la méthode proposée, sont présentés dans le tableau 1.

4. Conclusions

La méthode proposée permet la détermination de l'état de tensions et de déformation dans les réseaux de poutres appuyées sur des terrains ayant un comportement linéaire déformable. La géometrie des éléments peut être considerée comme variable par degrés et les chargements peuvent être distribués où bien concentrés. Les algorithmes de calcul établis sous forme matricielle donnent la posibilité de programmer facilement les calculs par ordinateurs.

Reçue le 22 septembre 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Béton armé et des
Constructions hydrotechniques

BIBLIOGRAPHIE

1. Ionescu I., *Contribuții la calculul capetelor de ecluză.* Thèse, Inst. Polyt., Jassy, 1978.
2. Budei L., Ionescu I., Ungureanu N., *Asupra calculului automat al tasărilor construcțiilor hidrotehnice.* Communication présentée à la session scientifique jubiliaire de la Faculté de Hydrotechnique, Inst. Polyt., Jassy., 1978.

ANALIZA REȚELELOR DE GRINZI REZEMATE PE TERENURI DEFORMABILE, PRIN METODA DIFERENȚELOR FINITE

(Rezumat)

Se prezintă un procedeu de calcul numeric, prin metoda diferențelor finite, pentru determinarea vectorului de stare al unui sistem structural format dintr-o rețea de grinzi și un suport de rezemare liniar deformabil. Algoritmii de calcul sînt stabiliți sub formă matricială și permit programarea cu ușurință a calculelor la ordinatoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.01;624.07

ÎMBINĂRI PRECOMPRIMATE CU BULOANE DE OȚEL DE ÎNALTĂ REZISTENȚĂ LA CADRE PREFABRICATE ETAJATE

DE

C. LEONTE, ANATOLIE MIHUL, V. HOBJILĂ și AUREL CUCIUREANU

1. Considerații generale

Sînt cunoscute avantajele pe care le prezintă clădirile dezvoltate pe verticală, multietajate, față de cele parter; de asemenea sînt cunoscute dificultățile ce apar la astfel de clădiri, în special atunci cînd alcătuirea structurii lor de rezistență se realizează din elemente prefabricate. Cele mai multe preocupări ale constructorilor, în acest sens, se referă la găsirea soluțiilor optime pentru prefabricarea cadrelor etajate. Industrializarea lor este condiționată de găsirea unor concepții și tehnologii de execuție care să conducă la reducerea consumului de materiale, manoperă și mijloace de ridicare cît și la simplificarea realizării unor îmbinări de continuitate totală între elementele prefabricate, în vederea restabilirii gradului de nedeterminare statică, corespunzător structurilor monolite.

Analizînd cele mai folosite tipuri de îmbinări care se practică în prezent, cu avantajele pe care le prezintă fiecare, atît pentru execuția, transportul și montajul elementelor prefabricate cît și pentru comportarea sub sarcini și capacitatea de rezistență a structurilor care se obțin, a rezultat că pretensionarea zonelor de îmbinare conduce la cele mai importante avantaje, constituind soluția cea mai sigură de refacere a continuității sistemelor fragmentate în vederea prefabricării.

Îmbinările pretensionate cu buloane de oțel de înaltă rezistență prezintă avantaje importante în ceea ce privește simplitatea execuției, siguranța și randamentul precomprimării, reducerea timpului de montaj și asamblare a structurii de rezistență. Din acest motiv, în cadrul catedrei de beton armat și construcții hidrotehnice de la Institutul politehnic din Iași s-au elaborat ori sînt în curs de elaborare o serie de studii referitoare la concepția, comportarea și execuția îmbinărilor la cadrele prefabricate etajate. În cele ce urmează se prezintă unele sisteme de îmbinare, realizate în noduri, a riglelor cu stîlpii, cu ajutorul buloanelor pretensionate.

2. Modul de alcătuire al unor îmbinări stîlp—riglă—stîlp, precomprimate cu buloane de oțel de înaltă rezistență

Cercetînd posibilitățile de alcătuire a unor îmbinări precomprimate cu buloane de oțel de înaltă rezistență, în nodurile cadrelor etajate, au fost luate în considerare numai acele sisteme la care buloanele sînt înglobate în canale prevăzute la execuție în interiorul elementelor prefabricate de

beton armat și la care se stabilește aderența prin injectarea canalelor cu pastă de ciment.

Au fost analizate două moduri de alcătuire a îmbinărilor amplasate în nodurile cadrelor etajate : îmbinări în nodurile intermediare stîlp—riglă—stîlp (tip *A*) și îmbinări de capăt între riglă și stîlp (tip *B*).

a) Îmbinările în nodurile intermediare stîlp—riglă—stîlp se realizează prin evazarea laterală a stîlpilor, obținîndu-se o îngroșare a lor în zona îmbinării în care se prevede un gol tip furcă pentru montarea grinzilor. Golul furcii stîlpului inferior se dezvoltă pe jumătate din înălțimea grinzii. Stîlpul superior, în zona capătului inferior, prezintă același tip de evazare, în acest mod capătul grinzii fiind îmbrățișat de cele două ramuri ale fiecărei furci din stîlpii ce aparțin nivelului inferior și respectiv celui superior al clădirii. Rigla, la rîndul său, este îngroșată înainte de întîlnirea cu fața interioară a stîlpului sub forma a două eclise dispuse lateral. În eclisele de la capetele riglei și în brațele furcii stîlpilor sînt prevăzute canale orizontale în care se introduc buloanele de solidarizare pe orizontală. De asemenea, în brațele stîlpilor care se asamblează sînt prevăzute canale verticale pentru anfilarea buloanelor de înaltă rezistență (fig. 1). Grinda poate fi continuă în zona îmbinării unui nod central și, în acest caz, evazările sînt realizate de fiecare parte a intersecției ei cu stîlpul sau pot fi jonctate în nod două capete de grinzi, fiecare capăt fiind prevăzut cu evazarea respectivă, capetele grinzilor care pătrund în furcă avînd o lungime egală cu jumătate din lățimea reazemului (a stîlpului sau a capitelului acestuia). Asamblarea începe prin întinderea unui mortar de poză pe partea inferioară a furcii de la capetele superioare ale stîlpilor inferiori. Se montează rigla astfel încît capătul ei să intre între brațele furcii și se fixează cu ajutorul unor pene de lemn. Pe partea superioară a capătului riglei și pe părțile superioare ale brațelor furcilor stîlpilor inferiori se întinde un mortar de poză și se montează stîlpi superiori astfel încît furca de la partea lor inferioară să îmbrățișeze capătul riglei. După fixarea laterală cu pene se introduc buloanele în canale și se strîng piulițele de blocare. După întărirea mortarului din rosturi se trece la tensionarea definitivă a buloanelor și injectarea canalelor cu pastă de ciment.

Cu ajutorul buloanelor de înaltă rezistență se pot realiza, în mod asemănător, îmbinări precomprimate în nodurile centrale ale cadrelor etajate. Se consideră că mortarul de poză, într-un viitor apropiat, va putea fi înlocuit cu plăci fibrate de tip neopren.

b) Îmbinările la nodurile marginale de tip *B* se realizează prin aceleași mijloace care au fost arătate la îmbinarea de tip *A*, cu deosebirea că brațele furcilor de la capetele stîlpilor sînt mai lungi, cuprinzînd toată înălțimea secțiunii riglei. Detaliile de alcătuire a unei îmbinări experimentale de tip *B*, de armare a elementelor prefabricate—riglă și stîlp— ce se continuizează în noduri marginale de colț, sînt prezentate în fig. 2 *a*, *b*, *c*. Asamblarea începe prin întinderea unui strat de mortar de poză pe partea inferioară a furcii stîlpului. Se așează rigla astfel încît capătul ei să intre în locaș iar buloanele ancorate în stîlp să intre în canalele verticale prevăzute în riglă. După strîngerea piulițelor se umplu cu mortar rosturile rămase între riglă și stîlp. Se introduc buloanele orizontale, se execută tensionarea lor și apoi injectarea canalelor cu pastă de ciment.

3. Caracteristicile de calcul ale îmbinării tip *B* studiate experimental

Îmbinările de tip *A*, respectiv de tip *B*, au fost concepute astfel încît solicitarea de fisurare și solicitarea de rupere să fie mai mari decît în restul secțiunilor elementelor prefabricate care se continuizează.

Au fost studiate experimental o serie de trei epruvete în formă de [, cu cîte două îmbinări marginale de colț fiecare (tip *B*), la încovoiere și com-

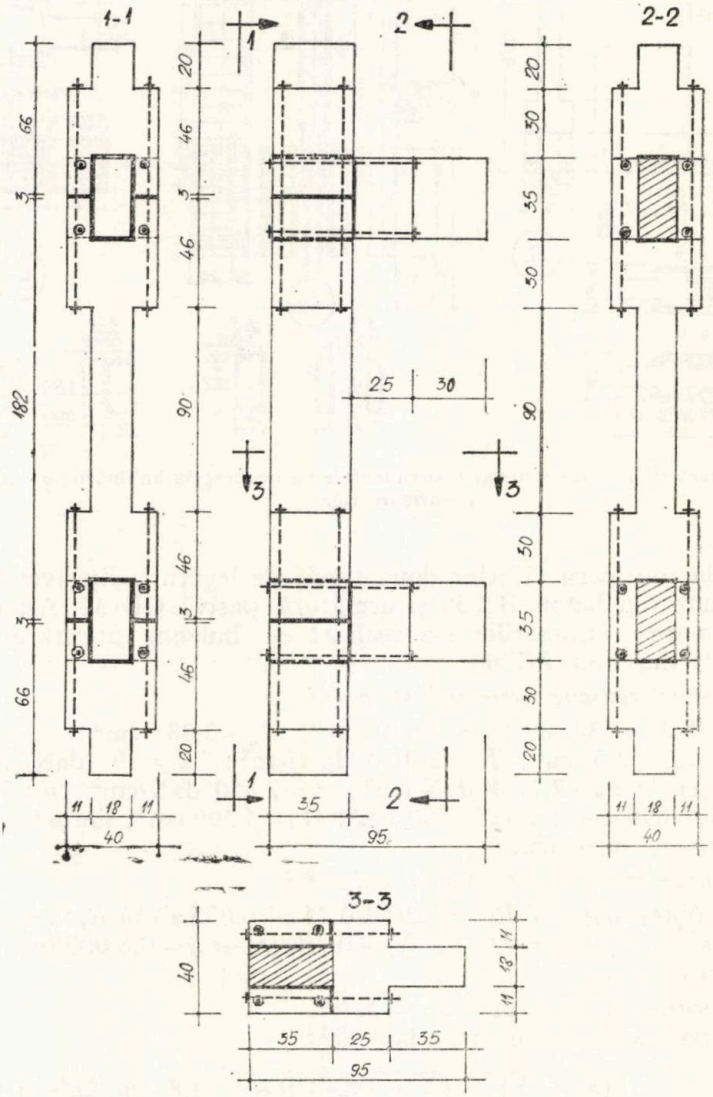


Fig. 1. — Alcătuirea îmbinărilor stîlp — riglă — stîlp (tip *A*) în nodurile marginale curente ale cadrelor etajate de beton armat.

presiune excentrică plană, forțele de compresiune fiind aplicate pe console. S-a considerat că o astfel de încercare poate furniza elemente, date care să permită și aprecierea comportării îmbinărilor de tip A, avînd în vedere carac-

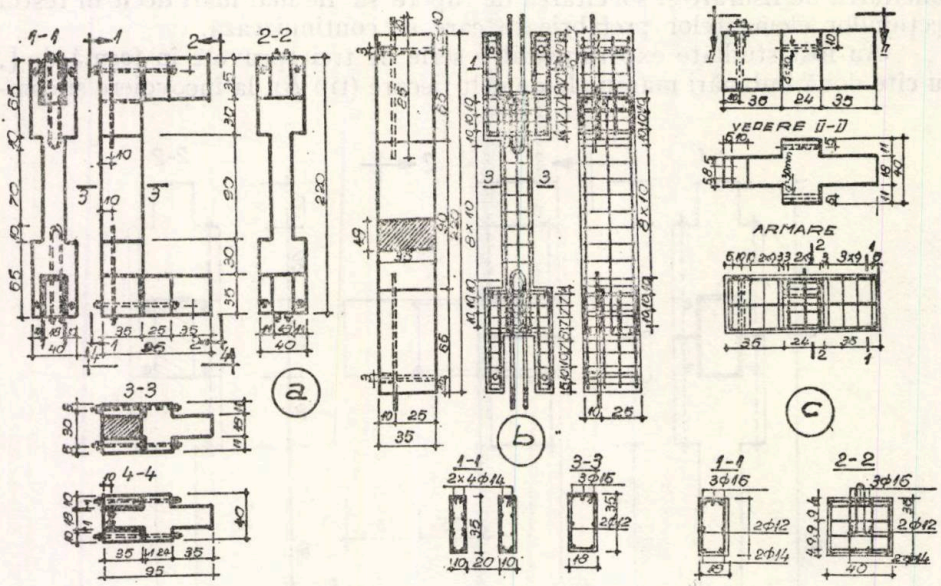


Fig. 2.— Caracteristicile elementelor experimentale : a — concepția îmbinării ; b — armare stîlpi ; c — armare rigle.

terul similar de lucru al celor două tipuri de legături. Epruvetele au fost confecționate din beton B 250 și armătură pasivă OB 37. Asamblarea și precomprimarea îmbinărilor s-a realizat cu buloane ancorate, respectiv „pătrunse", din oțel PC 60.

a) *Caracteristicile secțiunii stîlpului*

$bh=18.35=630$ cm^2 ; $A_a=6{,}03$ cm^2 ; $A'_a=3{,}08$ cm^2 ; $h_0=35-2{,}8=32{,}2$ cm ; $e_0=62{,}5$ cm ; $E_b=2{,}9.10^5$ daN/cm^2 ; $R_t=19$ daN/cm^2 ; $R_c=220$ daN/cm^2 ; $E_a=2{,}1.10^6$ daN/cm^2 ; $\sigma_c=2\,850$ daN/cm^2 ; $n=7{,}25$; $n'=14{,}5$; $A_i=696$ cm^2 ; $I_i=78\,750$ cm^4 ; $W_i=4\,500$ cm^3 ; limitele sîmburelui central : $r_s=r_i=6{,}46$ cm.

b) *Încărcarea de fisurare a stîlpului*

$M_f=N_f(e_0-r_s)=W_fR_t=(0{,}292+0{,}75\alpha+0{,}075\alpha')\,bh^2R_t$; $\alpha=n'A_a/(bh)=0{,}138$; $\alpha'=n'A'_a/(bh)=0{,}071$; $N_f=W_fR_t/(e_0-r_s)=168\,000/(62{,}5-6{,}46)=3\,000$ daN.

c) *Încărcarea de rupere a stîlpului*

Poziția axei neutre este dată de :

$$x=h_0-e+\sqrt{(h_0-e)^2+2\sigma_c(A_ae-A'_ae')/(bR_c)}=4{,}8 \text{ cm}, \quad 2a'=5{,}4 \text{ cm},$$

în care $e=77{,}2$ cm și $e'=47.7$ cm

Forța excentrică de rupere este:

$$N_r = A_a \sigma_c \frac{h_0 - a'}{e'} = 10\,610 \text{ daN}.$$

d) *Forța de exploatare pentru un coeficient de siguranță* $c = 1{,}8$

$$N = N_r/c = 5\,900 \text{ daN}.$$

e) *Calculul îmbinării implică următoarele etape*:

1° Pretensionarea buloanelor orizontale:

α) momentul încovoietor în secțiunea verticală de îmbinare între riglă și stîlp: $M = Nl = 265\,500$ daNcm, l fiind distanța dintre punctul de aplicație al forței N pînă la secțiunea verticală de îmbinare riglă—stîlp;

β) momentul încovoietor de fisurare al secțiunii riglei: $M_f = (0{,}292 + 0{,}75\,\alpha + 0{,}075\alpha')bh^2R_t = 168\,000$ daNcm;

γ) momentul încovoietor care trebuie preluat prin buloanele orizontale pretensionate: $\Delta M = M - M_f = 97\,500$ daNcm;

δ) eforturile unitare pe secțiunile prin rosturile verticale: $\sigma_{bc,bt} = \Delta M/W = \pm 26{,}5$ daN/cm²;

ε) înălțimea secțiunii active sub acțiunea forței de precomprimare dezvoltată cu ajutorul buloanelor, aplicată la 10 cm de partea superioară a secțiunii, rezultă de 30 cm;

φ) forța de pretensionare necesară: $N_p = \sigma_{bt} 30.b/2 = 7\,160$ daN;

λ) efortul unitar în cele două buloane, cu diametrul de 20 mm: $\sigma_p = 1\,140$ daN/cm²; pentru $\Delta\sigma_{\bar{\varphi}} = 205$ daN/cm² rezultă $\sigma_{pk} = 1\,345$ daN/cm²; forța de pretensionare de control pentru fiecare bulon orizontal: $N_k = 4\,230$ daN.

2° Pretensionarea buloanelor verticale, ancorate în stîlp:

α) momentul încovoietor în secțiunea orizontală de îmbinare între riglă și stîlp: $M = Ne_0 = 369\,000$ daNcm;

β) momentul de fisurare al secțiunii prin brațele furcii stîlpului: $M_f = 185\,000$ daNcm, în care $b = 2.10 = 20$ cm, $h = 35$ cm, $A_a = A'_a = 6{,}16$ cm², $\alpha = \alpha' = 0{,}1265$;

γ) momentul încovoietor care trebuie preluat prin tensionarea buloanelor: $\Delta M = M - M_f = 184\,000$ daNcm;

δ) forța de compresiune centrică pe secțiunea din rostul orizontal: $N = 5\,900$ daN;

ε) eforturile unitare care apar pe secțiunea prin rostul orizontal: $\sigma_{bt} = -40{,}65$ daN/cm²; $\sigma_{bc} = 59{,}35$ daN/cm²;

φ) forța de precomprimare ce trebuie dezvoltată de buloanele verticale: $N_p = 10\,980$ daN;

λ) efortul unitar în cele două buloane cu diametrul secțiunii slăbite de filet, de 20 mm: $\sigma_p = 1\,750$ daN/cm²; pentru $\Delta\sigma_{\bar{\varphi}} = 315$ daN/cm² și $\Delta\sigma_r = 200$ daN/cm² rezultă valoarea efortului unitar de control în buloanele verticale: $\sigma_{pk} = 2\,265$ daN/cm²; forța de control pentru fiecare bulon vertical: $N_k = 7\,120$ daN.

f) *Încărcarea de rupere pentru secțiunile prin rosturile de îmbinare.* Deoarece armăturile din zonele întinse în îmbinări au secțiuni mai mari decît în elementele prefabricate din beton armat, vor rezulta valori mai mari pentru încărcările de rupere.

4. Experimentarea

Studiul comportării sub sarcini a îmbinărilor s-a efectuat prin încărcarea excentrică a epruvetelor de tip *B* pînă la pierderea capacității de rezistență a elementelor continuizate.

Programul de experimentare, desfășurat în trepte de cîte 1 000 daN, a inclus încărcarea epruvetelor pînă la valoarea forței de compresiune excentrică de exploatare, descărcarea la zero și măsurarea deformațiilor remanente și reîncărcarea lor pînă la pierderea capacității de rezistență a ansamblului experimental.

Deformațiile specifice ale fibrelor adiacente armăturilor nepretensionate din stîlpi cît și a fibrelor extreme întinse, respectiv comprimate, au fost măsurate cu ajutorul unor deformetre mecanice fixe. Evoluția deformațiilor specifice în dreptul rosturilor din îmbinări s-a urmărit cu ajutorul unor deformetre fixe perpendiculare pe fiecare rost.

Capacitatea de transmitere a eforturilor prin îmbinare s-a urmărit indirect pe baza deplasărilor determinate la mijlocul înălțimii ansamblului experimental, cu ajutorul unor microcomparatoare plasate la mijlocul și pe capetele stîlpului.

5. Rezultate

La încercarea epruvetelor cu îmbinări de tip *B* s-a constatat o bună concordanță între rezultatele teoretice și cele obținute experimental. Îmbinările au avut o comportare corespunzătoare, atît din punct de vedere al fisurării, cît și din cel al capacității de rezistență, reprezentînd zone mai sigure decît restul secțiunilor elementelor care se asamblează.

Sub acțiunea încărcărilor de exploatare nu s-au produs fisuri în îmbinări, primele fisuri apărînd în rosturi la o forță mai mare cu 12%.

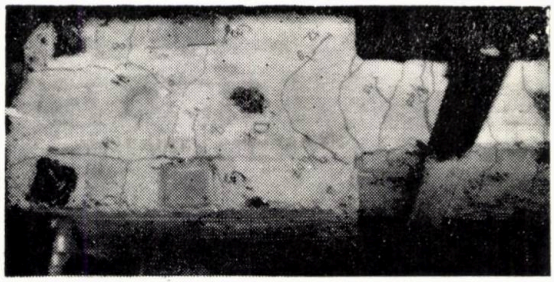
Deplasările ansamblurilor experimentale la mijlocul înălțimii stîlpilor, funcție de încărcarea excentrică, aplicată pe rigle, sînt date în diagramele $P-y$ (fig. 3), iar evoluția sistemului de fisuri este prezentată în fig. 4 și 5.

Se remarcă faptul că buloanele „pătrunse", orizontale, sînt mai eficiente decît cele ancorate în stîlp.

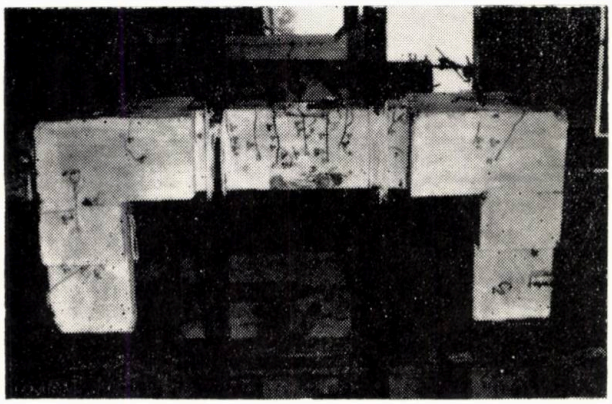
6. Concluzii

Din studiul experimental a rezultat că îmbinările de tip *B*, pretensionate cu buloane din oțeluri de înaltă rezistență, realizează o continuitate totală între elementele prefabricate de beton armat, distribuția solicită-

a



b



c

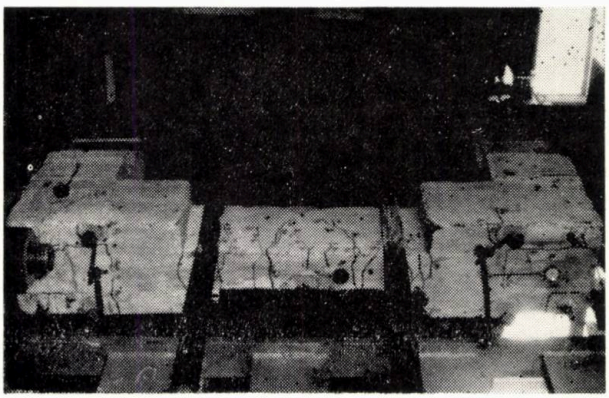


Fig. 5. — Aspecte ale ansamblurilor experimentale de tip *B* la pierderea capacităţii de rezistenţă.

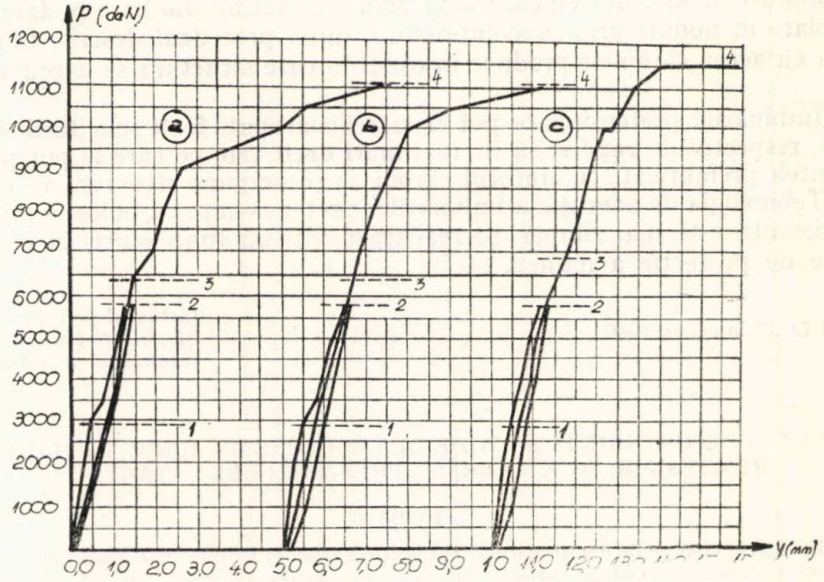


Fig. 3. — Curbele caracteristice $P-y$ pentru ansamblurile $B_1(a)$, $B_2(b)$ și $B_3(c)$: *1*—fisurare secțiune de beton armat ; *2*—exploatare ; *3*—fisurare rost precomprimat ; *4*—rupere secțiune de beton armat.

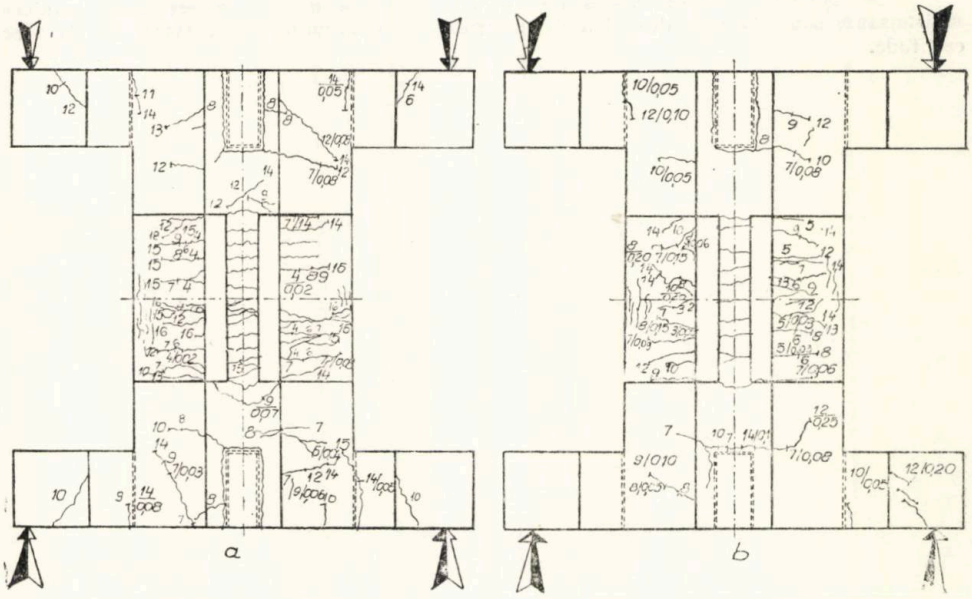


Fig. 4. — Relevee fisuri la pierderea capacității de rezistență a ansamblurilor $B_2(a)$ și $B_3(b)$.

rilor produse de sarcinile cu care se încarcă o structură din bare prefabricate asamblate în noduri prin precomprimare, după procedeul descris, fiind similară cu aceea care s-ar produce în cazul în care structura se execută monolit.

Îmbinările pretensionate pot fi astfel concepute încît solicitările de fisurare, respectiv de rupere, să fie mai mari decît cele pe care le pot prelua elementele prefabricate cu ajutorul cărora se recompune structura în cadre.

Tehnologia de execuție a îmbinărilor pretensionate cu buloane de înaltă rezistență este mai simplă, se realizează într-un timp scurt, în condiții optime de protecție a muncii.

Primită la 31 ianuarie 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

JOINTS PRÉCONTRAINTS À L'AIDE DES BOULONS EN ACIER, DE HAUTE RÉSISTANCE, AUX CADRES PRÉFABRIQUÉS ÉTAGÉS

(Résumé)

On expose nombre de détails concernant la conception et l'étude expérimentale des joints de continuité totale aux cadres, entre les piliers et les poutres, réalisés à l'aide des boulons ou des tiges précontraintes.

Les joints expérimentals ont été réalisés par l'évasement lateral des piliers supérieur et inférieur à côté des noeuds, en obtenant, ainsi, un épaississage de la tête du pilier, dans lequel on a prévu une ouverture de type fourche pour le montage des poutres. Les poutres, à leur tour, sont évasées dans la zone qui précède la pénétration dans la fourche du pilier, d'une manière similaire, en créant des seuils qui permettent l'introduction des boulons ou des tiges par les ouvertures prévues, à l'aide desquelles tous les éléments qui concurent dans le noeud sont assemblés en état de tension.

Les épreuves expérimentales ont prouvé que le noeud se comporte d'une manierè satisfaisante sous l'action des charges extérieures, la continuité totale étant réalisée avec certitude.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. D. 624.01 : 624.07

L'INFLUENCE DE L'ADHÉRENCE SUR L'ESPACEMENT DES FISSURES POUR LES ÉLÉMENTS PRECONTRAINTS À DES ARMATURES PRÉTENDUES

PAR

DOINA NOUR et MARCEL PATRAŞ

1. Considérations générales

Pour les élements de béton précontraint de la II-ème et de la III-ème classe de fissuration (partiellement précontraints), qui travaillent en service à fissures, on limite leurs ouvertures aux valeurs maxima imposées, pour assurer la sécurité à l'égard du danger présenté par la fissuration pendant la durée de vie de l'élement porteur, c'est-à-dire pour assurer sa durabilité.

Dans le travail [4] on analyse le comportement de 18 poutres en béton, précontraintes à armatures prétendues de grande portée (9 ... 18 m), jusqu'à la ruine, pour établir en quelle mesure les formules de calcul à la fissuration, trouvées dans la littérature de spécialité, sont en concordance avec le phénomène réel.

On considère que l'ouverture moyenne de la fissure, α_f, sur la surface d'un élément, est influencée par les paramètres suivants : l'espacement moyen entre les fissures (λ_f), l'allongement spécifique de l'armature dans la fissure ($\Delta\varepsilon_p$), l'allongement spécifique moyen de l'armature entre les fissures (ε_{pm}), l'allongement spécifique moyen du béton entre les fissures (ε_{bm}), c'est-à-dire :

$$\alpha_f = \lambda_f(\varepsilon_{pm} - \varepsilon_{bm}). \tag{1}$$

En négligeant le terme ε_{bm} on obtient :

$$\alpha_f = \lambda_f \varepsilon_{pm}. \tag{2}$$

Cette proportionalitée entre l'ouverture de la fissure, l'espacement des fissures et la déformation spécifique moyenne de l'armature est commune pour toutes les théories de la fissuration, qui diffèrent seulement par la modalité d'exprimer les deux paramètres fondamentaux.

Afin d'évaluer l'espacement des fissures on utilise des rélations (de calcul) sémiempiriques, basées sur les résultats expérimentaux.

Par exemple les Recommandations Internationalles CEB—FIP contiennent la formule suivante :

$$\lambda_f = \xi_1 c + \xi_2 \frac{d}{p}, \tag{3}$$

où ξ_1 et ξ_2 sont des coefficients expérimentaux, d — le diamètre de l'armature, [cm], $p = 100\, A_p / A_{bt}$ — le pourcentage géometrique de l'armature dans la section A_{bt} affectée par la fissuration, avec

$$A_{bt} = 0{,}25\ b_0 h. \tag{4}$$

Les normes roumaines de calcul (STAS 10 107/0-76) préconisent pour l'espacement moyen des fissures la formule :

$$\lambda_f = \beta_f \frac{A_{bt}}{u}, \tag{5}$$

avec :

$$\beta_f = a + \frac{bp}{d}. \tag{6}$$

Pour les élements de la II-ème classe de fissuration on détermine par plusieurs expériences [2] la valeur du coefficient β_f :

$$\beta_f = 0{,}4 + 0{,}2\,\frac{p}{d}, \tag{7}$$

où

$$p = 100\,\frac{A_p}{bh_0}\ ; \tag{8}$$

d est le diamètre de l'armature et u—le périmètre de l'armature.

Dans les normes ci-dessous on précise que l'espacement moyen des fissures, pour les pourcentages d'armature usuels, doit être considéré y compris la distance entre les étriers.

Pour les éléments armés d'acier à haute adhérence PC 90, qui travaillent dans la III-ème classe de fissuration :

$$\beta_f = 0{,}35 + 0{,}3\,\frac{p}{d}. \tag{9}$$

Dans ce qui suit on examine l'influence de l'adhérence exercée sur l'espacement des fissures ; on a pris en considération les résultats rapportés en [5] et [6], les derniers sur 24 éléments de béton du granulat à des armatures prétendues (torons), ainsi que de l'armature passive.

2. Éléments expérimentaux

Les éléments expérimentaux et les principaux paramètres qui varient sont présentés dans le tableau 1.

3. Espacement des fissures

Les valeurs de l'espacement des fissures, calculées et expérimentalles, sont présentés dans le tableau 2.

De l'analyse des résultats obtenus sur les élements présentés dans la colonne 1 d'une manière codifiée, on obtient une valeur moyenne des rapports $\lambda_{f\text{exp}}/\lambda_{f2} = 0{,}92$ (colonne 17) et si l'on tient compte de l'effet de la force de précontrainte on atteint la valeur 0,985 ; le calcul de l'espacement des fissures, en utilisant la formule CEB-FIP, a conduit à une valeur moyenne du rapport $\lambda_{f\text{exp}}/\lambda_{f1} = 1{,}52$ (colonne 16).

Conformément aux normes STAS 10 107/0-76 l'espacement des fissures pour les éléments précontraints à torons TBP (II-ème classe) peut être considéré avec suffisante exactitude comme étant l'espacement des étriers ; c'est ainsi qu'on simplifie le calcul, seulement que la distance devrait varier entre les limites 15...25 cm (on propose, donc, la diminution de l'interval de variation, usuel, des étriers).

Un paramètre qui a varié sensiblement dans les recherches effectuées a été le degré de précontrainte (le rapport entre l'effort final de calcul de l'armature prétendue $\overline{\sigma}_{p0}$ et la résistance normées de celle-ci, R_p^n), prenant des valeurs comprises entre 0,8 et 0,2 (colonne 2).

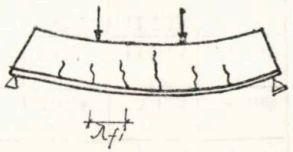


Tableau 1

L'espacement des fissures

Poutre	De-gré de precon-trainte σ_{p0}/R_p^n	λ_{fexp} moyen cm	a cm	$\lambda_f = 1{,}5\ c + 16\ d/p$, FIP—CEB						$\lambda_f = \beta_f A_{bt}/u$, STAS 10 107/0-76				Les valeurs relatives		
				c cm	$1{,}5\ c$	A_{bt} cm²	p%	$16\frac{d}{p}$	λ_{f1} cm	β_f	A_{bt} cm²	u cm	λ_{f2} cm	$\frac{\lambda_{fe}p}{a}$	$\frac{\lambda_{fe}p}{\lambda_{f1}}$	$\frac{\lambda_{fe}p}{\lambda_{f2}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
G 1	0,69	21,85	20	4,55		427,12	2,81	5,12	11,94	0,675	2 205,70	67,90	21,92	1,09	1,83	0,997
G 2	0,67	27,87	30	4,55		417,07	2,87	5,02	11,84	0,680	2 178,96	67,90	21,82	0,93	2,35	1,277
G 3	0,59	24,05	22,2	3,8	6,70	404,77	3,98	4,82	10,52	0,687	2 219,49	67,80	22,49	1,08	2,28	1,070
G 4	0,58	18,55	18,2	3,8	5,70	426,72	3,77	5,09	10,79	0,677	2 169,55	67,80	21,66	1,02	1,72	0,860
G 5	0,22	20,05	22,2	3,8	5,70	441,15	3,65	5,26	10,96	0,667	2 411,05	67,80	23,72	0,90	1,83	0,850
G 6	0,21	15,65	18,2	3,8	5,70	418,73	3,85	4,99	10,69	0,680	2 159,42	67,80	21,66	0,80	1,46	0,720
G 7	0,56	20,27	22,2	3,8	5,70	424,61	3,79	5,06	10,76	0,677	2 186,37	67,80	21,83	0,91	1,88	0,93
G 8	0,53	20,66	22,2	3,8	5,70	434,30	3,71	5,17	10,80	0,670	2 171,22	67,80	21,46	0,93	1,90	0,96
G 9	0,54	24,28	22,2	8,59	12,88	300	5,37	3,57	16,45	0,680	1 869,00	67,80	21,50	1,09	1,47	1,13
G 10	0,49	18,09	18,2	7,60	11,40	267,5	6,02	3,19	14,59	0,827	1 762,89	67,80	21,50	0,99	1,34	0,84
G 11	0,57	20,68	18,2	10,45	15,67	457,5	8,58	4,66	20,33	0 656	2 154,15	62,80	22,50	1,14	1,01	0,92
G 12	0,49	23,37	22,2	10,25	15,37	438,48	8,95	4,47	19,84	0,660	2 087,08	62,80	21,93	1,05	1,17	1,06
G 13	0,57	12,64	18,2	7,75	11,62	430	3,75	5,12	16,74	0,670	2 189,72	67,80	21,60	0,69	0,75	0,59
G 14	0,54	22,55	18,2	8,2	12,30	439,68	3,66	5,24	17,54	0,660	2 245,75	67,80	21,82	1,24	1,28	1,03
G 12-6	0,79	11,74		3,75	5,62	343,75	5,71	7,00	12,62	0,480	1 085,62	31,40	15,98	—	0,93	0,73
G 18-12-2	0,75	12,65		4,75	7,12	437,50	10,10	3,96	11,08	0,700	1 604,30	70,65	15,89	—	1,14	0,80
G 18-12-7	0,59	19,25		4,5	6,75	630	3,43	5,60	12,35	0,630	2 651,50	904,32	18,45	—	1,56	1,04
G 9-1 a	0,62	13,07		3,4	5,10	457,5	5,48	3,50	8,60	0,890	2 085,65	105,50	17,59	—	1,52	0,74

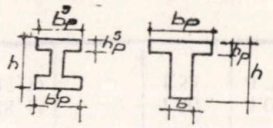


Tableau 2

Éléments expérimentaux

Indicatif poutre	Longueur m	Dimensions calculés des sections, [cm]				Qualité du beton	L'armature prétendue effective*)			Étriers OB 37			Force de précontrainte kgf	σ_{p0} kgf/cm²	$\bar{\sigma}_{p0}$ kgf/cm²
		h	b_p	h_p	b		Qualité	Section cm²	Coeff. P%	Ø/m	Section cm²	Coeff. P_t%			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
G 1							TBP 9		0,82	5 Ø 8	2,50	0,335	161,60	13 480	12 467
G 2							24×7 Ø3	11,99	0,84	3 Ø 6	0,86	0,114	161,60	13 476	12 100
G 3									1,15	4,5 Ø 8	2,25	0,30	178,50	11 086	10 052
G 4					15				1,11	5,5 Ø12	6,21	0,83	177,30	11 012	9 796
G 5									1,07	4,5 Ø 8	2,25	0,30	62,70	3 895	3 648
G 6							TBP 12		1,12	5,5 Ø12	6,21	0,83	62,70	3 895	3 590
G 7							18×7Ø14		1,11	4,5 Ø 8	2,25	0,30	152,90	9 495	9 062
G 8									1,08	4,5 Ø 8	2,25	0,30	152,90	9 490	8 942
G 9	9,20	100	50	20					1,53	4,5 Ø 8	2,25	0,45	147,15	9 140	8 490
G 10					10	B400			1,71	5,5 Ø12	6,21	1,245	147,25	9 146	8 306
G 11									2,55	5,5 Ø12	6,21	0,83	148,40	3 800	3 395
G 12					15		PC 90	39,2	2,61	4,5 Ø 8	2,25	0,30	151,40	3 855	3 402
G 13							TBP 12		1,08	5,5 Ø12	6,21	0,83	163,56	10 159	9 731
G 14							18×7 Ø4	16,11	1,05	5,5 Ø12	6,21	0,83	163,80	10 176	9 247
		h	b_p^s / b_p^i	h_p^s / h_p^i	b										
G 12-6	11,80	110	40		12,5	B500	PC 90	PC 90	1,66	var.	—	—	103,80	5 285	4 755
G 18-12--2	17,70	175	50 / 35		10	B500	PC 90	PC 90	2,94	var.	—	—	226,4	5 125	4 500
G 18-12--7	11,70	210	63 / 54		12	B500	TBP 12	TBP 12	0,93	var.	—	—	245,7	11 375	10 105
G 9 1 a	8,45	122	70 / 40		15	B500	TBP 12	TBP 12	1,97	var.	—	—	282,0	11 255	10 513

*) On c'est rapporté à la section réele du béton.

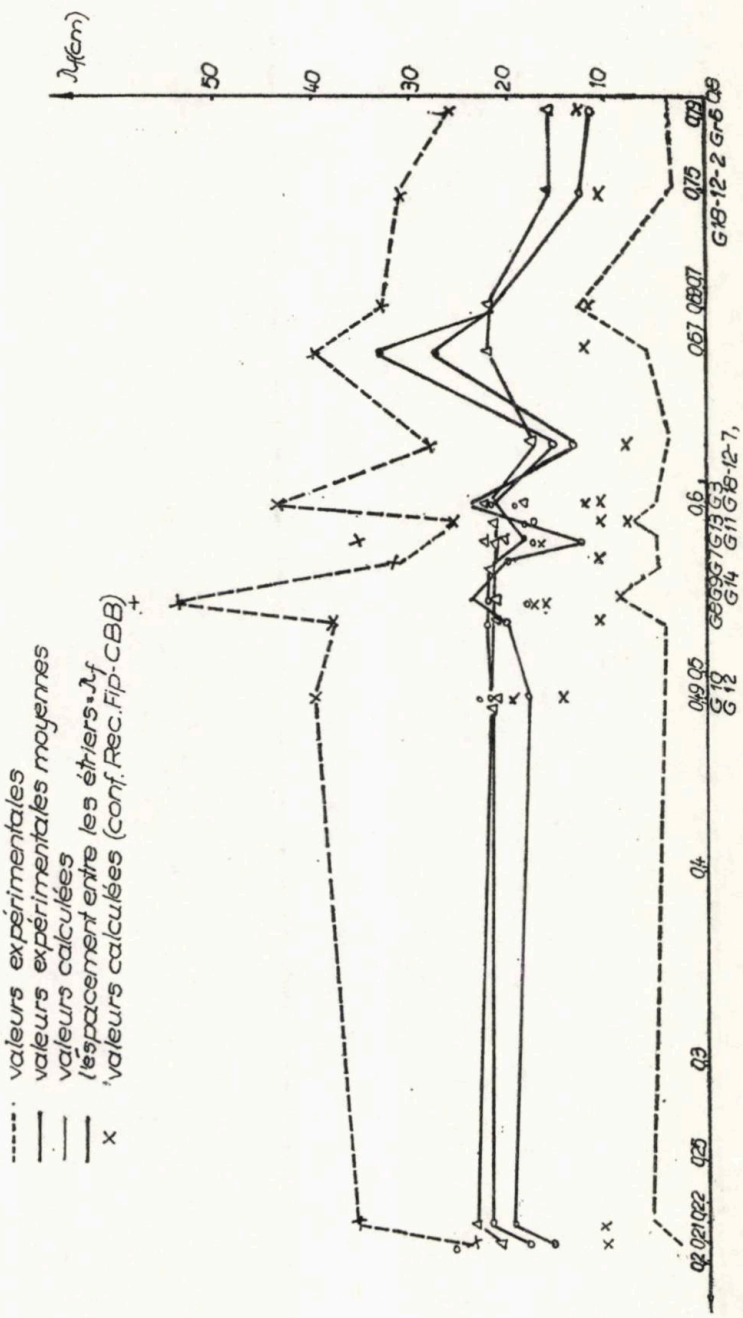
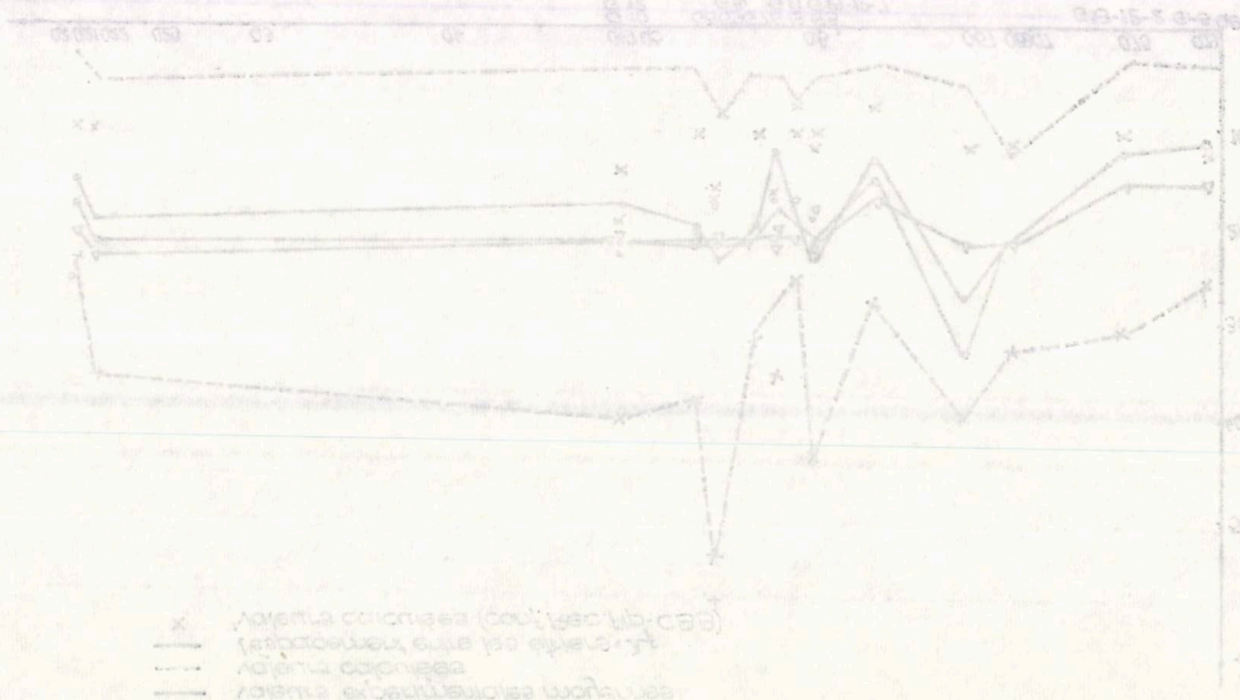


Fig. 1. — L'espacement des fissures λ_f en fonction du degré de précontrainte.



L'influence de ce paramètre sur l'espacement des fissures permet à formuler une opinion en ce qui concerne cet aspect, ainsi que l'explication des résultats obtenus et rapportés par d autres auteurs.

Dans la fig. 1 est représentée la variation des espacements des fissures en fonction du degré de précontrainte ; les valeurs expérimentales moyennes sont représentées par une trace continuelle, les valeurs expérimentales maxima et minima par une trace interrompue, ainsi que les valeurs calculées à l'aide des formules (3), (5) et $\lambda_f = a$.

On arrive à la conclusion que dans la zone du moment fléchissant constant pour les éléments du béton précontraint usuel (lourd), les espacements des fissures ne varient pas avec le degré de la précontrainte.

Ces résultats, obtenus sur des éléments de grande hauteur, ayant une portée importante et l'armature dispersée dans la semelle inférieure, certaines d'entre elles même le long de la hauteur, ne sont pas en concordance avec ceux obtenus par P o n s et P i n g l o t (fig. 2) à New York en 1974 sur des éléments à armatures post-tendues [5] ni même avec ceux trouvées par Magdalena T o m a [6] pour 24 élements du béton léger de granulat précontraint à torons et d'armature passive, des auteurs cités ci-dessus observent toutefois une tendance d'augmentation des espacements des fissures avec le degré de la précontrainte.

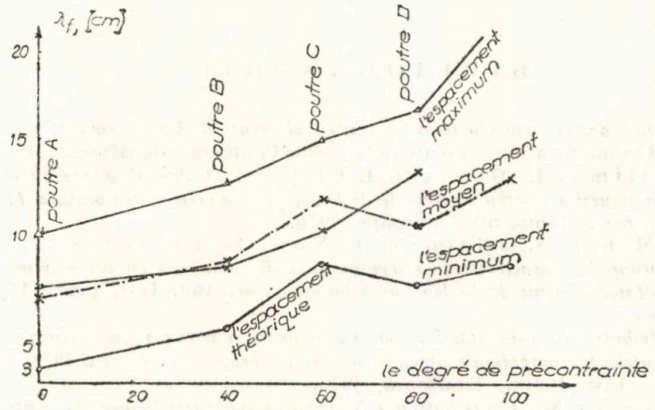


Fig. 2.— La variation de l'espacement des fissures selon P o n s et P i n g l o t [5],

C'est la noncordance mentionée ci-dessus qui a relevé l'influence de l'adhérence sur l'espacement des fissures pour les élements en béton lourd et léger.

La fissuration est conditionée par :

a) nombreux facteurs qui dépendent des caractéristiques du béton à savoir : résistance, défauts de structure, retrait, fluage ;

b) une série de facteurs qui dépendent des caractéristiques de l'acier : qualité, quantité et manière de dispersion, existence or absence de l'adhérence entre le béton et l'armature.

Sur la surface de contact entre l'armature prétendue et le béton, le mécanisme d'adhérence pour les élements de béton lourd se réalise par

transfert pour les rapports $\bar{\sigma}_{p0}/R_p^n$ compris entre 0,2 et 0,8 sans que les dents du béton (pour la valeur maximum du rapport), présents dans les irrégularitées de l'armature, subissent des avaries locales. C'est pourquoi l'espacement des fissures dans une poutre sollicitée au moment fléchissant (la zone centrale) ne dépend pas du degré de la précontrainte.

Pour les éléments en béton léger l'espacement des fissures augmente au fur et à mesure que le degré de la précontrainte s'accroit, ce qui prouve que les avaries locales au transfert modifient l'alure générale des courbes (fig. 2).

Ce comportement est en accord avec les résultats qu'on obtient à l'aide des essais d'adhérence sur les éléments en béton armé étudiés dans le travail [3].

On met en évidence, l'absence presque totale de la friction entre les barres d'armature et le béton léger d'enrobage quand l'effet de butée est annulé.

En extrapolant ces observations pour le phénomène de transfert des éléments en béton léger on peut arriver à une limitation de l'effort maximum de précontrainte, ce qui permet de garder le mécanisme d adhérence.

Reçue le 21 octobre 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Béton armé et des Constructions hydrotechniques

BIBLIOGRAPHIE

1. Avram C., *Clase de verificare la fisurare pentru elemente de beton armat și beton precomprimat.* Communication présentée à la V-ème Conférence de Bétons, Timișoara, 1972.
2. Avram C., Filimon I., Deutsch, I., Clipii T., *Calculul la starea limită de deschidere a fisurilor pentru elementele de beton precomprimat din clasa a II-a și a III-a de fisurare.* Manuscrit, Timișoara, 1976.
3. Capatu C., Mihul A., Diaconu D., Nour D., Cuciureanu A, *Sur la modification des caractéristiques dynamiques des éléments cn béton armé comme suite de l'affaiblissement de la liaison béton-armature.* Bul. Inst. polit., Iași, **XVI(XX)**, (1970).
4. Nour D., *Contribuții la studiul stărilor limită de fisurare și de rupere în secțiuni normale pentru elementele precomprimate armate cu bare cu profil periodic PC 90 și toroane TBP.* Thèse, Inst. Polyt., Timișoara, 1976.
5. Pons G., Pinglot M., *Contribution à l'étude du béton partiellement précontraint.* Congrès de la FIP, New-York, 1974.
6. Toma M., *Elemente de beton ușor parțial precomprimat. Verificarea la stările limită de rupere și de fisurare.* Thèse, Inst. Polyt., Cluj-Napoca, 1975.

INFLUENȚA ADERENȚEI ASUPRA DISTANȚEI DINTRE FISURI PENTRU ELEMENTE PRECOMPRIMATE CU ARMĂTURI PREÎNTINSE

(Rezumat)

Se prezintă observațiile teoretice și experimentale privind influența aderenței asupra distanței dintre fisuri, pentru elemente precomprimate cu armături preîntinse supuse la încovoiere, din beton ușor și greu.

Se recomandă limitarea efortului maxim de precomprimare pentru elemente din beton ușor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.01 ; 626.07

ELEMENTE DE ÎNNĂDIRE A ARMĂTURILOR POSTINTINSE LA STRUCTURILE DE REZISTENȚĂ DIN BETON PRECOMPRIMAT

DE

C. LEONTE

1. Asupra înnădirii armăturilor postîntinse

Folosirea armăturilor postîntinse continue (fig. 1 *a* și *b*) la structurile de rezistență din beton precomprimat este limitată îndeosebi de industrializarea execuției prin prefabricare și de pierderile de tensiuni datorate frecării care în cazul unor trasee poligonale sau curbe ating valori inadmisibil de mari. Pentru a avea o imagine a efectului defavorabil al frecării s-au calculat pierderile de tensiuni la o grindă continuă cu cinci deschideri la care precomprimarea se realizează cu armături postîntinse cu traseu curb (fig. 2). S-a considerat pentru axul armăturii funcția :

$$y=4f\frac{x}{s}\left(1-\frac{x}{s}\right),$$

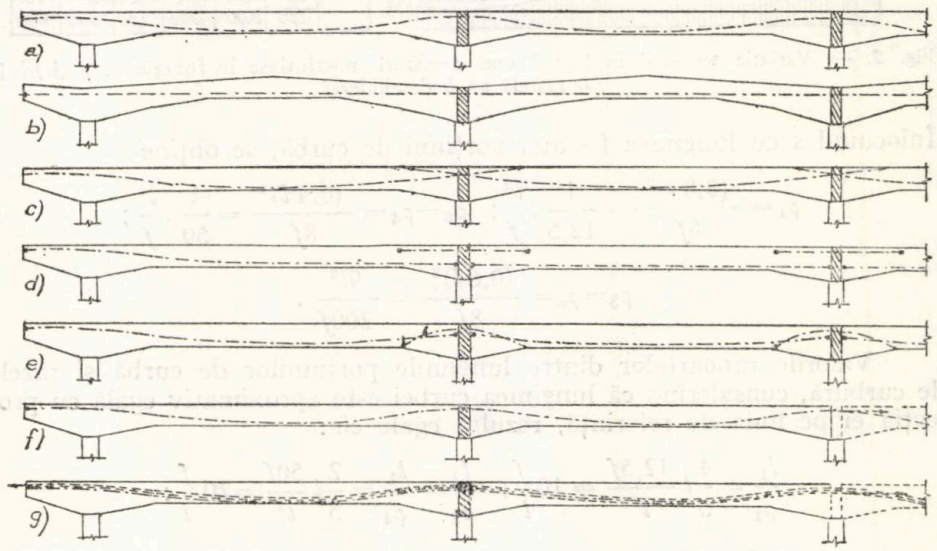
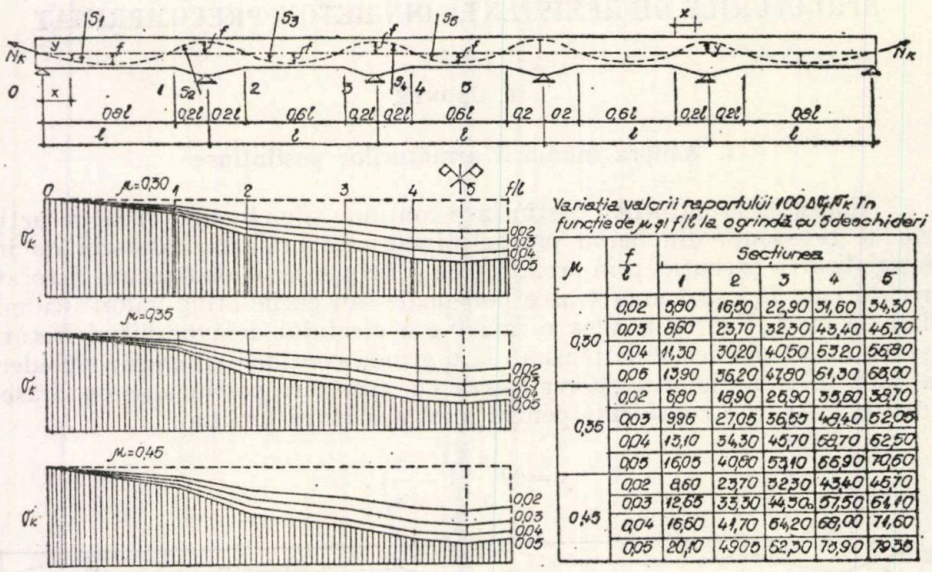


Fig. 1. — Procedee de asamblare a grinzilor continue de beton precomprimat din elemente prefabricate de beton, beton armat și beton precomprimat.

în care s-a notat cu s lungimea fiecărei porţiuni de curbă între două intersecţii cu linia de referinţă şi cu x distanţa de la începutul fiecărei porţiuni de curbă pînă într-o secţiune oarecare. Deoarece în fiecare porţiune săgeata maximă are aceeaşi valoare (f) rezultă curburi şi raze de curbură diferite:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{8f}{s^2} \quad \text{şi} \quad \rho = -\frac{s^2}{8f}.$$



Variaţia valorii raportului $100\,\sigma_k/\sigma_{k0}$ în funcţie de μ şi f/l la o grindă cu 5 deschideri

μ	$\frac{f}{l}$	Secţiunea 1	2	3	4	5
0,30	0,02	5,90	16,50	22,90	31,60	34,30
	0,03	8,50	23,70	32,30	43,40	46,70
	0,04	11,30	30,20	40,50	55,20	56,80
	0,05	13,90	36,20	47,60	61,30	66,00
0,35	0,02	6,80	18,90	26,90	35,80	38,70
	0,03	9,95	27,05	36,65	49,40	52,05
	0,04	13,10	34,30	45,70	58,70	62,50
	0,05	16,05	40,60	53,10	66,90	70,60
0,45	0,02	8,60	23,70	32,30	43,40	46,70
	0,03	12,65	33,30	44,30	57,50	64,10
	0,04	16,60	41,70	54,20	68,00	74,60
	0,05	20,10	49,05	62,30	73,90	79,35

Fig. 2. — Variaţia tensiunii în lungul unei armături postîntinse în funcţie de μ şi f/l la o grindă cu 5 deschideri.

Înlocuind s cu lungimea fiecărei porţiuni de curbă, se obţine:

$$\rho_1 = \frac{(0{,}8\,l)^2}{8f} = \frac{1}{12{,}5}\cdot\frac{l^2}{f}; \quad \rho_2 = \rho_4 = \frac{(0{,}4\,l)^2}{8f} = \frac{1}{50}\cdot\frac{l^2}{f};$$

$$\rho_3 = \rho_5 = \frac{(0{,}6\,l)^2}{8f} = \frac{9l^2}{200f}.$$

Valorile rapoartelor dintre lungimile porţiunilor de curbă şi razele de curbură, considerînd că lungimea curbei este aproximativ egală cu proiecţia ei pe linia de referinţă, rezultă egale cu:

$$\frac{l_1}{\rho_1} = \frac{4}{5}\,l\,\frac{12{,}5f}{l^2} = 10\,\frac{f}{l}; \quad \frac{l_2}{\rho_2} = \frac{l_4}{\rho_4} = \frac{2}{5}\,l\,\frac{50f}{l^2} = 20\,\frac{f}{l};$$

$$\frac{l_3}{\rho_2} = \frac{3}{5}\,l\,\frac{200f}{9l^2} = 13{,}3\,\frac{f}{l}; \quad \frac{l_5}{\rho_5} = \frac{3}{5}\,l\,\frac{200f}{9l^2} = 6{,}70\,\frac{f}{l}.$$

Pierderile de tensiuni datorită frecării au fost calculate cu formula cunoscută :

$$\Delta\sigma_f = [1 - e^{-(Ks+\mu\Sigma(l_i/r_i)}]\ \sigma_{pk} = (1 - e^{-A})\sigma_{pk}.$$

Neglijînd efectul termenului Ks și dînd diferite valori raportului f/l pentru cele mai obișnuite moduri de realizare a canalelor, cu teacă din PVC ($\mu = 0{,}30$), cu teacă de tablă ($\mu = 0{,}35$) și canale de beton ($\mu = 0{,}45$), s-au calculat valorile pierderilor de tensiune la sfîrșitul fiecărei porțiuni curbe (fig. 2) care pentru secțiunea *5*, de la mijlocul grinzii, rezultă inadmisibil de mari.

Un mijloc de reducere a valorilor pierderilor de tensiuni datorate frecărilor îl constituie fragmentarea armăturilor în tronsoane de lungimi mai mici, egale cu deschiderile grinzilor (fig. 1 *c*, *d* și *e*). Această fragmentare apare necesară și în scopul industrializării execuției prin prefabricare care presupune împărțirea structurilor de rezistență în elemente de dimensiuni mai mici care să poată fi ridicate și transportate.

Realizarea continuității în îmbinările dintre elementele prefabricate de beton precomprimat se poate obține cu ajutorul unor armături postîntinse eclise drepte sau curbe (chapeau) (fig. 1 *d* și *e*). Acest procedeu cere însă un consum suplimentar important de armături pretensionare, de ancoraje, de utilaje și manoperă de pretensionare etc. Toate operațiile de pretensionare a armăturilor eclise se realizează pe structură, în condiții de protecție a muncii dezavantajoase. Efectul pretensionării armăturilor eclise nu este cel mai bun deoarece se produc pierderi însemnate de tensiuni din cauza lunecărilor și deformărilor în ancoraje iar la cele curbe (chapeau) se produc în plus pierderi mari de tensiuni datorită frecărilor.

În vederea eliminării acestor dezavantaje au fost elaborate procedee de asamblare a structurilor de rezistență, alcătuite din elemente prefabricate, prin înnădirea și postîntinderea succesivă a armăturilor pretensionate (fig. 1 *f* și *g*). Conform acestor procedee [1], [2[, [5], [10], [11] armăturile lăsate libere în elementul prefabricat, care se montează, se înnădesc cu armăturile postîntinse și blocate din partea structurii de rezistență executată și după întărirea mortarului sau betonului din îmbinare se pretensionează de la capătul liber al elementului prefabricat (fig. 1 *f*). Pentru a asigura capacitatea de rezistență și siguranța la fisurare pe timpul transportului și montajului fără a mări secțiunea armăturii din oțel moale au fost elaborate procedee [1] conform cărora în fiecare element prefabricat o parte din fascicole sînt pretensionate și blocate, celelalte fiind lăsate libere în canale (fig. 1 *g*). Continuitatea precomprimării în îmbinări se realizează prin înnădirea armăturilor postîntinse lăsate libere în canale cu armăturile postîntinse și blocate și prin pretensionarea primelor de la capetele libere ale structurii de rezistență.

2. Elemente de înnădire a unor fascicole nepretensionate cu fascicole pretensionate și blocate

Au fost concepute și realizate diferite tipuri de elemente de înnădire în funcție de alcătuirea armăturilor postîntinse și de mijloacele care se folosesc pentru pretensionarea și blocarea lor (fig. 3...10). Pentru cazurile cînd

ancorarea se realizează cu piulițe (fig. 3 și 4) a fost conceput un element de înnădire a sîrmelor fascicolului cu o bară groasă filetată care împreună cu piulița realizează ancorajul armăturii (fig. 3). De această bară groasă, folosind același element, se poate înnădi fascicolul nepretensionat din elementul care se asamblează în construcție (fig. 4). Elementul poate fi folosit și la înnădirea a două fascicole nepretensionate (fig. 5).

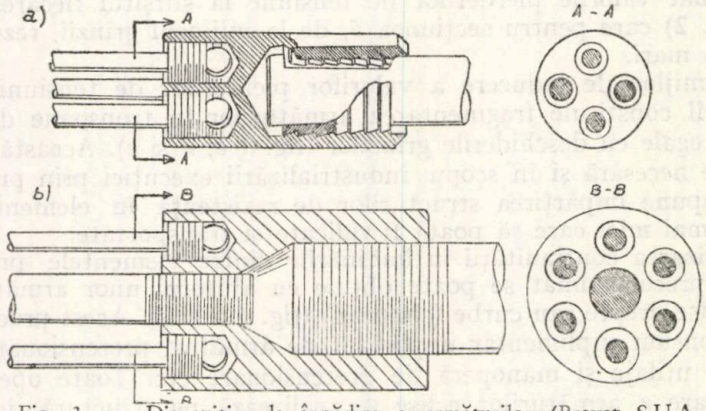


Fig. 3. — Dispozitiv de înnădire a armăturilor (Brevet S.U.A. *3 387 417*)

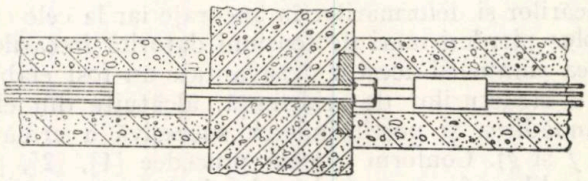


Fig. 4. — Înnădirea a două armături postîntinse (Brevet S.U.A. *3 387 417*).

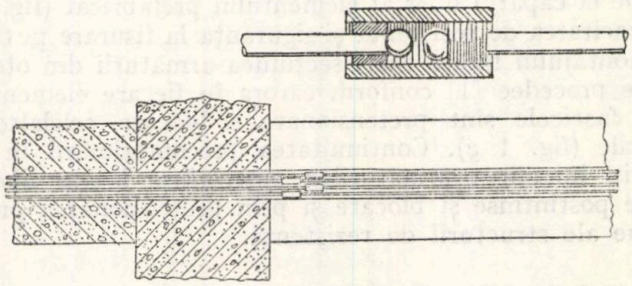


Fig. 5. — Înnădirea a două armături înainte de pretensionare (Brevet S.U.A. *3 387 417*).

Un sistem interesant de înnădire a două fascicole nepretensionate este alcătuit din două plăci de oțel cu găuri, în formă de gaură de cheie (fig. 6 *b* și 7 *b*) în care se ancorează sîrmele celor două fascicole care se înnă-

desc și care sînt îngroșate la capete. Sistemul permite și o întindere a fascicolelor, înainte de a fi pretensionate, cu șuruburi (fig. 6 *d*) sau cu plăci cu rol de pană (fig. 7 *c*) sau șuruburi care îndepărtează plăcuțele metalice (fig. 7 *d*).

În cazul folosirii procedeului B.B.R.V. de pretensionare și ancorare, înnădirea a două fascicole nepretensionate (fig. 8 *b*) sau a unui fascicol nepretensionat cu unul pretensionat și blocat (fig. 8 *a*) se poate realiza cu ajutorul unor mufe filetate. Pentru a putea fi cuplate, ancorajele sînt filetate pe fețele laterale.

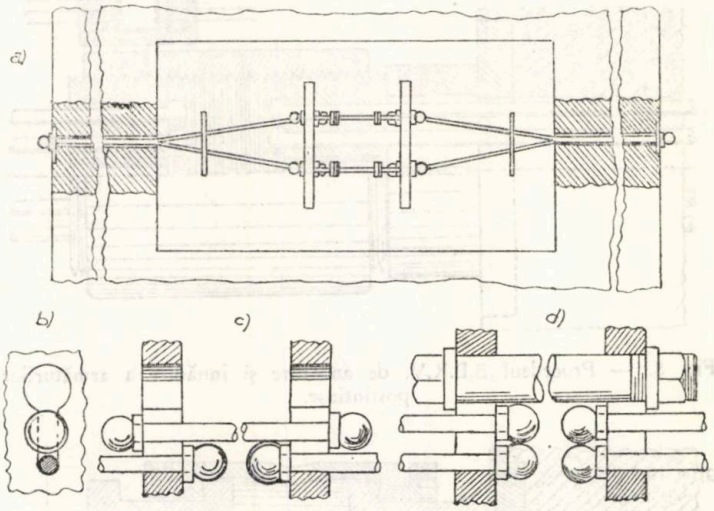


Fig. 6. — Dispozitiv de înnădire a armăturilor postîntinse (Brevet S.U.A. *3 427 772*).

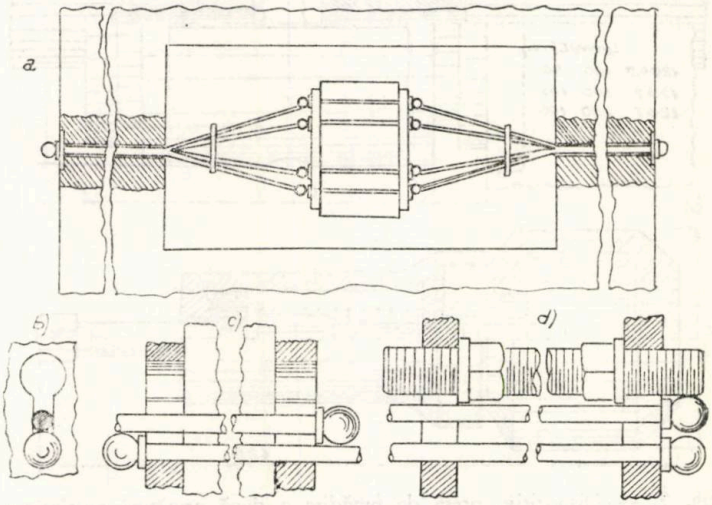


Fig. 7. — Dispozitiv de înnădire a armăturilor postîntinse (Brevet S.U.A. *3 427 772*).

Pentru înnădirea a două fascicole, în cazul folosirii ancorajelor de tip inel și con simplu sau dublu, în R.S.Cehoslovacia sînt utilizate elemente metalice semicilindrice cu îngroșări la capete și inele cilindrice (fig. 9 *a*). Suprafața laterală a ancorajelor este și ea prevăzută cu îngroșări cilindrice la capete, capabile să preia forța de întindere transmisă de armăturile pretensionate. Pentru blocarea în ancoraje a fascicolelor nepretensionate (libere în canale) se folosește o presă de o construcție corespunzătoare (fig. 9 *b*).

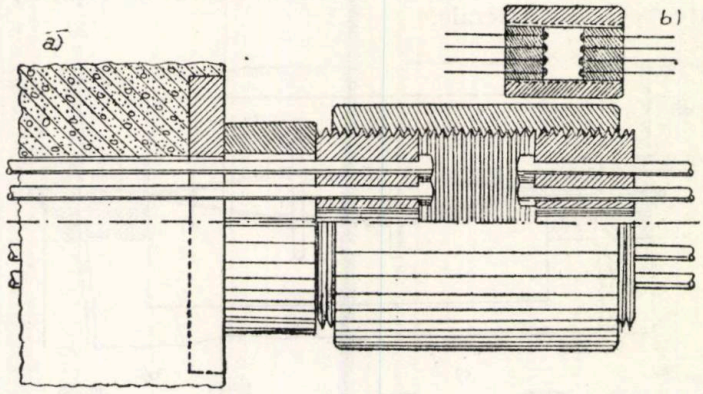


Fig 8. — Procedeul B.B.R.V. de ancorare și înnădire a armăturilor postîntinse.

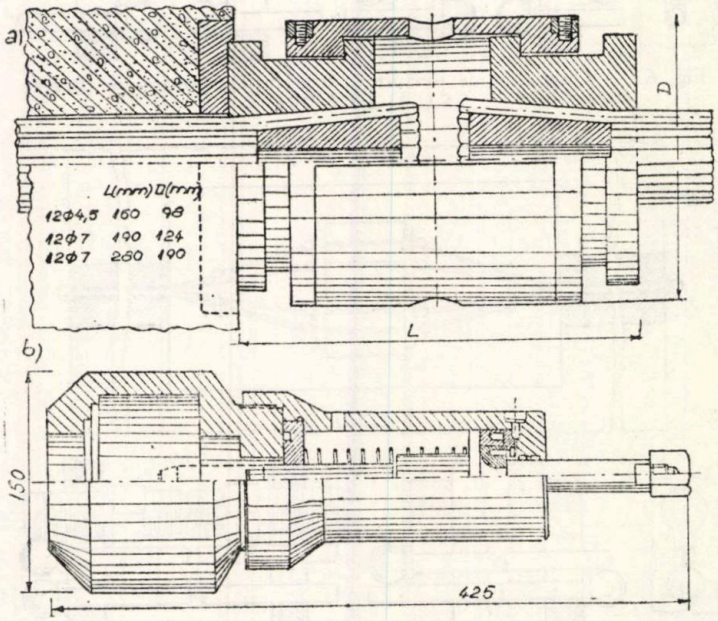


Fig. 9. — Dispozitiv, presă de înnădire a două armături postîntinse (C.S.S.R.)

În fig. 10 este reprezentat un dispozitiv de înnădire a două fascicole pretensionate și blocate cu ancoraje de tip Korovkin. Acest sistem se folosește la realizarea continuității armăturilor în îmbinări fără realizarea continuității precomprimării.

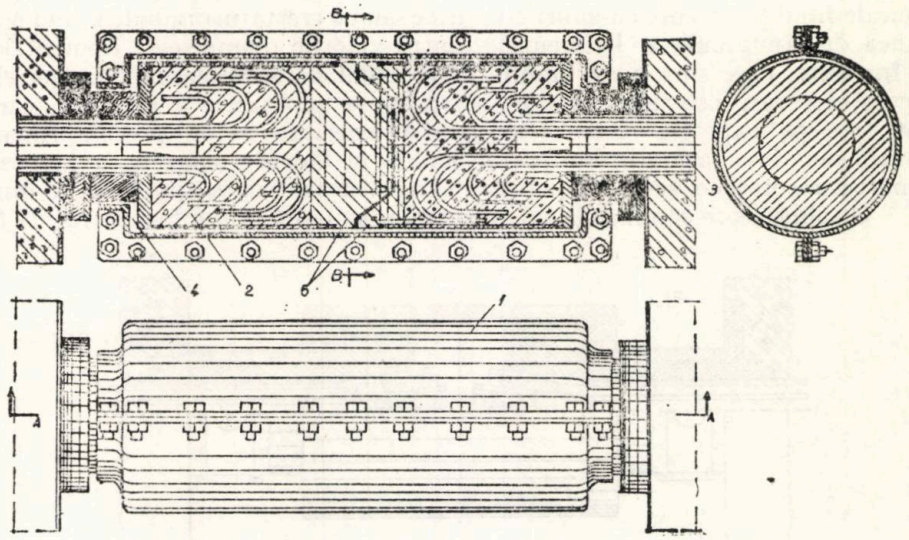


Fig. 10. — Îmbinarea cap la cap a elementelor de construcții prefabricate de beton precomprimat (Brevet U.R.S.S. *104 637*) : *1* — piesă de înnădire din platbandă semicilindrică îndoită după ancoraj : *2* — ancoraj Korovkin ; *3* — fascicol de sîrme ; *4* — mortar de ciment ; *5* — umplutură de beton armat.

Aceste procedee de alcătuire și de pretensionare a grinzilor continue și a riglelor cadrelor multiple prezintă o serie de dezavantaje ca de exemplu : creșterea consumului de armături nepretensionate necesare satisfacerii condițiilor de rezistență și de fisurare la transport și montaj, realizarea operațiilor de pretensionare pe structură de la capătul liber al fiecărei deschideri care măresc timpul de execuție și necesită măsuri suplimentare costisitoare de protecție a muncii etc.

3. Elemente de înnădire a unor fascicole pretensionate și blocate pe capetele elementelor prefabricate de beton precomprimat

Dezavantajele procedeelor de asamblare arătate mai sus (§§ 1 și 2) pot fi eliminate dacă fiecare din elementele prefabricate ale structurii de rezistență se precomprimă în întregime, continuitatea în îmbinări realizîndu-se prin cuplarea ancorajelor armăturilor postîntinse fără aderență cu betonul (canalele neinjectate cu mortar) și continuizarea forței de pretensionare în armăturile înnădite prin extragerea de sub ancoraje a unor dispozitive de transfer [6]...[8].

Pentru cuplarea ancorajelor au fost concepute elementele de înnădire corespunzătoare (fig. 11 *a* și *c*) care sînt alcătuite din bucăți de țeavă

de oțel cu diametrul interior mai mare decît diametrul exterior al ancorajelor, filetate în interior la ambele capete, prevăzute cu o gaură în perete pentru verificarea injectării și două piulițe, sub forma unor șaibe cilindrice, cu diametrul interior mai mare decît cel al șaibelor de rezemare provizorie a ancorajelor, filetate pe suprafețele laterale exterioare, pe una din fețele frontale fiind prevăzute cu găuri cilindrice sau cu crestături radiale avînd secțiunea dreptunghiulară. Diferențele dintre valorile diametrelor elementelor de înnădire, care sînt piese mobile în procesul de asamblare și diametrele ancorajelor respectiv ale șaibelor de rezemare provizorie a acestora, care sînt fixe pe capetele elementelor prefabricate de beton precomprimat, permit înnădirea armăturilor pretensionate și blocate chiar dacă la poziționarea ancorajelor se produc erori a căror valoare poate ajunge la 10 mm.

O soluție care conduce la toleranțe mai mici este prezentată în fig. 11 *b*.

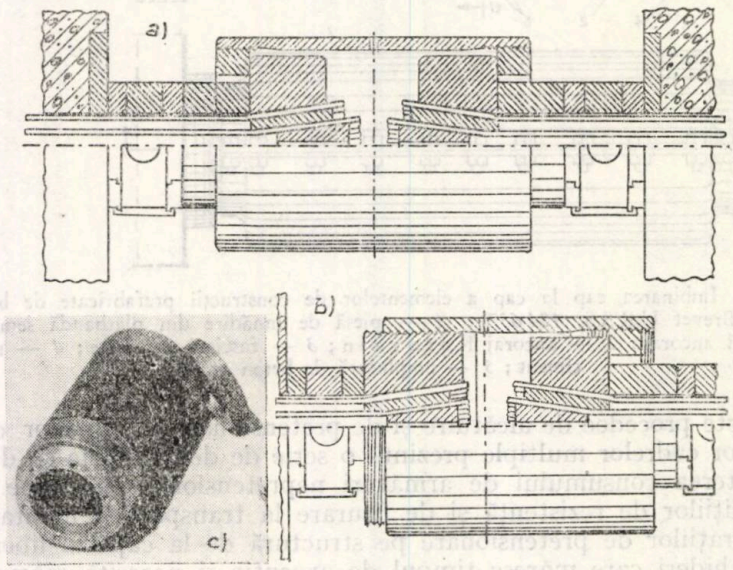
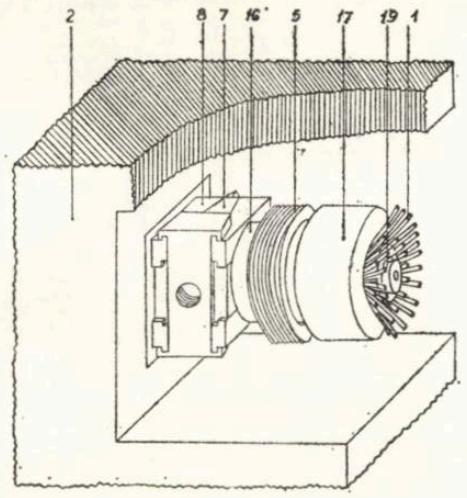


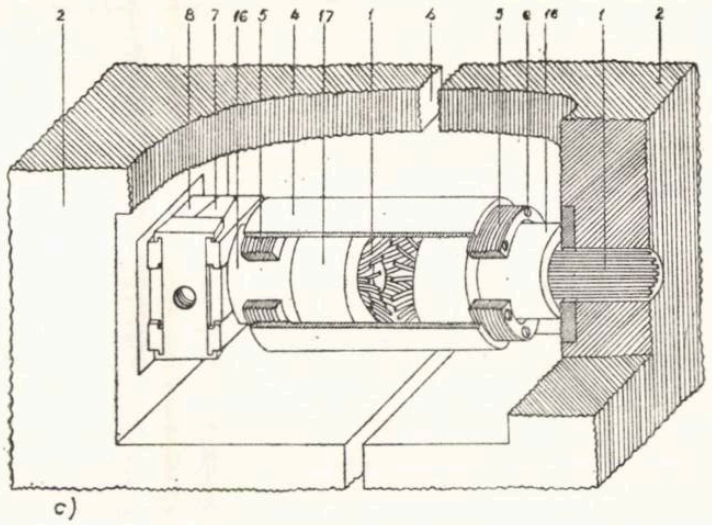
Fig. 11. — Element de înnădire a două fascicole pretensionate și blocate.

Piulițele elementelor de înnădire se așază în spatele ancorajelor, pe șaibele de rezemare provizorie a acestora, înainte de pretensionarea și blocarea armăturilor (fig. 12 *a* și *b*). Cuplarea ancorajelor se realizează prin înșurubarea pieselor cilindrice ale elementelor de înnădire cu piulițele din spatele ancorajelor elementului prefabricat montat în structura de rezistență (fig. 12 *b*), prin aducerea elementului de beton precomprimat în curs de montare astfel încît ancorajele dinspre îmbinare să intre în piesele cilindrice ale elementelor de înnădire (fig. 12 *c*) și prin strîngerea piulițelor elementelor de înnădire (fig. 12 *d*).

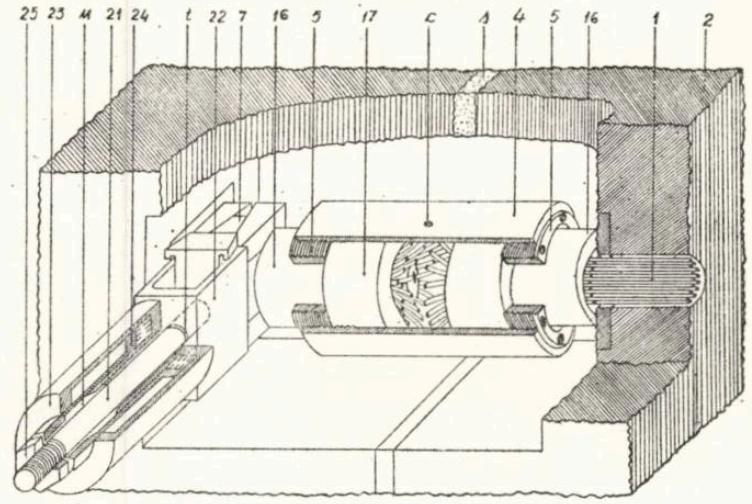
După betonarea sau umplerea cu mortar a rosturilor dintre elementele prefabricate și după întărirea acestora se extrag dispozitivele de transfer realizîndu-se continuitatea forței de pretensionare în armăturile postîntinse înnădite și respectiv precomprimarea îmbinărilor.



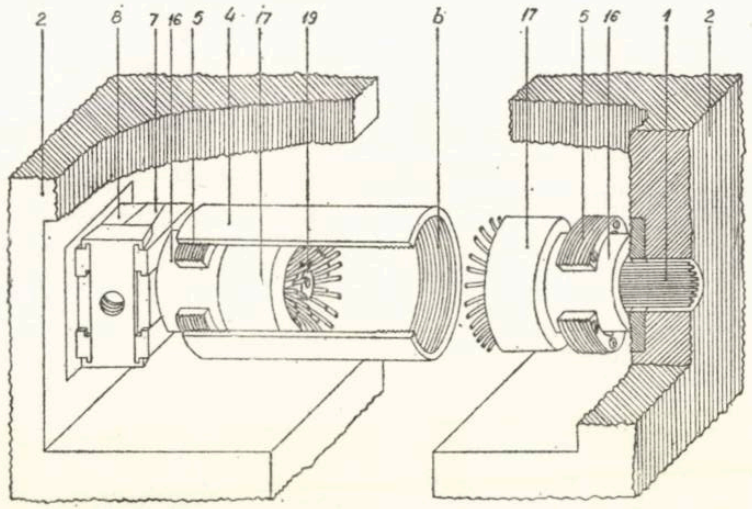
a)



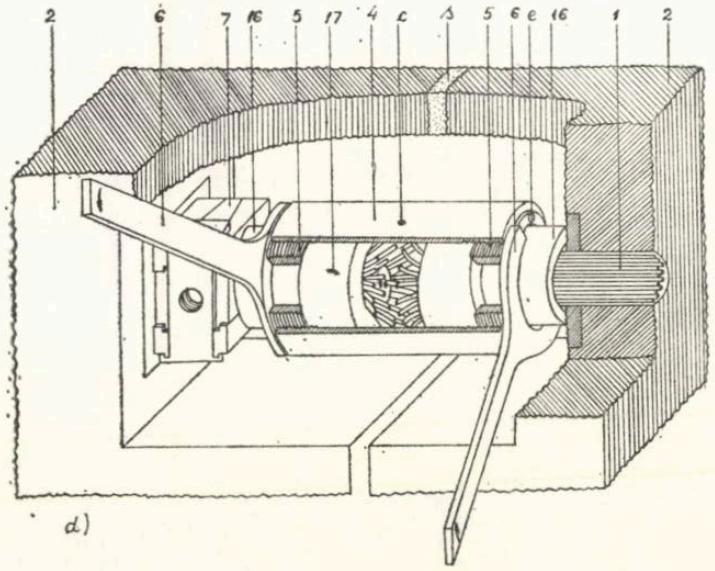
c)



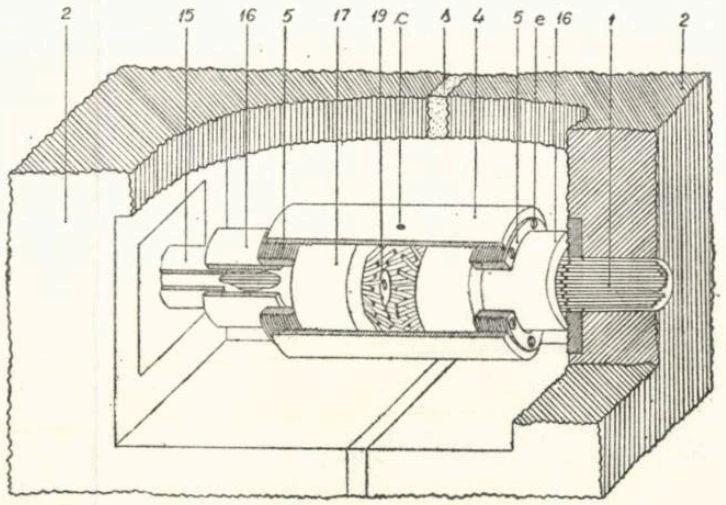
e)



b)

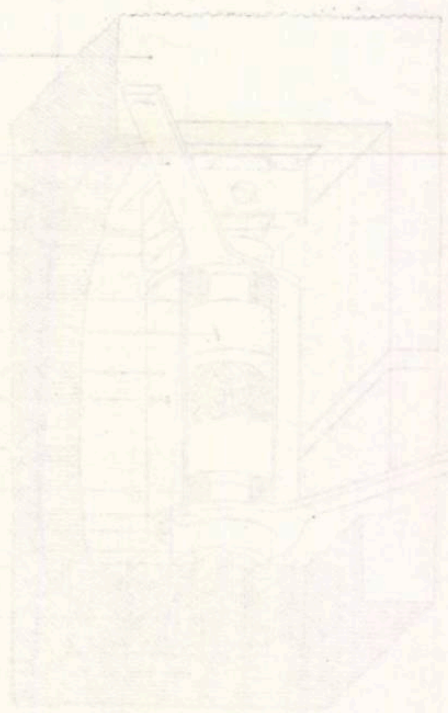


d)



f)

Fig. 12 — Faze ale înnădirii a două fascicole pretensionate și blocate.



4. Studiul experimental al elementelor de înnădire

Elementele de înnădire trebuie să aibă o capacitate de rezistență cel puțin egală cu cea a armăturilor postîntinse pe care le înnădesc. Din această condiție se stabilesc grosimea peretelui țevii și a piulițelor. Au fost verificate experimental elemente de înnădire pentru fascicole 12 Ø5 mm SBPI. Ele au fost alcătuite din țeavă de oțel OL 38 cu diametrul exterior de 105 mm, diametrul interior de 84,6 mm și lungimea de 210 mm și două piulițe inelare cu grosimea de 25 mm, diametrul exterior de 89,6 mm, diametrul interior de 63 mm, cu filet triunghiular cu adîncimea de 2,5 mm. La capete, în interior, pe lungimea de 30 mm, s-a tăiat filet cu adîncimea de 2,5 mm. Aria secțiunii țevii în zonele filetate, $A_{net}=18{,}5$ cm^2, iar în zona nefiletată, $A=30{,}40$ cm^2. Pentru $\sigma_c=2\,100$ daN/cm^2 rezultă capacitatea de rezistență $N=A_{net}\sigma_c=38\,430$ daN care este mai mare decît forța de pretensionare de control:

$$N_k=A_p\sigma_{pk}=2{,}35\,.\,13\,200=31\,000 \text{ daN}.$$

Forța de forfecare a filetului piuliței, considerînd secțiunea de forfecare la jumătatea înălțimii filetului și rezistența de forfecare de calcul, $R_f=1\,300$ daN/cm^2, rezultă egală cu:

$$N_f=\pi DhR_f/2=3{,}14\,.\,8{,}71\,.\,2\,.\,1\,300/2=35\,550 \text{ daN}>N_k=31\,000 \text{ daN}.$$

Încercarea elementelor de înnădire experimentale s-a efectuat în trepte de cîte 2 tf pînă la o valoare a forței de întindere de 30 tf, egală cu forța de pretensionare de control. Creșterea efortului unitar și a deformației specifice de lungire corespunzătoare unei trepte de încărcare au valorile:

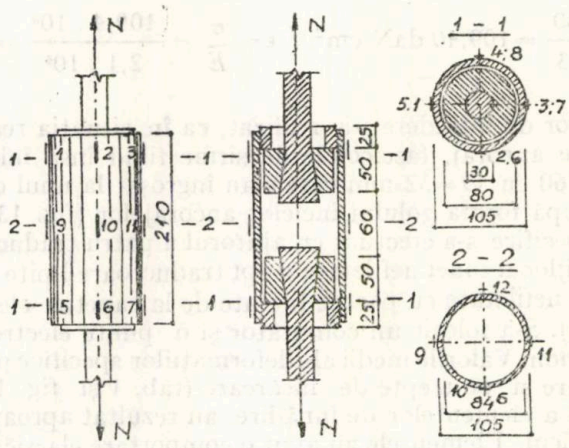


Fig. 13. — Încercarea elementelor de înnădire.

Tabelul 1

Valorile deformațiilor specifice ($\varepsilon\%_{0000}$) *în funcție de mărimea forței axiale* (N) *în elementul de înnădire*

Încercarea		I			II		
Forța N tf	σ kgf/cm²	Traductoare electrice cu fir rezistiv					
		1, 2, 3, 4	5, 6, 7, 8	9, 10, 11, 12	1, 2, 3 4	5, 6, 7, 8	9, 10, 11, 12
2	68,50	35,75	37,75	31,50	28,75	27,00	29,75
4	131,60	64,25	68,00	62,50	62,00	56,75	61,75
6	197,40	96,25	103,00	98,50	91,50	88,00	92,00
8	263,20	124,75	133,00	130,75	124,00	126,25	124,75
10	329,00	153,00	163,50	163,50	151,75	157,75	154,00
12	394,80	180,25	193,00	189,75	180,50	189,25	185,50
14	460,00	204,00	221,75	221,00	209,00	221,50	218,25
16	526,40	231,25	253,00	253,00	234,75	252,75	252,00
18	592,20	255,50	278,00	285,00	261,25	281,50	280,00
20	658,00	282,75	310,00	315,50	288,75	314,75	313,50
22	723,80	308,25	342,50	344,50	314,75	343,75	346,25
24	789,60	331,25	369,75	376,75	342,25	374,25	376,75
26	855,40	351,00	392,25	407,25	369,75	408,50	407,25
28	921,20	377,00	427,75	434,25	395,00	434,50	440,00
30	987,00	402,00	457,75	465,75	422,25	467,00	476,75
28	921,20	375,50	429,00	438,00	394,00	437,00	446,75
26	855,40	347,75	395,75	405,00	363,25	405,50	444,00
24	789,60	321,25	365,50	374,50	338,00	377,25	383,00
22	723,80	297,75	337,25	342,00	308,00	314,75	347,75
20	658,00	272,25	307,25	310,25	277,50	312,75	316,25

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{2\,000}{30{,}40} = 65{,}80 \text{ daN/cm}^2, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{65{,}80 \cdot 10^6}{2{,}1 \cdot 10^6} = 31{,}3\%_{0000};$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{2\,000}{18{,}3} = 109{,}40 \text{ daN/cm}^2, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{109{,}4 \cdot 10^6}{2{,}1 \cdot 10^6} = 52{,}05\%_{0000}.$$

Aplicarea forțelor de întindere s-a realizat, ca în situația reală, cu ajutorul a două inele de ancoraj, fascicolele de sîrme fiind însă înlocuite cu două bare de oțel PC60 cu $\varnothing = 32$ mm care s-au îngroșat la unul din capete și au fost strunjite după forma golului inelelor ancorajelor (fig. 13 *b*). Măsurarea deformațiilor specifice s-a efectuat cu ajutorul a patru traductoare cu fir rezistiv lipite la mijlocul zonei nefiletate și opt traductoare lipite în zonele de racordare a părții nefiletate cu părțile filetate de la capetele elementelor de înnădire (fig. 13 *a*). S-a folosit un comutator și o punte electronică tranzistorizată de tip Orion. Valorile medii ale deformațiilor specifice pe grupe de cîte patru traductoare și pe trepte de încărcare (tab. 1 și fig. 14), la mijlocul părții nefiletate a elementelor de înnădire, au rezultat aproape egale cu cele obținute din calcul. Elementele au avut o comportare elastică (fig. 14) pînă la valoarea de 30 tf$\approx N_{rk}$, dovedind buna comportare a legăturilor dintre

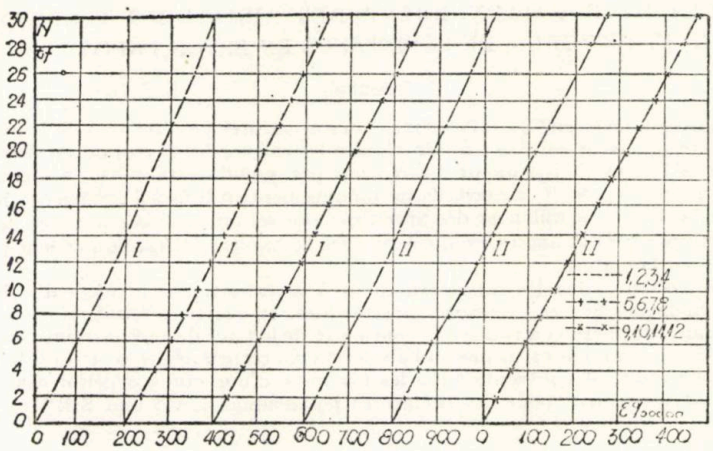


Fig. 14. — Diagrame $N(\sigma)-\varepsilon$ la elementele de înnădire a armăturilor.

părțile componente. Nu s-au produs deformări sau alte degradări, după încercare piulițele s-au deșurubat la fel de ușor ca la asamblarea elementului.

Primită la 20 martie 1980

Institutul politehnic, Iași
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnic

BIBLIOGRAFIE

1. Gjerde T., *Ancher Device for Steel Reinforcing Cables.* Brevet de invenție S.U.A., *3 442 592* (1969).
2. Dyckerhoff u. Widmann Komanditgesellschaft, *Metodă pentru executarea sistemelor portante din beton precomprimat din elemente prefabricate de beton.* Brevet de invenție R.F.G., *1 177 313* (1964).
3. Guyon Y., *Béton précontraint.* Vol. **II**, *Constructions hyperstatiques.* Ed. Eyrolles, Paris, 1958, 1968.
4 Hanpe E., *Vorgespannte Konstruktionen.* Vol. **1, 3**, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1964, 1965.
5. Howlett J. W., *Prestressing Apparatus.* Brevet de invenție S.U.A., *3 387 417* (1968).
6. Leonte C., *Dispozitiv pentru înnădirea armăturilor postintinse.* Brevet de invenție R.S. România, *56 158* (1973).
7. Leonte C., *Concrete Prestressing Device.* Brevet de invenție S.U.A., *3 863 891* (1975).
8. Leonte C., *Procedee de asamblare a structurilor de beton precomprimat alcătuite din elemente prefabricate.* A VI-a Conferință de betoane, vol. **III**, Constanța, oct. 1973.
9. Македонский М. Д., *Стыковое соединения предварительных напряженных элементов сборных железобетонных конструкции.* Brevet de invenție U.R.S.S., *104 637* (1967).
10. Puwein G., *Grinzi continue pentru poduri de beton precomprimat și sisteme portante înrudite.* Brevet de invenție, Austria, *178 102* (1953).
11. Slansky B., Voves B., *Ocelové spojky kabelu*, 7-th Conference on Prestressed Concrete, Vol. **II**, Prague, Oct. 1973.

DISPOSITIFS DE RALLONGEMENT DES ARMATURES POST-TENDUES AUX STRUCTURFS DE RÉSISTANCE EN BÉTON PRÉCONTRAINT

(Résumé)

On analyse la nécessité de rallongement des armatures post-tendues de hautes longueurs et à tracés polygonaux et courbes afin de réduire les valeurs des pertes de tensions à cause du frottement et de l'industrialisation de l'exécution par préfabrication. On présente quelques-uns des plus recents types des dispositifs de rallongement utilisés à l'étranger et les posibilités de leur usage seulement à rallonger des armatures qui seront prétensionés avec des armatures qui ont été prétensionés et ancrés, ce qui limite les domaines d'utilisation et leur performances techniques et économiques.

On propose une nouvelle conception quant à la réalisation et le mode d'utilisation d'un dispositif de rallongement des armatures posttendues et ancrés d'éléments préfabriqués en béton précontaint qui permet à réaliser la continuité de la force de précontrainte dans les armatures rallongées aux zones des jointures et l'obtention par cette voie des structures hyperstatiques en béton précontraint. On présente aussi les résultats d'une étude expérimentale de certains dispositifs de rallongement pour des armatures posttendues 12 Ø5 mm SBPI.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. D. 624.07 ; 621.87

LES DIMENSIONS OPTIMALES DES SECTIONS DES POUTRES MÉTALLIQUES À ÂME PLEINE DES PONTS ROULANTS

PAR

V. PESCARU

1. Introduction

On présente ci-dessous quelques principes concernant le calcul des dimensions optimales de la section transversale des poutres à âme pleine, simplement appuyées, qui soutiennent des ponts roulants dont les charges horizontales transversales mobiles sont transmises aux poutres de freinage à âme pleine, au niveau de la semelle supérieure des poutres de roulement. La méthode proposée permet à choisir la poutre de roulement de poids minimum qui résiste aux charges extérieures données et, aussi, de réduire le temps de calcul.

2. Efforts, contraintes et conditions de résistance

Les dimensions de la section transversale d'une partie de moment quadratique constant d'une poutre de roulement à âme pleine sont choisies telles qu'elle résiste en toute sécurité aux suivantes grandeures statiques, calculées en tenant compte des coefficients dynamiques et de pondération (dans le sens des Règles CM 66) :

$$M^v_{max},\ M^h_{max},\ T_c,\ P_{max},\ L \text{ et } M^v_c,\ M^h_c,\ T_{max},\ P_{max},\ L,$$

où : M^v_{max} représente le moment fléchissant maximum de calcul pour la partie de section constante de la poutre, dû aux charges verticales ; M^h_{max} — —le moment fléchissant maximum de calcul pour la partie de section constante de la poutres dû aux charges concentrées mobiles horizontales nées du freinage du chariot du pont roulant ; T_c — l'effort tranchant en plan vertical calculé dans la même position des charges mobiles que pour M^v_{max}, M^h_{max} ; P_{max} — la pression maxima donnée par une roue du pont sur le rail ; L —la force longitudinale due au freinage du pont roulant le long de la voie de roulement ; M^v_c — le moment fléchissant donné par les charges verticales situées en position d'effort tranchant maximum ; M^h_c — le moment fléchissant donné par les forces horizontales de freinage du chariot ;

T_{max} — l'effort tranchant maximum donné par les forces verticales sur la partie considérée de la poutre.

L'ensemble des grandeurs M^v, M^h, T, P_{max}, L, calculées dans la même section normale et situation de charge, provoquent dans la section d'une

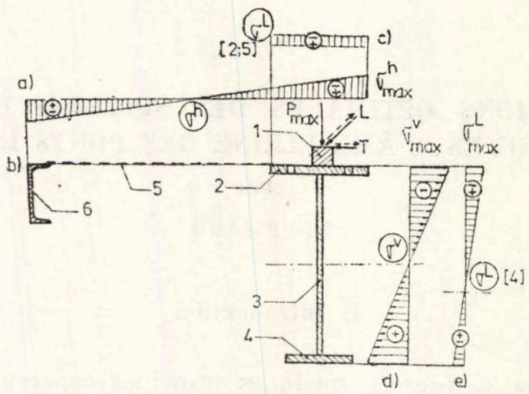


Fig. 1. — Contraintes en section de la voie de roulement : *a* — contraintes dues au freinage du chariot ; *b* — section de la voie de roulement ; *c* — ou *e* — contraintes dues au freinage du pont ; *d* — contraintes dues aux charges verticales de la poutre de roulement ; P_{max} — pression maxima sous la roue du pont ; *T* — force due au freinage du chariot ; *L* — force de freinage du pont ; *1* — rail ; *2,4* — semelle supérieure et inférieure de la poutre de roulement ; *3* — âme de la poutre de roulement ; *5* — âme de la poutre de freinage ; *6* — semelle extérieure de la poutre de freinage.

poutre de roulement à âme pleine, liée à une poutre de freinage à âme pleine, les suivantes contraintes (fig. 1 et 2) : a) contraintes normales, σ^v, dues aû moment M^v_{max} ; b) contraintes normales, σ^h, dues au moment M^h_{max} ; c) contraintes normales, σ^L, dues à la force longitudinale L ; d) contraintes

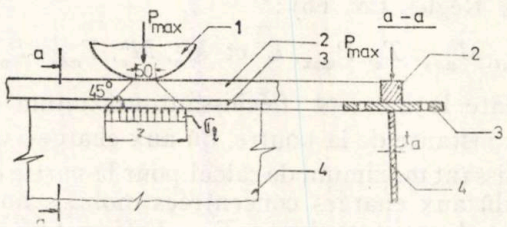


Fig. 2. — Contraintes dues à la force concentrée mobile : *1* — roue du pont ; *2* — rail ; *3* — semelle supérieure de la poutre de roulement ; *4* — l'âme de la poutre.

de cisaillement, τ, maxima dans l'axe neutre de la section ; e) contraintes locales, σ_l, dues à la force concentreé mobile, P_{max}, transmise par la roue du pont (fig. 2).

On peut calculer la contrainte σ^L (fig. 1 *e*) en considérant que la force L, appliquée à la face supérieure du rail, sollicite la section de la poutre de roulement à la compression excentrique [4]. Certains auteurs [1], [3], [7] négligent, pour les cas courants, les effets des contraintes σ^L, quoiqu'elles ont le même ordre de grandeur que les contraintes σ^h, et donc, en considérant les unes il n'y a pas de raison de négliger les autres. Dans les ouvrages [2] et [5] la contrainte σ^L est calculée en considérant que la force L sollicite à la compression axiale seulement la semelle supérieure de la poutre de roulement (fig. 1 *c*). En procédant de cette manière les contraintes σ^L sont légèrement plus grandes que celles maxima calculées dans l'hypothèse considérée dans la fig. 1 *e*.

Dans une section à fibres supérieures comprimées, au point A de la semelle supérieure, les contraintes σ^v, σ^h, et σ^L se superposent avec leurs valeurs maximales.

Une première condition de résistance impose que dans le point A, le plus sollicité de la poutre à appuis simples, la contrainte normale maxima effective ne dépasse pas la résistance de calcul du matériel, R :

$$\sigma^v_{max}+\sigma^h_{max}+\sigma^L_{max}\leqslant R. \tag{1}$$

Dans les travaux [1] et [7] est indiquée la relation :

$$\sigma^v_{max}+\sigma^h_{max}\leqslant R \tag{1'}$$

et dans [3], la relation :

$$\sigma^v_{max}+\sigma^h_{max}\leqslant 1,1R, \tag{1''}$$

quoique les uns des auteurs [2] précisent que dans les poutres de roulement n'est pas admis le développement des déformations plastiques, comme on considère par l'interm diaire de la relation (1'').

La pratique du calcul et aussi la littérature de spécialité montrent que la somme des contraintes $\sigma^h_{max}+\sigma^L_{max}$ vaut environ $(0,1...0,2)\sigma^v_{max}$. En utilisant cette conclusion on peut choisir les dimensions de la section de la poutre de roulement telles que :

$$\sigma^v_{max}=\frac{M^v_{max}}{W_n}=(0,8...0,9)R, \tag{2}$$

où W_n est le module de résistance à la flexion de la section nette de la poutre qui correspond à la fibre supérieure. Pour les ponts roulants de grande capacité on choisit le coefficient 0,9.

Une deuxième condition qui décide les dimensions de la section transversale de la poutre de roulement impose que l'âme résiste à l'effort de cisaillement, T_{max} :

$$\tau=\frac{T_{max}S}{t_aI}\leqslant R_c, \tag{3}$$

où : S représente le moment statique de la zone comprimée de la section de la poutre par rapport à l'axe neutre ; t_a —l'épaisseur de l'âme ; I —le moment

quadratique de la section de la poutre ; R_c — la résistance de calcul au cisaillement du matériel de la poutre.

Une troisième condition de résistance impose que la contrainte locale effective, provoquée dans l'âme de la poutre sous l'action de la force P_{max} de la roue du pont, ne dépasse pas la résistance de calcul du matériel :

$$\sigma_l = \frac{P_{max}}{z t_a} \leqslant R, \tag{4}$$

où z est la longueur de répartition de la force concentrée P_{max} au niveau du bord suppérieur de l'âme (fig. 2).

Dans la plupart des cas la condition (4) décide l'épaisseur de l'âme. Les autres conditions de vérification, à savoir : aux contraintes normales maxima dans la semelle tendue, aux contraintes équivalentes, à la fatigue, à la stabilité générale (déversement) en considérant, s'il est nécessaire et la poutre de freinage, à la stabilité locale de l'âme et de la membrure supérieure comprimée, à la flèche, etc. sont d'habitude satisfaites si les conditions (1)...(4) sont vérifiées.

Dans l'ouvrage [6] ont été déduites les suivantes relations qui donnent les principaux paramètres de la section en double T symétrique, fléchie, de poids minimum :

$$A_n = 2{,}63 \sqrt[3]{\frac{W_n^2}{\lambda}}, \tag{5}$$

$$h_a = 1{,}15 \sqrt[3]{W_n \lambda}, \tag{6}$$

$$A_{a.n} = A_{s.n} = \frac{1}{2} A_n ; \; A_{1s.n} = \frac{1}{2} A_{s.n}, \tag{7}$$

où : A_n représente l'aire nette minimum de la section normale de la poutre en double T, capable de résister au moment fléchissant M_{max} ; $W_n = M_{max}/R$ — le module de résistance net de la section de la poutre ; h_a — la hauteur de l'âme de la poutre ;

$$\lambda = \frac{h_a}{t_a} \tag{8}$$

— la souplesse (élancement) de l'âme ; $A_{a.n}$, $A_{s.n}$, $A_{1s.n}$ — respectivement les aires nettes de l'âme, des deux semelles et d'une semelle de la poutre.

En tenant compte de (8), la relation (6) devient :

$$h_a = 1{,}23 \sqrt{\frac{W_n}{t_a}}. \tag{6'}$$

Pour la section optimum en double T, qui respecte les conditions (7), on peut écrire :

$$\frac{S}{I} = \frac{A_{1s}(h_a/2) + (h_a t_a/2)(h_a/4)}{(t_a h_a^3/12) + 2A_{1s}(h_a/2)^2} = \frac{9}{8h_a}.$$

Donc la condition (3) devient :

$$\tau = \frac{9}{8}\frac{T_{max}}{h_a t_a} \leqslant R_c$$

soit

$$A_a \geqslant 1{,}125\,\frac{T_{max}}{R_c}. \tag{3'}$$

En tenant compte de (5) et (7), la relation (3') peut être écrite sous la forme :

$$\lambda \leqslant 1{,}57\,\frac{W_n^2}{(T_{max}/R_c)^3}. \tag{3''}$$

3. La méthode proposée

De l'analyse effectuée ci-dessus il en résulte que la section de la poutre de roulement à âme pleine, munie d'une poutre de freinage à âme pleine, peut être choisie en suivant le programme suivant (fig. 3) :

1° On calcule :

$$W_n = \frac{M^e_{max}}{(0{,}8 \ldots 0{,}9)R}.$$

2° On calcule :

$$t_{a,1} = \begin{cases} \max\left[\dfrac{P_{max}}{zR};\ 6\text{ mm}\right], \\ \text{épaisseur normalisée de tôle.} \end{cases} \tag{9}$$

3° On détermine la hauteur optimum de l'âme :

$$h_{a.1} = 1{,}23\sqrt{\frac{W_n}{t_{a.1}}}.$$

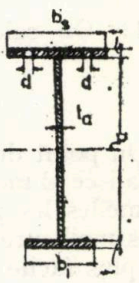


Fig. 3. — Les dimensions de la section transversale de la poutre de roulement.

4° On calcule :

$$\lambda_0 = \min[h_{a.1}/t_{a.1};\ 1{,}57\,W_n^2/(T_{max}/R_c)^3]. \tag{10}$$

5° Si $\lambda_0 = h_{a,1}/t_{a.1}$, les opérations 6° et 7° ne sont plus nécéssaires ; on arrondit $h_{a.1}$, à la plus proche valeur, en tenant compte que la hauteur de l'âme, h_a, doit être un sous-multiple de la largeur de la tôle. Dans [4] on indique que h_a doit être un multiple de 50 mm pour $h_a < 1\,000$ mm et un multiple de 100 mm si $h_a \geqslant 1\,000$.

6° On calcule la hauteur optima de la poutre

$$h_{a.0} = 1{,}15\sqrt[3]{W_n \lambda_0}$$

et on arrondit $h_{a,0}$ en tenant compte des mêmes conditions qu'à l'opération précédente.

7° On calcule l'épaisseur nécessaire de l'âme

$$t_{a.0} = \frac{h_a}{\lambda_0}$$

et on l'arrondit à la plus proche épaisseur supérieure de tôle.

8° Si h_a, t_a sont les dimensions de l'âme choisies à la fin des opérations 1°...7° on calcule la souplesse effective de l'âme :

$$\lambda = \frac{h_a}{t_a}. \tag{11}$$

9° On calcule l'aire nette minimum de la section transversale de la poutre :

$$A_n = 2{,}63 \sqrt[3]{\frac{W_n^2}{\lambda}}. \tag{12}$$

Comme vérification A_n doit être environ le double de l'aire de l'âme choisie.

10° On calcule l'aire nette des semelles :

$$A_{s.n} = A_n - h_a t_a. \tag{13}$$

11° On calcule l'aire nette d'une semelle :

$$A_{1s.n} = \frac{1}{2} A_{s.n}. \tag{14}$$

Du point de vue de l'usinage il est indiqué que la semelle supérieure soit réalisée d'une même épaisseur que celle inférieure. Aussi, il faut choisir des semelles les plus minces possibles parce que : a) les tôles plus minces ont des meilleures caractéristiques mécaniques après laminage ; b) l'usinage est plus facile pour des tôles plus minces ; c) dans l'ouvrage [6] est démontré que la section en double T idéale a des semelles de largeur $b \to \infty$ et d'épaisseur $t \to 0$.

On choisira pour les semelles l'épaisseur minima qui satisfait la condition de stabilité locale de la semelle comprimée, les conditions constructives, l'assortiment des produits laminés etc.

Parce que les semelles des poutres sont chez nous réalisées de tôles par oxicoupage, on va prendre leurs largeurs égales à un nombre entier de centimètres.

12° D'habitude seulement la semelle supérieure des poutres soudées de roulement à appuis simples est affaiblie par des trous nécessaires aux boulons de fixation du rail. Donc on va choisir la semelle inférieure telle qu'elle respecte les relations :

$$b_i t = A_{1s.n}, \quad b_i < k_1 t, \tag{15}$$

où : t — l'épaisseur des semelles ; k_1 — cofficient de souplesse de la semelle, dont la valeur est telle que la stabilité locale de la semelle comprimée soit assurée ($k_1 = 15$ pour l'acier A_{37}, 14 pour A_{44} et 13 pour A_{52} [8]) ; b_i — la

largeur de la semelle inférieure de la poutre (t doit être une épaisseur normalisée de tôle).

13° La semelle supérieure aura la même épaisseur t et la largeur

$$b_s = b_i + 2d, \tag{16}$$

où d est le diamètre des trous pour les boulons de fixation du rail.

De cette façon la section nette de la poutre sera symétrique, son centre de gravité étant situé dans la centre de l'âme.

14° Les cordons de soudure qui fixent les semelles à l'âme seront, si nécessaire, de profondeur en K ou en $\frac{1}{2}V$. Ce n'est pas une mesure économique d'augmenter l'épaiseur de l'âme pour qu'on puisse prendre les efforts qui sollicitent l'assemblage âme—semelle avec des soudures d'angle (en relief).

15° Suivent les vérifications de résistance, de stabilité générale et locale, de fatigue, de rigidité (flèche admise), d'exécution et d'exploitation pour la section choisie.

4. Conclusions

On propose une méthodologie de détermination des dimensions en section transversale des poutres de roulement à âme pleine et appuis simples, munies de poutres de freinage à âme pleine. Par rapport aux procédés trouvés dans la littérature de spécialité existante la méthode proposée présente les avantages suivants :

a) Elle permet la fixation rapide des dimensions de la section optimum, n'étant pas nécessaires des tâtonnements répétés.

b) La section trouvée a l'aire minimum nécessaire, étant possible la réalisation d'économies d'acier.

La méthode est utilisable et pour les sections de champ des poutres continues, pour lesquelles la condition $\sigma_{max} \leqslant R$ est plus restrictive que $\sigma_{ech} \leqslant mR$.

Reçue le 8 novembre 1980

Institut Polytechnique, Jassy, Chaire de Génie Civil et Constructions industrielles

BIBLIOGRAPHIE

1. Popescu V., *Construcţii metalice industriale*. Ed. Tehn., Buc., 1977.
2. Стрелецкий Н. С., *Металлические конструкции*. Госстройиздат, М., 1961.
3. Dalban C., Juncan N., Varga A., *Construcţii metalice*. EDP, Buc., 1976.
4. Mateescu D., Roşu D., Caraba I., *Construcţii metalice. Exemple de calcul*. EDP, Buc., 1972.
5. Dumitrescu I., *Îndrumar pentru proiectarea unei hale industriale cu schelet de oţel*, Inst. polit., Iaşi, 1970.
6. Pescaru V., *Alegerea secţiunii optime la grinzile dublu T încovoiate*. Conferinţa de Construcţii metalice, Timişoara, II, 1973, 1 026—1 044.

7. Georgescu D., Köber H., Negrei L., *Hale industriale cu structură metalică. Indicaţii generale de proiectare.* Inst. constr., Buc., 1978.
8. * * * *Construcţii civile, industriale şi agricole. Calculul elementelor din oţel.* STAS 10 108/0-77.

SECŢIUNEA OPTIMĂ A GRINZILOR DE RULARE METALICE CU INIMĂ PLINĂ, SIMPLU REZEMATE

(Rezumat)

Se propune o metodologie de determinare a secţiunii optime a grinzilor de rulare cu inimă plină din oţel, simplu rezemate, care au grinzi de frînare cu inimă plină la nivelul şinei de rulare. Metoda propusă permite reducerea consumului de oţel şi a timpului de proiectare, nefiind necesare încercări repetate pentru dimensionarea secţiunii. Ea poate fi utilizată şi pentru secţiunile de cimp ale grinzilor continue, la care condiţia $\sigma_{max} \leqslant R$ este mai restrictivă decît $\sigma_{ech} \leqslant mR$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 628.8: 627.1

ESSAIS SUR MODÈLES DE TRAVAUX HYDROTECHNIQUES PRÉFABRIQUÉS POUR L'AMÉNAGEMENT DES TORRENTS

PAR

N. POPOVICI et N. UNGUREANU

1. Introduction

L'emploi des préfabriqués pour la réalisation des travaux d'aménagement des torrents se trouve dans un stade relativement de début, autant en ce qui concerne les types constructifs et d'éléments préfabriqués, qu'en ce qui concerne la manière de calculer les dimensions, la technologie d'exécution et l'efficience sur le terrain.

Les résultats des recherches que nous présentons ci-dessous se rapportent au comportement de quelques modèles de structures réalisés à l'aide d'un seul type d'éléments préfabriqués, à savoir, structures pour les travaux hydrotechniques transversaux que l'on exécute dans le but de retenir le materiel alluvionaire qui se trouve sur le réseau d'écoulement des torrents.

Le préfabriqué employé aux travaux réels est en béton et il a la forme présentée dans la fig. 1 *a*; il est pourvu avec un vide cylindrique orienté vers la direction du courant de crue dans le but du drénage de l'attérissement qui se forme derrière le travail transversal ; ce vide peut être utilisé aussi pour manipuler le préfabriqué sur le chantier.

Avec ces éléments préfabriqués on peut réaliser plusieurs types de structures [1], [3], parmi lesquelles on mentionne des structures rectilignes à contreforts (fig. 1 *b*) et en arc simple (fig. 1 *c*) ou encore sous formes de voûtes multiples (fig. 1 *d*) ; ce sont les types qui ont été soumis aux expériments. La disposition chicanée des préfabriqués, le décalage des joints sur la verticale et surtout la forme en arc assurent une grande capacité de résistance pour une consommation réduite de matériaux. En même temps on assure un certain degré d'industrialisation des travaux, on élimine partiellement les coffrages sur le chantier, on assure une exécution relativement simple, on élimine même le mortier dans les travaux en arc, ce qui présente des avantages dans l'exploitation. De même ces travaux peuvent être standardisés en grande partie.

2. La nécessité et les objectifs des recherches expérimentales

Les recherches expérimentales ont été nécessaires ayant en vue que le type de préfabriqué et la manière de réalisation de la structure avec ce

préfabriqué n'ont pas été utilisés jusqu'à présent dans le terrain, celui-ci étant conçu tout récemment. Par voie expérimentale on a vérifié aussi quelques conclusions résultées à la suite des investigations théoriques et on a analysé quelques aspects constructifs et technologiques.

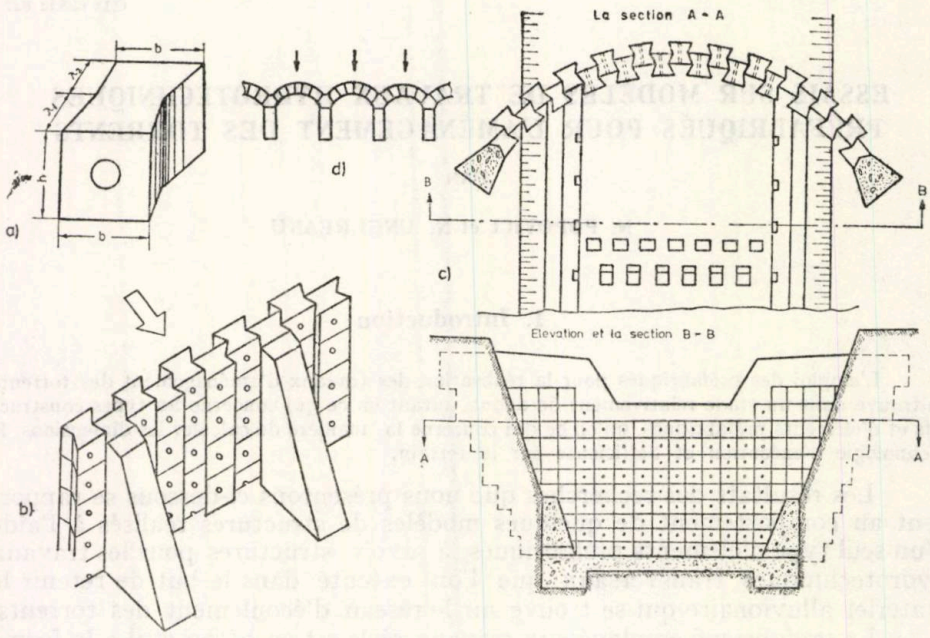


Fig. 1. — Nouveaux structures pour les travaux hydrotechniques transversaux, réalisés à l'aide d'un seul type d'éléments préfabriqueés.

Pendant les expériments on a eu en vue les objectifs suivants :

a) le comportement différencié des structures préfabriquées en alignement et en arc à l'action des charges horizontales provenues de la pression de l'eau et des alluvions ;

b) l'analyse de la manière de déformation des structures aux charges appliquées ;

c) l'étude de la manière dont les chargements sont transmis vers les appuis ;

d) la détermination de la charge maximum qui peut être admise dans l'exploitation, de la charge limite et l'analyse de la manière dont les préfabriqués cèdent à l'action des efforts.

Les résultats des recherches expérimentales vont être utilisés à l'élaboration de quelques recommandations pour le calcul des travaux préconisés.

3. La réalisation des modèles expérimentaux

Les éléments préfabriqués ont été réalisés en plâtre à l'échelle 1/10... 1/20, en employant le même interval d'échelle et pour les modèles structu-

raux. Ayant en vue que les préfabriqués pour le prototype seront réalisés en béton il s'ensuit que les constantes des matériaux sont connues. En considérant pour le béton le module d'élasticité longitudinal $E_p = 230\,000$ daN/cm^2 et pour le plâtre $E_m = 33\,000$ daN/cm^2 il en résults le rapport de similitude :

$$\varepsilon = \frac{E_p}{E_m} = 7. \tag{1}$$

De même, par le choix de l'échelle des longuers il s'impose un rapport de similitude géométrique :

$$\lambda = \frac{L_p}{L_m}. \tag{2}$$

Pour λ on a considéré donc des valeurs situées dans l'interval 10...20.

Le rapport de similitude pour les forces, $\mu = F_p/F_m$, se détermine en fonction des valeurs connues ε et λ donc :

$$\frac{E_p}{E_m} = \varepsilon = \frac{\mu}{\lambda^2} \tag{3}$$

et par suite

$$\mu = \varepsilon \lambda^2. \tag{4}$$

Pour les tensions et les pressions il en résulte le même rapport de similitude que pour les modules d'élasticité, ayant les mêmes unités de mesure ; par conséquent :

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_m} = \frac{P_p}{P_m} = \varepsilon. \tag{5}$$

Dans le tableau 1 on présente les dimensions géométriques des préfabriqués pour le modèle et pour le prototype correspondant aux valeurs $\lambda = 10$ et $\lambda = 15$.

Tableau 1

Les dimensions des préfabriqués conformément à la fig. 1 (en cm)

Éléments géométriques	Modèle	Prototype $\lambda = 10$	Prototype $\lambda = 15$
$a = \lambda_1 + \lambda_2$	3	30	45
h	2,5	25	37,5
λ_1	2	20	30
b	3	30	45
d_g	0,5	5	7,5

Dans le tableau 2 on donne les ouvertures et les hauteurs des modèles structuraux et des prototypes pour $\lambda = 10$ et $\lambda = 15$; cependant on donne aussi pour les modèles en arc les rayons de courbure qui correspondent à l'angle au centre $\alpha = 120°$.

Tableau 2

Caractéristiques géométriques des structures (en cm)

Caractéristiques géométriques	Modèle	Prototype $\lambda = 10$	Prototype $\lambda = 15$
Ouverture, *L*	22	220	330
Hauteur, *H*	12,5	125	187
Rayon de courbure, *R*	12,70	127	190,5

4. Le dispositif d'essai

Pour la réalisation des expériments on a conçu un stand d'essai que l'on présente dans la fig. 2. Les éléments composants de ce stand sont : une plaque-support *1* sur laquelle est placé tout le dispositif d'essai et sur laquelle on dispose aussi le modèle expérimental, un vis *2* à l'aide du quel on réalise la force horizontale de manoeuvre du modèle, une plaque fixe *3* et deux plaques latérales *4*, des vis *5* pour le réglage de l'ouverture du modèle, un chariot avec une plaque de poussée *6* qui est actionné par le vis *2*.

Dans les fig. 3 et 4 on observe la structure *7* et les dynamomètres *8* pour mesurer les forces.

5. Les résultats des essais

On a expérimenté deux types de modèles en alignement et un type de modèle en arc. Tous les modèles ont été réalisés sans mortier de liaison. Les modèles de structure en alignement on été actionnés aux appui et par des forces longitudinales de serrement.

Pendant l'essai on a mesuré la résultante des forces horizontales qui représente l'effet de la pression de l'eau et des alluvions et de même on a enregistré les déplacements horizontaux centraux.

Dans ce qui suit on présente les principaux résultats obtenus :

a) Modèle de structure en alignement avec les préfabriqués disposés en rangées horizontales parallèles.

La force longitudinale de serrement initiale des appuis a été de 50 daN.

La résultante horizontale des forces de pression, à laquelle ont commencé à paraître des fissures dans les préfabriqués, a été de 700 daN et la structure a été détruite à une force de 740 daN.

b) Structure en alignement avec fondation chicanée.

La force longitudinale de serrement d'appui initiale a été de 50 daN.

La résultante horizontale des forces de pression à laquelle ont commencé à paraître des fisures dans les préfabriqués a été de 850 daN et la force pour laquelle le modèle a cédé a été de 900 daN.

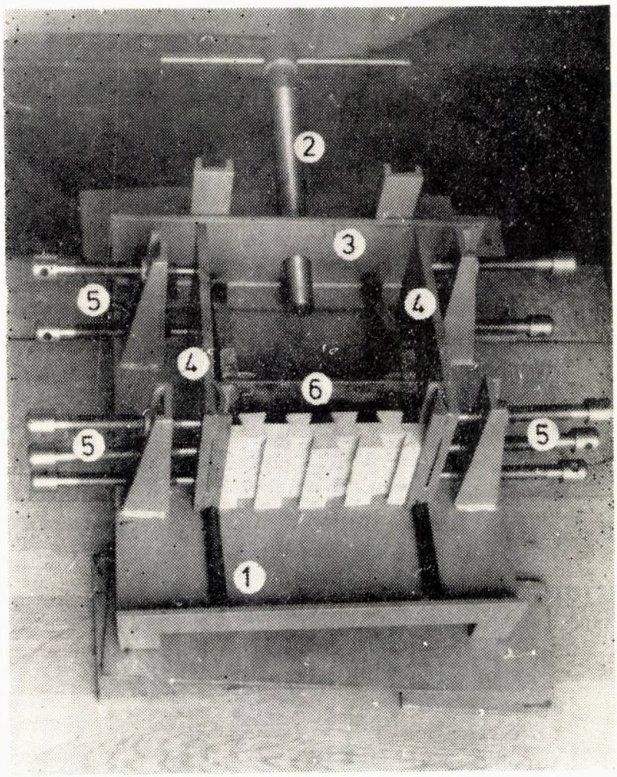


Fig. 2. — Le stand d'essai.

Fig. 3. — La structure en alignement.

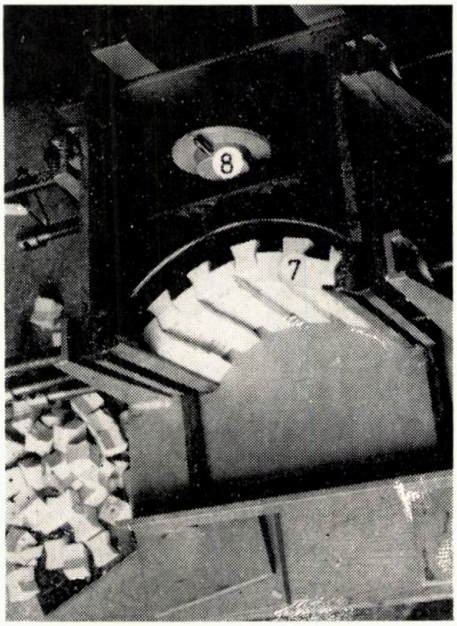


Fig. 4. — La structure en arc.

Dans la fig. 5 on représente, pour les deux types de modèles structuraux, la variation de la force aux encastrements et la variation des déplacements, fonction de la résultante des forces de pression.

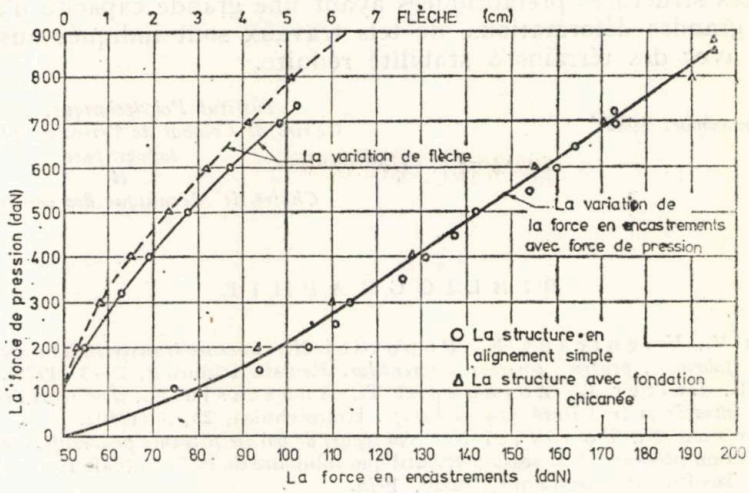


Fig. 5. — La variation de la force dans les points d'encastrement et la variation des déplacement des structures.

c) La structure en arc.

Le modèle a été réalisé avec des arcs circulaires superposés par la simple position des préfabriqués.

La sollicitation du modèle a été réalisée avec une charge uniformément distribuée sur l'arc.

La force maximum appliquée, représentant la résultante des pressions données par l'eau et les alluvions, a été de 1 500 daN. Pour cette valeur de la force on n'a pas enregistré des destructions significatives dans la structure. Quelques préfabriqués placés dans la zone d'appui ont subi des destructions par cisaillement dans les coins sans mettre encore en péril la résistance générale de la structure.

6. Conclusions

1. Les expériments réalisés confirment les possibilités d'utilisation pratique des types de structures préfabriqués préconisés.

2. Les structures en arc ont un très bon comportement, autant du point de vue de la stabilité que du celui de la capacité de résistance. Si on emploie des contreforts, ces structures peuvent être réalisées sous forme de voûtes multiples ; on peut même les standardiser pour certaines ouvertures et hauteurs.

3. Parmi les structures en alignement celles qui ont une fondation chicanée ont un comportement meilleur, mais en général leur capacité de

résistance croît proportionnellement avec la force longitudinale de serrement.

À des forces longitudinales de serrement moindres, les éléments préfabriqués sortent de la structure sans subir des détériorations significatives.

4. Ces structures préfabriquées ayant une grande capacité d'adaptation aux grandes déformations, de tels travaux sont indiqués aussi dans les zones avec des térrains à stabilité réduite.

Reçue le 1 novembre 1980

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Combat de l'érosion, pédologie et topographie
et
Chaire de Mécanique des constructions

BIBLIOGRAPHIE

1. Băloiu V., Ungureanu N., Popovici N., *Lucrare transversală în arc, din prefabricate, pentru corectarea torenților.* Revista Pădurilor, 2—3 (1978).
2. Toma I., Lefter L., Zorapapel T., Anastasiu H., *Încercări dinamice pe modele și în natură pentru baraje.* Hidrotehnica, 25, 3 (1980).
3. Ungureanu N., Popovici N., *Noi tipuri de baraje filtrante pe torenți.* Communication présentée à la session scientifique jubiliaire de la Faculté de Hydrotechnique, Institut Polytechnique, Jassy, 1978.

ÎNCERCĂRI PE MODELE DE LUCRĂRI HIDROTEHNICE PREFABRICATE PENTRU AMENAJAREA TORENȚILOR

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele cercetărilor efectuate pe modele reduse de structuri prefabricate pentru lucrări hidrotehnice transversale ce se execută pentru reținerea materialului aluvionar pe rețeaua de scurgere a torenților. Structurile sînt realizate cu ajutorul uuui singur prefabricat de o formă originală, din beton.

Sînt abordate probleme legate de realizarea modelelor experimentale și comportarea acestora la diverse solicitări, trăgîndu-se concluzii asupra posibilităților de utilizare în practică a tipurilor de structuri preconizate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXX), fasc. 3—4, 1980
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.8

STUDIUL REFLEXIEI ÎMBRĂCĂMINȚILOR RUTIERE (I)

DE

GH. GUGIUMAN

1. Generalități

Circulația rutieră impune asigurarea unor condiții corespunzătoare pentru desfășurarea ei în deplină siguranță ; una din principalele ei componente o constituie vizibilitatea, care trebuie să fie cît mai puțin influențată, atît ziua cît și noaptea, de condițiile atmosferice.

În ceea ce privește vizibilitatea se disting două forme : vizibilitatea obiectivă și cea subiectivă ; prima reprezintă proprietatea unui obiect sau grup de obiecte de a fi vizibil în mod egal sau într-un grad mai mare sau mai mic, după prezentarea lor ca fond, culoare, luminozitate, facultăților vizuale ale omului, iar cea de a doua reprezintă facultatea de a vedea, mai bine sau mai puțin bine, a unei persoane care este supusă unor influențe diverse și importante (defecte de vedere, tensiune nervoasă, alcool etc.). Rezultă că singura formă asupra căreia se poate acționa este vizibilitatea obiectivă, iar principalele moduri de acțiune sînt : a) mărirea gradului de iluminare a drumului ; b) mărimea contrastelor de culoare dintre obstacole și îmbrăcămintea drumului [1].

În ceea ce privește primul mod de acționare se observă că sensibilitatea ochiului uman la contrastul de luminozitate, după K ö n i g și B r o d h u m, este minimă pentru o iluminare de 100 cd/m^2 și maximă la 1 000 cd/m^2, iar viteza de percepție a ochiului uman crește direct proporțional cu intensitatea luminoasă.

Mărimea gradului de iluminare a drumului se poate realiza pe două căi : mărind puterea farurilor autovehiculelor sau introducînd iluminatul cu instalații fixe. Prima măsură poate provoca accidente, în special pe drumurile cu două benzi de circulație alăturate, din cauza orbirii conducătorilor autovehiculelor ce vin din sens contrar, iar cea de a doua nu poate fi aplicată datorită consumului ridicat de energie [2].

Al doilea mod de acțiune constă în mărirea contrastelor de culoare între obstacole și îmbrăcămintea rutieră ; deoarece ghidarea autovehiculelor se realizează numai cu ajutorul vederii, îmbrăcămintea rutieră constituind fondul vizibil pentru această orientare, specialiștii au propus folosirea unei scări cromatice pentru toate elementele traficului : suprafață carosabilă, acostamente, construcții adiacente, autovehicule etc. [3]...[5].

În ceea ce privește vizibilitatea obiectivă s-a constatat că ochiul uman prezintă următoarele caracteristici importante : a) capacitatea de distingere a contrastelor ; b) capacitatea de adaptare la trecerea dintre diverse grade de luminozitate [1]...[6].

Prima caracteristică, așa cum s-a arătat, crește odată cu mărirea gradului de luminozitate, iar cea de a doua se modifică în funcție de iluminare (fiind maximă pentru o iluminare care variază între 200 și 20 000 lucși pe fond alb și între 600 și 60 000 lucși pe fond negru) și de valoarea diferenței dintre luminozități, fiind cu atît mai mare cu cît diferența este mai mică.

Astfel ochiul uman poate fi comparat cu obiectivul unui aparat fotografic a cărui diafragmă se reglează în funcție de intensitatea luminii ; de exemplu, la traversarea în timpul zilei a unui tunel neiluminat, deci trecînd de la o iluminare de 20 000 lucși — lumina zilei — la o iluminare de 20 lucși — produsă de faruri — ochiului îi sînt necesare una pînă la două secunde, perioadă în care, ținînd seama de viteza mare de circulație, se pot produce accidente. Pentru reducerea la minimum a acestei perioade trebuie să se creeze un fond de culoare cît mai apropiat de culoarea albă atît prin vopsirea bolții și a pereților tunelului cît și prin utilizarea unor îmbrăcăminți rutiere de culoare deschisă [6].

Odată cu începerea folosirii în tehnica rutieră a lianților hidrocarbonați s-a constatat o închidere a culorii îmbrăcăminților rutiere ; astfel specialiștii le-au clasificat după culoare în : a) îmbrăcăminți „albe" (pavaje, macadamuri și betoane de ciment) ; b) îmbrăcăminți „negre" (macadamuri asfaltice, mortare și betoane bituminoase [2]).

Deoarece ceea ce percepe ochiul conducătorului autovehiculului nu este lumina incidentă ci numai cea reflectată, pe lîngă culoarea îmbrăcămintii interesează și gradul ei de reflexie [7].

În general, reflexia îmbrăcămințiilor rutiere este de tip semi-difuză, cu valori variabile în raport cu unghiul de incidență și observație și în funcție de gradul de umezire și de rugozitatea acesteia.

Îmbrăcămințile „albe" au o reflexie semi-difuză, atît în stare uscată cît și în stare umedă ; singurul inconvenient îl prezintă îmbrăcămințile din beton de ciment, care au o strălucire puternică în zilele însorite din timpul verii, ce poate fi totuși ușor combătută prin introducerea în betonul de ciment din stratul de uzură a unor pigmenți, în general oxizi metalici, de culoare închisă [2], [6], [8].

Îmbrăcămințile „negre" au o reflexie semi-difuză numai în stare uscată, care, din cauza absorbției luminii de către culoarea închisă este mai mică în raport cu cea a îmbrăcăminților „albe" și pierd circa 70% din această reflexie la trecerea din starea uscată în cea umedă în favoarea reflexiei totale de tip „oglindă", fapt care stînjenește circulația [7].

Explicația acestui fenomen este următoarea : cînd suprafața este perfect netedă, apare efectul de „oglindire" în sensul că un fascicul de raze incidente paralele (fig. 1 *a*) generează numai raze reflectate, de asemenea paralele, care nu permit vizibilitatea în alte direcții. Cînd suprafața este rugoasă, un fascicul de raze paralele incidente determină, prin reflexie, o

dispersare a fasciculului reflectat cu străluciri puternice în mai multe direcții (fig. 1 *b*).

Prezența apei alterează condiția superficială în sensul că atunci cînd pe drum ea se găsește într-o cantitate suficientă pentru constituirea unui strat continuu ($A-A$, fig. 1 *c*) apare o „oglindire" defavorabilă vizibilității normale ; cînd cantitatea de apă căzută, panta transversală și structura superficială a îmbrăcămintei rutiere nu îngăduie formarea stratului continuu, se creează aureole reflectante și suprafețe difuze, care facilitează vizibilitatea obstacolelor ($B-B$, fig. 1 *c*). Pentru cantități mici de apă se poate forma un film care urmărește linia suprafeței și deci nu elimină rugozitatea ($C-C$, fig. 1 *d*).

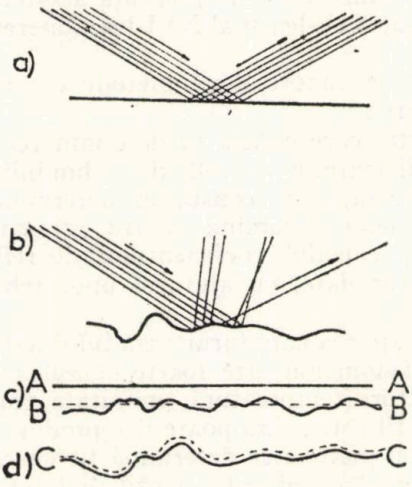


Fig. 1. — Cazuri tipice de reflexie a luminii de către suprafața îmbrăcămintei rutiere.

Condiția $A-A$ nu poate fi realizată decît numai în mod excepțional pe drumurile slab circulate (pneurile autovehiculelor tind să distrugă continuitatea, rupînd stratul de apă) și construite cu o pantă transversală sub cea minimă, care provoacă stagnarea apei în timpul ploilor sau a dezghețului. Condiția $C-C$, care este generată de precipitații minime sau de o umiditate puternică (după o ceață densă), se reduce la condiția $A-A$ cînd suprafața este netedă.

Îmbrăcămintea rutieră ideală, din punct de vedere al reflexiei luminii, ar trebui să îndeplinească următoarele condiții :

a) o reflexie cît mai mare în timpul nopții ;

b) reflexia să fie difuză pentru obținerea unei luminozități cît mai uniforme posibil ;

c) reflexia luminii să varieze cît mai puțin posibil la trecerea îmbrăcămintei rutiere din starea uscată în starea umedă [1], [6].

2. Determinarea reflexiei îmbrăcăminților rutiere

Necesitatea determinării valorii reale și a modului de variație a gradului de reflexie a luminii de către îmbrăcămințile rutiere este justificată și de avantaje economice însemnate. Astfel, în cazul iluminării drumurilor cu instalații fixe, prin utilizarea unei îmbrăcăminți rutiere cu un coeficient ridicat de reflexie se obține o reducere cu circa 10.. 20% a investițiilor necesare introducerii acestui iluminat și cu 200...300% a consumului anual de curent electric [8].

Problema reflexiei luminii de către îmbrăcămințile rutiere este studiată atît de cercetători din domeniul rutier cît și de cei din domeniul iluminatului public datorită strînsei legături dintre îmbrăcămintea rutieră și vizibilitate, aspect subliniat și de prezența acestei probleme în materialele celui de al XIII-lea, XIV-lea și al XVI-lea Congres Mondial de Drumuri [3]...[6], [8]...[18].

Pînă în prezent se cunosc două metode de determinare a reflexiei îmbrăcăminților rutiere :

a) metoda directă, care constă în determinarea, în laborator sau direct pe drum, a coeficientului de reflexie a luminii ;

b) metoda indirectă, care constă în determinarea, în laborator, a caracteristicilor de reflexie a luminii pentru agregatele utilizate la realizarea îmbrăcăminții și calculul coeficientului de reflexie a îmbrăcăminții rutiere, pe baza acestor date, cu ajutorul unor relații analitice [6], [8], [10]...[18].

Metoda directă este cea care furnizează informațiile cele mai apropiate de realitate întrucît fenomenul este foarte complex și este influențat de un număr mare de factori (temperatură, umiditate, trafic etc.) a căror acțiune asupra îmbrăcăminții rutiere nu poate fi reprodusă în condiții de laborator. Cu ajutorul acestei metode se determină fie coeficientul de reflexie fie gradul de alb al îmbrăcăminții rutiere utilizînd reflectometre sau leukometre [10]...[18].

Pentru determinarea caracteristicilor de reflexie a îmbrăcăminților rutiere, direct pe drum, se utilizează numai reflectometre. Acestea sînt alcătuite, în general, dintr-o sursă luminoasă care trimite un fascicul de raze luminoase sub un unghi variabil (1°...1°30′, în cazul drumului iluminat de faruri și 90°, în cazul drumului iluminat cu instalații fixe) și o celulă fotoelectrică conectată la un aparat de măsură a curentului, cu o sensibilitate ridicată, care măsoară intensitatea luminii reflectate, prin deplasarea ei sau a sursei luminoase pe un arc de cerc față de punctul de măsură, în diferite direcții.

Gradul de reflexie este definit ca raportul dintre indicația citită la aparatul de măsură pentru suprafața cercetată și indicația la același aparat pentru o suprafață etalon (oxid alb de magneziu, bioxid de titan) [11], [14], [15].

Strînsa legătură dintre gradul de reflexie a îmbrăcăminților rutiere și vizibilitate a făcut ca el să fie propus ca o condiție de calitate a acestora [14].

Primită la 19 mai 1980

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Ariano R., *Richiami sull'illuminazione stradale.* Le Strade, 2 (1965).
2. Mătăsaru Tr. ş.a., *Drumuri.* Ed. Tehn. Buc., 1966.
3. Dagnino U., Pennone M., *Considerazioni sulla illuminazione delle autostrade.* Strade e traffico, *11* (1970).
4. James J. G., *L'eclaircissement des couches de roulement bitumineuses en Grande Bretagne.* Rev. gén. des routes et des aérodromes, *406* (1966).
5. * * * *Les recommandations du ministère fédéral des transports de l'Allemagne Occidentale pour l'éclaircissement des chaussées à liants noirs.* Rev. gén. des routes et des aérodromes, *391* (1964).
6. Ariano R., *Circolazione e costruzioni stradali.* Görlich Editore, Milano, 1965.
7. * * * *Una problema da risolvere : le strade chiare.* La Rivista della strada, *318* (1968).
8. * * * Al XIV-lea Congres Mondial de Drumuri, Praga, 1971, Tema IV, Raport 22, U.R.S.S.
9. Cecilia F., *Attualità delle pavimentazioni chiare.* Le Strade, 2 (1969).
10. Sabey B. E., *Road Surface Reflection Characteristics.* TRRL Report LR 490, 1972.
11. Kluge G., *Stand der laboratoriumsmässigen Hellbezugswertmessungen für den bituminösen Strassenbau.* Strassenbau—Technik, *19* (1972).
12. Greger H., Hameln, *Bestimmung der Reflexionseigenschaften von Fahrbahnoberflächen mit Hilfe von Kunstoffabgüsen.* Lichttechnik, *11* (1972).
13. Range D., *Ein Strassenreflektometer zur vereinfachten Bestimmung der lichttechnischen.* Lichttechnik *8* (1973).
14. Kirchner S., *Qualitätskriterien für die Oberfläche aufgehellter bituminöser Verschleisschichten.* Die Strasse, *12* (1973).
15. Kirchner S., *Qualitätsgerechtes Strassenmarkierungsmaterial.* Die Strasse, *11* (1974).
16. Sorensen K., Nielsen B., *Road Surfaces in Trafic Lighting.* The Danish Illuminating Engineering Laboratory, Report *9* (1974).
17. Sorensen K., *Road Surface Reflection Data.* The Danish Illuminating Engineering Laboratory (1975).
18. * * * Al XVI-lea Congres Mondial de Drumuri, Viena, 1979, Raportul Comitetului tehnic al caracteristicilor de suprafaţă.

L'ÉTUDE DE LA REFLEXION DES REVÊTEMENTS ROUTIERS (I)

(Résumé)

On propose des valeurs pour les rapports entre la visibilité et la couleur du revêtement routier, d'une part, et entre la visibilité et le degré de reflexion de la lumière, d'autre part.

On souligne les avantages techniques et économiques de l'utilisation des revêtements routiers avec un degré élevé de reflexion et les méthodes de détermination de son coefficient

10822